

Colección  
**SK'ASOLIL**

SEGUNDO GRADO

# Saberes y pensamiento científico



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública

**Secretaría de Educación Pública**  
Mario Martín Delgado Carrillo  
**Subsecretaría de Educación Básica**  
Angélica Noemí Juárez Pérez  
**Dirección General de Materiales Educativos**  
Marx Arriaga Navarro

*Dirección de Desarrollo e Innovación  
de Materiales Educativos*  
Sady Arturo Loaiza Escalona

*Coordinación de revisión técnico-pedagógica*  
Ysabel Camacho Norzagaray

*Coordinación de la colección*  
Samantha Natalia Ríos Villanueva  
Néstor Daniel López Reyes

*Revisión técnico-pedagógica*  
Marco Antonio Peña Romero  
Salvador Pádua González  
Joel Chávez Contreras  
Isaías Diéguez  
Martha Judith Diéguez González

*Coordinación del Campo*  
Luis Erasmo Arteaga Nieto  
Rosa del Carmen Villavicencio Caballero  
Omar Guadarrama Enríquez

*Redacción de contenidos*  
Sandra Bonilla Meza  
Gabriel Calderón López  
Nataly Margarita Corona Nava  
Samantha Montserrat Chong González  
Miguel Ángel Díaz González  
José Antonio Fragozo Orozco  
Hilda Victoria Infante Cosío  
María del Rosario Adriana Hernández Martínez  
Esperanza Issa González  
Alma Yaraeli Martínez Esquivel  
Felipe de Jesús Matías Torres  
Eduardo Mendoza Camacho  
Daniel Moreno Rodríguez  
José Antonio Orihuela Cerón  
José Roberto Pérez Castro  
Máximo Pérez Rivas  
Alicia del Carmen Polaco Rosas  
Ollintzín Queiros Romero  
Leticia Quiriz Montiel  
Hugo Salazar Gómez

*Cuidado de la edición*  
Adriana Hernández Uresti  
Alberto de Jesús Robledo Ruiz  
Álvaro Enrique Hernández Castro  
Ana María Dolores Mendoza Almaraz  
Leonor Díaz Mora  
Magdalena Gárate Cabrera  
Julio Francisco Díaz Vázquez

*Corrección de estilo*  
Adriana Gasca Guzmán  
Bernardo Galindo Ruiz  
Elvia Cristina Sánchez Zepeda  
Martha Gabriela Coronel Aguayo  
Darío de Jesús Fernández González  
Sonia Raquel Cruz Paz  
Yakami Jorge Barrón Machado

*Dirección editorial*  
Cutberto Arzate Soltero

*Coordinación editorial*  
Irma Iliana Vargas Flores

*Supervisión editorial*  
Jessica Mariana Ortega Rodríguez

*Asistencia editorial*  
María del Pilar Espinoza Medrano  
Bernardo Aranda Bastida

*Coordinación de iconografía y diseño*  
Alejandro Portilla de Buen

*Producción editorial*  
Martín Aguilar Gallegos

*Seguimiento de producción editorial*  
Moisés García González

*Preprensa*  
Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

*Iconografía*  
Irene León Coxtinica  
Héctor Daniel Becerra López  
Noemí González González  
Blanca Leidy Guerrero Villalobos  
José Francisco Ibarra Meza  
Nadira Nizametdinova Malekova  
Itzel Aurora Vázquez Flores  
Orsalia Irais Hernández Güereca

*Diseño*  
Imelda Guadalupe Quintana Martínez  
Judith Sánchez Durán

*Coordinación de diseño y diagramación*  
Imelda Guadalupe Quintana Martínez  
Ana Laura Jiménez Saucedo  
Astrid Solange Stoopon Mendoza  
Carla Raigoza Figueras  
Edwin Octavio Ramírez Mendieta  
Jessica Paulina García Acosta  
Sandra Elena Ferrer Alarcón

*Portada*  
*Diseño:* Imelda Guadalupe Quintana Martínez  
*Fotografía:* La Fura dels Baus, Festival  
Internacional de las Artes de Perth  
2010, fotografía de SeanMack, bajo  
licencia CC BY-SA 3.0

Primera edición, 2023  
Edición revisada, 2025  
Primera reimpresión, 2025 (ciclo escolar 2026-2027)  
D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2023,  
Argentina 28, Centro,  
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-579-094-7 Obra completa  
ISBN: 978-607-579-096-1

Impreso en México  
DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA



# Presentación

Estimadas maestras, estimados maestros: la presente obra es el esfuerzo de la Secretaría de Educación Pública (SEP) por acercar a las y los estudiantes algunos contenidos educativos y una forma renovadora de abordaje. Todo dentro de la propuesta de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Los contenidos educativos se muestran como aquellas categorías que, desde un tratamiento crítico, se convierten en los pretextos idóneos para comprender la realidad. Desde esa perspectiva, se visualizan formas auténticas e innovadoras para reconstruir las relaciones intelectuales, sociales, afectivas y culturales, dotándolas de soberanía al asegurar su afinidad con la transformación requerida para mejorar y dignificar la vida de las y los mexicanos.

Una escuela esperanzadora, revolucionaria de las conciencias y transformadora con tendencia a la recomposición del tejido social se construye con base en los empeños colectivos que recuperan lo propio, lo común, lo nuestro. Ello la coloca en un marco valorativo lo suficientemente amplio para incluir todas las voces, anhelos e ideales manifiestos en el momento actual. La escuela es, ante todo, un espacio de creación de sentidos sobre la vida, pues sostiene que el futuro no es una obra del azar ni está predeterminado por condiciones hegemónicas que limitan a padecerlo. Es hoy y no mañana cuando se ubican las acciones necesarias para potenciar un futuro prominente para todxs. De ahí la necesidad de sumarse a la convocatoria de José Martí (1853-1895) al referirse al hombre de su tiempo: “Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido: es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive[;] es ponerlo al nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo con lo que no podrá salir a flote; es preparar al hombre para la vida” (Estévez, 2013, p. 155). Sostener la idea tradicionalista en la cual la escuela es un sitio de socialización que disciplina a los estudiantes para su adaptación acrítica a un mundo heredado significa dejarla por debajo de su tiempo.

De este modo, pensar los futuros posibles debe ser un ejercicio de definición de alternativas para cuestionarse si la acción fundacional de la escuela mediante la actividad docente es sólo enseñar. ¿Enseñar qué?, ¿enseñar a quiénes o para qué? Aquí una breve reflexión al respecto: La premisa de que a la escuela se va a aprender por parte de los estudiantes y a enseñar por parte de las maestras y los maestros se argumenta desde la postura del experto, poseedor de los conocimientos y responsable de transmitirlos mediante procesos didácticos explicativos o de trasposición referida al trabajo que transforma el objeto de saber en un objeto de enseñanza (Chevallard, 1985). Con esta premisa, la acción pedagógica se sitúa en el orden explicador institucionalizado, magistralmente expuesto por Jacques Rancière (2011, p. 132):

Enseñar era, al mismo tiempo, transmitir conocimientos y formar los espíritus, conduciéndolos, según un orden progresivo, de lo más simple a lo más complejo. De este modo el discípulo se educaba, mediante la apropiación razonada del saber y a través de la formación del juicio y del gusto, en tan alto grado como su destinación social lo requería y se le preparaba para funcionar según este destino: enseñar, pleitear o gobernar para las elites letradas; concebir, diseñar o fabricar instrumentos y máquinas para las vanguardias nuevas que se buscaba ahora descubrir entre la elite del pueblo.

La escuela moderna se institucionaliza sobre la base del reproducionismo o función de adaptación social, y desde ahí se dibuja su anclaje en la construcción de conocimientos de carácter instrumental, de respuestas prácticas, como lo demanda el “capitalismo cognitivo”. Ese modelo educativo de convenio postula la calidad como eficiencia y la legitimidad del conocimiento como pertinencia educativa, cuya finalidad es reducir la brecha entre lo que se enseña y lo que ocurre en el campo de las ciencias. Brecha que se valora y aclara con prácticas institucionalizadas de evaluación con mecanismos estandarizados y homogeneizadores, donde la tarea del docente enfatiza y diseña estrategias correctivas para mejorar los aprendizajes mediante el ajuste, la flexibilización o la adecuación de contenidos. Es decir, el docente, como técnico de la educación, hace un esfuerzo intelectual para reducir la brecha identificada, comprime la pedagogía en modas metodológicas impulsadas desde afuera, y simplifica la didáctica en planificación de técnicas en una simulación burocrática, o en recetas que garanticen el aprendizaje exigido. Como se aprecia, esta discusión da para mucho. Consideremos arriesgado continuar con una visión romántica de la escuela y de lo que en ella se enseña y se aprende.

La NEM se encuentra a guisa de posicionamientos pedagógico-didácticos reformados para darles coherencia mediante contenidos educativos en forma de narrativas escritas y, con ello, trascender la lógica de mercantilización constituida en los libros de texto de los modelos educativos anteriores. Las narrativas contenidas en este libro se argumentan desde la experiencia pedagógica de maestras y maestros de educación secundaria quienes, con el afán de vivenciar el diseño creativo, desarrollaron artículos con saberes disciplinares diferenciados de la estructuración tradicional, donde prevalecía la administración de contenido y atendía un modelo curricular academicista. Esta nueva propuesta no descuida los contenidos de matemáticas, historia, geografía, biología o física; tampoco deja fuera las contribuciones literarias clásicas, modernas, aportadas desde el pensamiento eurocéntrico. Pero pretende modificar la referencia o los puntos de partida con los cuales se toman las decisiones para los libros de texto. Esto es, dejar de anteponer las teorías, los métodos y las técnicas expresadas en objetivos conductuales homogéneos a la práctica y la realidad sociocultural en la vida de los estudiantes.

Los artículos en forma de narrativa aquí expuestos ofrecen la posibilidad de cambiar de dirección los procesos educativos ofrecidos en la escuela: Proponen ejercicios prácticos de lectura de la realidad, confrontándolos con saberes disciplinares emanados de las diversas ciencias para lograr conclusiones preliminares y, con ellas, remitir de nueva cuenta al análisis crítico de las teorías y metodologías. Asimismo, pretenden desarrollar lecturas más acabadas que consideren los territorios, contextos y las regiones donde se ubican las escuelas de educación secundaria.

A este proceso de enunciar de forma distinta los contenidos educativos desde narrativas escritas emanadas de las experiencias docentes puede llamársele *resemantización de los contenidos*. Considérese que resemantizar los contenidos educativos (transformar el sentido de una realidad conocida o por conocer) permite replantear la condición centralista del sistema escolar para transitar hacia uno más descentralizado, abierto, dinámico que impulse aprendizajes críticos surgidos de la puesta en común de los conocimientos y saberes disciplinares que cuestionen

la realidad para transformarla. Sólo así será posible disminuir la incompetencia del conocimiento técnico, el cual considera a los estudiantes como desposeídos de los problemas fundamentales en su vida cotidiana.

Los artículos aquí expuestos representan una ventana al conocimiento científico desarrollado por la humanidad. En estos tiempos, cuando en apariencia el individuo tiene un acceso ilimitado a la información, es evidente que los panópticos digitales restringen y encauzan el rumbo hacia contenidos inofensivos para este sistema global de consumo. Que maestras, maestros y estudiantes posean una ventana donde asomarse a los contenidos sin una mediación mercantilista es una oportunidad única que recuerda cómo la información, y su uso crítico, ofrece las claves para detener las desigualdades. Así, estos libros de artículos pretenden ser un oasis de conocimiento sin que se intente distraer al lector, robar su información, geolocalizarlo, venderle algo o generar métricas o metadatos para cosificarlo. Así como el pedagogo ruso Antón Makarenko (2017) recordaba en su *Poema pedagógico* cómo los *rabfak*, las escuelas para trabajadores en la extinta Unión Soviética, fueron considerados espacios del conocimiento, se sueña con que las secundarias mexicanas, junto con sus libros de texto, alcancen esa cualidad:

En aquel tiempo la palabra *Rabfak* significaba algo completamente distinto de lo que ahora significa. Hoy día es el simple nombre de una modesta institución de enseñanza. Entonces suponía, para los jóvenes trabajadores, la bandera de la liberación, su liberación del atraso y de la ignorancia. Entonces era una afirmación poderosa y ardiente de los inusitados derechos del hombre al conocimiento, y todos nosotros, palabra de honor, sentíamos en aquella época incluso cierta emoción ante el *Rabfak*.

La NEM afronta el desafío de ensanchar los límites de los conocimientos y saberes de las y los estudiantes, moverlos hacia la expansión y el enriquecimiento en terrenos cada vez más vastos y en diversos horizontes semánticos sobre su vida en los planos individual y colectivo. Dinamizar, estratégicamente, contenidos educativos

[...] permitiría no sólo aprender a vivir en democracia, sino una demodiversidad responsable con un buen vivir, empeñarnos en concretar una transformación educativa que logre romper con las lógicas monoculturales educativas nacionales, impuestas por políticas de mercado transnacionales; es una acción que responde a una política de Estado en busca del bienestar común de todo el país, por medio de la transformación educativa (Arriaga, 2022).

Invitados estamos todxs a oxigenar la práctica docente desde la autonomía profesional, y a alcanzar juntos aprendizajes solidarios y comprometidos con una visión educativa de trayecto formativo asentado en el momento histórico actual.



## Estimada lectora, estimado lector:

Los procesos formativos experimentados hasta el día de hoy están sujetos y anclados a libros de texto que dirigen, secuencian y condicionan aprendizajes aceptados desde la escuela. Los objetivos de aprendizaje o competencias, asignaturas, formas de estudio y exámenes estandarizados, que enmarcan el pensamiento sobre la base de un conocimiento científico, social, cultural e histórico único, son la respuesta esperada por intereses económico-políticos que, en ningún aspecto, consideran que una persona activa tiene ideales, aspiraciones y metas de vida a las que toda educación formal e informal debería contribuir.

Educarse no implica adecuarse a una sociedad que merece transformarse para lograr mejores condiciones de vida para todos. Es necesario crear condiciones más justas, equitativas, tolerantes e inclusivas para definir y proyectar a ese adulto que, desde ahora, busca una vida digna, amorosa y feliz. Es oportuno reconocerse como parte de una generación pujante, la cual ya no permite que su voz sea silenciada por gobiernos opresores, intimidantes y coercitivos con pretensión de invisibilizarla so pretexto de mantener un orden social y político conveniente a intereses particulares. Gobiernos caracterizados por privatizar, comercializar la vida, promover roles dirigidos a conseguir un ciudadano ideal orientado al consumo y al materialismo sin sentido. Esto se llevaba a cabo al enfatizar las características individuales por encima de las que se gestan en colectividad, y al hacer creer que en los logros no están presentes las personas que nos apoyan, dotándonos de fortalezas intelectuales, sociales, culturales, emocionales y afectivas necesarias para el desarrollo de la personalidad.

¿Alguna vez imaginaron que llegaría el momento de ser y estar involucrados en propuestas educativas de interés propio y común? El político, sociólogo y revolucionario ruso Mijaíl Bakunin aseguraba: “Al buscar lo imposible[,] el hombre siempre ha realizado y reconocido lo posible. Y aquellos que sabiamente se han limitado a lo que creían posible jamás han dado un solo paso adelante” (2017). De acuerdo con esta referencia, ¿dónde se ubicarán?, ¿en una cómoda apatía o en un espíritu indomable y revolucionario?

El libro que tienen en sus manos es resultado de una lucha social histórica. A lo largo del desarrollo de la humanidad, pocas cosas generaron tanta desconfianza como el saber erudito. Hoy, en lo que se ha llamado la *sociedad del conocimiento*, nos encontramos casi ahogados por una marea de información que nos abruma en diferentes medios. Ante ello, surge una pregunta: ¿cómo sortharemos la tempestad?, ¿con una pequeña barca a la deriva, confiando su rumbo a los reflujos y a los vientos, o con una embarcación robusta que los confronte, que resista los huracanes y siga adelante por nuevos mares, nuevas experiencias y nuevas verdades?

La ciencia es impersonal, general, abstracta e insensible; en cambio, la vida es fugaz, palpitante, cargada de aspiraciones, necesidades, sufrimientos y alegrías. Es la vida la que, espontáneamente, crea las cosas, por lo que ciencia y vida se complementan. Una vida sin ciencia es el triunfo de la oscuridad, la ignorancia y el salvajismo; una ciencia sin vida es el triunfo del despotismo, la tiranía y la injusticia.

El conocimiento siempre debe estar al servicio de la vida en comunidad y los saberes no deben acumularse por avaricia o mezquindad. Quien domina un área de estudio está moralmente obligado a compartir con todos lo que sabe, sin importar edad, preferencia sexual, cultura, condición económica, género o grupo social. Porque el genio más aventajado no es más que el producto del trabajo comunitario de las generaciones pasadas y presentes; por ello, está en deuda con la sociedad. ¿Qué sería del mismo individuo genial de haber nacido en una isla desierta?, ¿en qué se habría convertido?

No estamos solos en este mundo. Los libros que tienen en sus manos condensan cientos de años de avances científicos, lo que implica una responsabilidad. Mijaíl Bakunin (s. f., p. 22) afirmaba:

Quando la ciencia no se humaniza, se deprava. Refina el crimen y hace más envilecedora la bajeza. Un esclavo sabio es un enfermo incurable. Un opresor, un verdugo, un déspota sabio siguen acorazados por siempre contra todo lo que se llama humanidad y piedad. Nada les disuade, nada les asusta ni les alcanza, excepto sus propios sufrimientos o su propio peligro. El despotismo sabio es mil veces más desmoralizador, más peligroso para sus víctimas que el despotismo que tan sólo es brutal. Este afecta sólo al cuerpo, la vida exterior, la riqueza, las relaciones, los actos. No puede penetrar en el fuero interno, porque no tiene su llave. Le falta espíritu para pagar al espíritu. El despotismo inteligente y sabio por el contrario penetra en el alma de los hombres y corrompe sus pensamientos en la fuente misma.

Por ello, debemos cuestionar todo y hacerlo en comunidad, porque solo se es débil, pero unidos se generan fuerzas para resistir.

Una verdad, por muy aceptada que esté en una comunidad, puede no ser la única. Como comunidad, buscamos la libertad y debemos hacerlo sin silenciar o esclavizar a los demás. En un pueblo libre, la comunidad se produce por la fuerza de las cosas, por el movimiento espontáneo desde abajo, movimiento libre que no permite el individualismo de los privilegios, y nunca por la imposición.

Estos libros son un compromiso comunitario, son la llave para buscar la libertad. ¿Se atreverán a usarlos y enriquecerlos o esperarán que otros les digan qué hacer?

La SEP, en un afán por fortalecer el modelo educativo de la NEM, invita a estudiantes, maestras y maestros a que, con la osadía de pararse sobre un diseño creativo que los involucre, los integre, los motive y los reconozca como sujetos sociales y culturales embebidos de problemas, asuntos y situaciones que se expresan en su vida cotidiana, hagan suyos estos materiales educativos. Esta colección de textos, por su forma narrativa, permite ejercitar una discusión descolonial y “demodiversa” que reconozca el multiculturalismo que caracteriza a nuestro país como la base dialógica para la construcción de visiones educativas esperanzadoras y potenciadoras de las capacidades humanas. Para ello, acordamos que la mixtura de esta colección se dé sobre las representaciones que las maestras y los maestros,

comprometidos con la innovación, les han dado a la integralidad de saberes disciplinares y a los diversos proyectos. Son aportaciones discontinuas, desancladas de series o gradaciones limitantes que, al colocarse como posibilidades en los procesos de decisión colectivos, se convertirán en lecturas estimulantes de desarrollos investigativos que, a su vez, permitan territorializar sus actuaciones para darle vida y actualidad a lo que se reflexiona, se revisa, se aprende y se construye en el aula, en la escuela y en la comunidad.

Si bien estos textos constituyen narraciones que comparten los saberes pedagógicos experienciales de las maestras y los maestros participantes, no se consideran acabados, finitos, fijos o cerrados. Por el contrario: presentan un diálogo abierto, flexible y dinámico con el fin de estimular la participación, el involucramiento y la reflexión para situarse en el momento presente sin desconocer los eventos, los procesos y las circunstancias que lo concretaron, y encontrar desde ahí las posibilidades de incidir en un futuro promisorio para todxs.

Esta colección lleva por nombre *Sk'asolil*. Es una invitación a concientizarnos sobre lo que somos, a aprender a nombrarnos y a enunciarlos de otras maneras. En ella se reconoce que el lenguaje trasciende el tiempo, el espacio y las fronteras; nos unifica como sociedad y, sobre todo, nos muestra las distintas formas de ver y percibir el mundo. Considera que las lenguas, en especial, son un territorio inmenso y, muchas veces, complicado de descifrar. La estela que las palabras dejan detrás de sí es una huella de las comunidades y culturas de México y el mundo. En ocasiones, sólo se necesita de la palabra correcta para expresar mil ideas, nombrar un sentimiento o entender el universo. *Sk'asolil* es la expresión que, en bats'il k'op tseltal, indica “así las cosas deben ser”.

La palabra *sk'asolil* responde a todas las preguntas que pretendan descifrar la vida, el cosmos, las energías, la manera de ver, entender y sentir el mundo. Si alguien pregunta: ¿Por qué ocurre esto? La respuesta será *ja'jich te sk'asolil* (porque así es su fundamento). “Así las cosas deben ser” (Pineda *et al.*, 2021, p. 6).

Una lengua es, ante todo, una manera de contemplar y comprender el mundo y sus secretos. Las expresiones en lenguas originarias no pueden, al traducirse al español, simplificarse en una sola palabra. Por lo tanto, requieren de una vasta explicación.

Se dice que las incógnitas del cosmos son resueltas con *sk'asolil*. La palabra es el enigma y la respuesta. Es el cofre que guarda y revela los secretos de cada átomo que integra este infinito universo. Las cosas deben ser así y no hay más. Esta única palabra explica aquello que miles de palabras más nunca lograrán indicar. La verdad sea dicha, este tipo de expresiones son el ave fénix que revive y restaura la sabiduría de nuestras culturas.



Matemáticas



Física



Saberes y  
pensamiento  
científico

# Índice

## MATEMÁTICAS

|                                                                                                        |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Construcción de polígonos regulares .....                                                              | 14 |
| Construcción de polígonos regulares a partir de<br>las medidas de sus lados y ángulos .....            | 15 |
| Representación algebraica de áreas .....                                                               | 17 |
| Comprensión de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ .....                                                   | 18 |
| Ejemplos de uso de la expresión $ax^2 + bx + c$<br>para representar áreas de figuras geométricas ..... | 19 |
| Propiedades de los exponentes para<br>la resolución de operaciones algebraicas .....                   | 22 |
| Comprensión de las operaciones algebraicas<br>mediante propiedades de los exponentes .....             | 23 |
| Desigualdades con expresiones algebraicas .....                                                        | 27 |
| Comprensión de la desigualdad algebraica .....                                                         | 28 |
| Ejemplos de resolución de desigualdades algebraicas .....                                              | 29 |
| Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas .....                                           | 33 |
| Método de reducción para resolver sistemas de<br>ecuaciones lineales con dos incógnitas .....          | 34 |
| Método de igualación para resolver sistemas de<br>ecuaciones lineales con dos incógnitas .....         | 37 |
| Método de sustitución para resolver sistemas de<br>ecuaciones lineales con dos incógnitas .....        | 39 |
| La proporcionalidad inversa de dos magnitudes<br>o cantidades y su representación .....                | 41 |
| Cálculo de la proporcionalidad inversa .....                                                           | 42 |
| Representación gráfica, tabular y algebraica de<br>la proporcionalidad inversa .....                   | 44 |
| Construcción a escala de triángulos, cuadriláteros<br>y polígonos regulares o irregulares .....        | 47 |
| Construcción de triángulos y cuadriláteros por medio de<br>ángulos, lados y rectas notables .....      | 48 |
| Construcción de polígonos regulares o irregulares por medio<br>de ángulos, lados y diagonales .....    | 50 |

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Teselaciones .....                                                                         | 52  |
| Comprensión del término <i>teselado</i> .....                                              | 53  |
| Construcción de teselados .....                                                            | 54  |
| Intersecciones entre círculos y figuras .....                                              | 57  |
| Cálculo de perímetros mediante intersecciones<br>de círculos con figuras geométricas ..... | 58  |
| Cálculo de áreas mediante intersecciones de círculos<br>con figuras geométricas .....      | 59  |
| Múltiplos y submúltiplos de sistemas de medidas .....                                      | 62  |
| Comprensión de múltiplos y submúltiplos del metro, litro y kilogramo .....                 | 63  |
| Múltiplos y submúltiplos de unidades del sistema inglés .....                              | 65  |
| Problemas que implican conversiones entre distintas magnitudes .....                       | 66  |
| Perímetro y área de figuras compuestas .....                                               | 69  |
| Cálculo del perímetro de figuras compuestas .....                                          | 70  |
| Cálculo del área de figuras compuestas .....                                               | 76  |
| Recolección, registro, análisis y comunicación de datos .....                              | 80  |
| Recolección, registro y análisis de información de datos .....                             | 81  |
| Comunicación del análisis de datos .....                                                   | 83  |
| Medidas de tendencia central y de dispersión .....                                         | 85  |
| Interpretación de medidas de tendencia central<br>para la toma de decisiones .....         | 86  |
| Interpretación de medidas de dispersión<br>para la toma de decisiones .....                | 89  |
| Tendencias en los datos .....                                                              | 92  |
| Interpretación de la variación de datos .....                                              | 93  |
| Experimentos aleatorios y registro de los resultados .....                                 | 98  |
| Comprensión de la probabilidad frecuencial y la probabilidad clásica .....                 | 99  |
| Tablas de frecuencia para registro de resultados .....                                     | 101 |
| Medición de probabilidad, su equivalencia y representación .....                           | 103 |
| Cálculo de probabilidad y su equivalencia con representación .....                         | 104 |
| Sucesiones cuadráticas .....                                                               | 106 |
| Representación algebraica de sucesiones de figuras<br>con progresión cuadrática .....      | 107 |
| Representación algebraica de sucesiones de números<br>con progresión cuadrática .....      | 110 |

## FÍSICA

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| Aplicaciones del electromagnetismo .....              | 112 |
| Aparatos tecnológicos de comunicación .....           | 113 |
| Aplicaciones de la hidrostática .....                 | 115 |
| Aplicaciones del principio de Pascal .....            | 116 |
| Aplicaciones del principio de Arquímedes .....        | 119 |
| Cambio climático .....                                | 121 |
| Contribución del ser humano al cambio climático ..... | 122 |
| Cinemática .....                                      | 126 |
| Movimiento rectilíneo uniforme .....                  | 127 |
| Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado .....   | 129 |



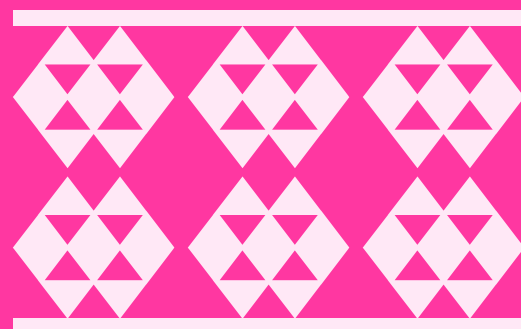
|                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Conservación de la energía mecánica .....                                                                                      | 132 |
| Energía cinética .....                                                                                                         | 133 |
| Transferencia de energía por trabajo .....                                                                                     | 134 |
| Energía potencial .....                                                                                                        | 135 |
| Energía mecánica .....                                                                                                         | 137 |
| Conservación de la energía mecánica .....                                                                                      | 138 |
| Constitución de la materia .....                                                                                               | 140 |
| Avances recientes en la comprensión de la constitución de la materia .....                                                     | 141 |
| Proceso histórico de construcción de nuevas teorías .....                                                                      | 142 |
| Cuantificación de la realidad .....                                                                                            | 144 |
| Magnitudes y unidades físicas .....                                                                                            | 145 |
| Unidades básicas y derivadas en el SI .....                                                                                    | 146 |
| Desarrollo científico y tecnológico .....                                                                                      | 152 |
| Contribuciones al conocimiento científico<br>y tecnológico en el ámbito nacional .....                                         | 153 |
| Contribuciones al conocimiento científico<br>y tecnológico en el ámbito internacional .....                                    | 156 |
| Influencia del conocimiento científico y tecnológico en la sociedad .....                                                      | 159 |
| Dinámica del Sistema Solar .....                                                                                               | 162 |
| Movimiento de los planetas: leyes de Kepler .....                                                                              | 163 |
| Fuerza de gravedad: ley de gravitación universal de Newton .....                                                               | 167 |
| Efecto invernadero .....                                                                                                       | 169 |
| Calor, radiación y temperatura .....                                                                                           | 170 |
| Efecto invernadero y sus causas .....                                                                                          | 175 |
| Energía solar .....                                                                                                            | 177 |
| Aprovechamiento de la energía solar para uso cotidiano .....                                                                   | 178 |
| Energía térmica .....                                                                                                          | 182 |
| Calor .....                                                                                                                    | 183 |
| Formas de transferencia de calor .....                                                                                         | 185 |
| Máquinas térmicas .....                                                                                                        | 187 |
| Motor de combustión interna .....                                                                                              | 188 |
| Equilibrio .....                                                                                                               | 190 |
| Fuerza de fricción .....                                                                                                       | 191 |
| Fuerzas en equilibrio .....                                                                                                    | 193 |
| Equilibrio térmico .....                                                                                                       | 195 |
| Equilibrio térmico y temperatura .....                                                                                         | 196 |
| Estructura de la materia .....                                                                                                 | 198 |
| Teorías sobre la estructura de la materia .....                                                                                | 199 |
| Antecedentes que dieron origen a los modelos atómicos .....                                                                    | 200 |
| Modelos atómicos y de partículas .....                                                                                         | 202 |
| Fenómenos meteorológicos extremos .....                                                                                        | 204 |
| Causas de fenómenos meteorológicos extremos .....                                                                              | 205 |
| Fuentes de energía .....                                                                                                       | 208 |
| Fuentes de energía no fósiles .....                                                                                            | 209 |
| Fuentes no renovables de energía .....                                                                                         | 216 |
| Saberes, prácticas y artefactos para el aprovechamiento<br>de las diversas fuentes renovables y no renovables de energía ..... | 217 |

|                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Gases que contribuyen al efecto invernadero .....                                         | 222 |
| Excesiva combustión produce contaminación .....                                           | 223 |
| Herramientas de exploración del Universo .....                                            | 226 |
| Telescopios ópticos .....                                                                 | 227 |
| Radiotelescopios .....                                                                    | 230 |
| Telescopios en otras longitudes de onda .....                                             | 231 |
| Sondas espaciales .....                                                                   | 232 |
| Magnetismo .....                                                                          | 233 |
| Fenómenos magnéticos .....                                                                | 234 |
| Campo magnético .....                                                                     | 236 |
| Materiales para mejorar la calidad de vida .....                                          | 239 |
| Materiales en la vida cotidiana de los seres humanos .....                                | 240 |
| Propiedades y características de los materiales de uso común .....                        | 242 |
| Medidas en la comunidad .....                                                             | 245 |
| Las unidades de medición más útiles en nuestros entornos .....                            | 246 |
| Metrología .....                                                                          | 249 |
| Instrumentos de medición .....                                                            | 250 |
| Notación científica y órdenes de magnitud .....                                           | 253 |
| Medidas de mitigación y adaptación<br>en tu comunidad ante el cambio climático .....      | 257 |
| Efecto invernadero y cambio climático .....                                               | 258 |
| Origen y evolución del Universo .....                                                     | 261 |
| La Gran Explosión .....                                                                   | 262 |
| Resolución de problemas .....                                                             | 265 |
| Problemas de la vida cotidiana .....                                                      | 266 |
| Categorización del pensamiento científico .....                                           | 267 |
| La conformación de la materia .....                                                       | 269 |
| Modelos atómicos .....                                                                    | 270 |
| Modelo de partículas de la materia .....                                                  | 274 |
| Tres estados de la materia: sólido, líquido y gaseoso,<br>y sus propiedades físicas ..... | 276 |
| Dinámica .....                                                                            | 278 |
| Fuerza y movimiento .....                                                                 | 279 |
| Velocidad .....                                                                           | 282 |
| Aceleración .....                                                                         | 285 |
| Leyes de Newton .....                                                                     | 287 |
| Hidrostática .....                                                                        | 290 |
| Presión .....                                                                             | 291 |
| Principio de Pascal .....                                                                 | 294 |
| Densidad .....                                                                            | 295 |
| Principio de Arquímedes .....                                                             | 297 |
| Electricidad .....                                                                        | 300 |
| Carga eléctrica .....                                                                     | 301 |
| Corriente eléctrica .....                                                                 | 304 |
| Resistencia eléctrica .....                                                               | 305 |
| Voltaje .....                                                                             | 306 |
| Manifestaciones y aplicaciones de la energía eléctrica .....                              | 308 |
| Protocolos de seguridad para el uso de la energía eléctrica .....                         | 312 |

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| Electromagnetismo .....                                          | 316 |
| Interacción entre electricidad y magnetismo .....                | 317 |
| Ondas electromagnéticas .....                                    | 320 |
| La luz como onda electromagnética .....                          | 323 |
| Créditos bibliográficos .....                                    | 326 |
| Créditos iconográficos .....                                     | 330 |
| ¡Expresamos nuestras ideas para ejercer nuestros derechos! ..... | 335 |

# Construcción de polígonos regulares

Saber cómo utilizar los diferentes instrumentos del juego de geometría (transportador, escuadras, compás y regla) para construir polígonos regulares con base en algunos datos proporcionados (número de lados y ángulos que tienen) es importante para conocer las relaciones que existen entre los elementos que conforman a estas figuras geométricas.





# Construcción de polígonos regulares a partir de las medidas de sus lados y ángulos

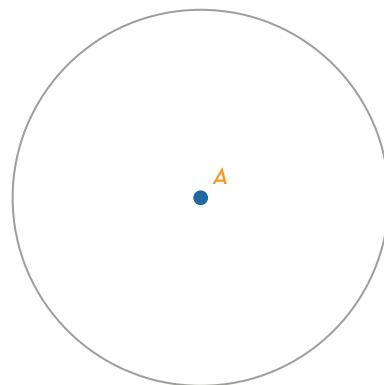
Un *polígono* es una figura geométrica cerrada cuyos lados son segmentos rectos; los hay regulares e irregulares. Un polígono regular tiene todos los lados y ángulos iguales, como el triángulo equilátero, porque sus tres lados comparten la misma medida, y sus ángulos, la misma abertura. En cambio, un polígono irregular tiene uno o más lados o ángulos de diferente medida.

La siguiente tabla muestra cuatro características que deben ser consideradas para elaborar polígonos regulares:

| Nombre               | Número de lados | Número de vértices | Número de ángulos | Medida de cada ángulo interior |
|----------------------|-----------------|--------------------|-------------------|--------------------------------|
| Triángulo equilátero | 3               | 3                  | 3                 | $60^\circ$                     |
| Cuadrado             | 4               | 4                  | 4                 | $90^\circ$                     |
| Pentágono regular    | 5               | 5                  | 5                 | $108^\circ$                    |
| Hexágono regular     | 6               | 6                  | 6                 | $120^\circ$                    |
| Eneágono regular     | 9               | 9                  | 9                 | $140^\circ$                    |
| Dodecágono regular   | 12              | 12                 | 12                | $150^\circ$                    |

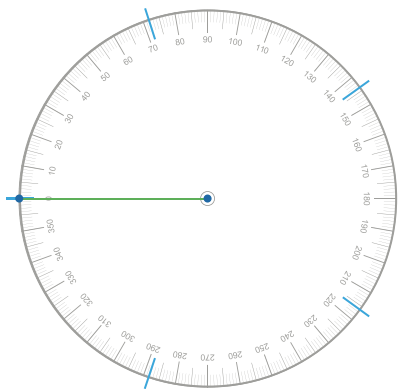
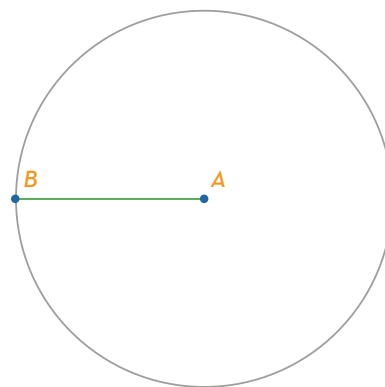
Para construir un polígono regular, por ejemplo, que tenga cinco lados, hay que seguir los siguientes pasos:

1. Trazar una circunferencia de radio cualquiera con centro en el punto *A*.
2. Ubicar los vértices del polígono sobre la circunferencia. Para ello, es necesario realizar una división. En este caso, como es un pentágono regular (polígono de cinco lados de igual medida), se dividirá la amplitud del mayor ángulo central de la circunferencia, el cual mide  $360^\circ$ , entre 5, lo que da como resultado  $72^\circ$ .



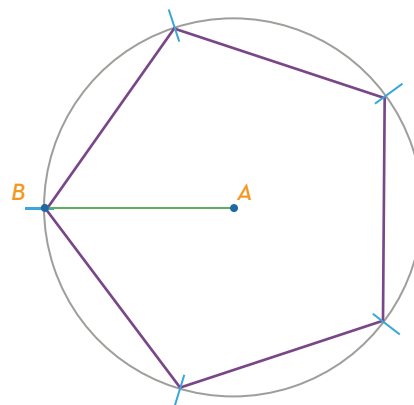
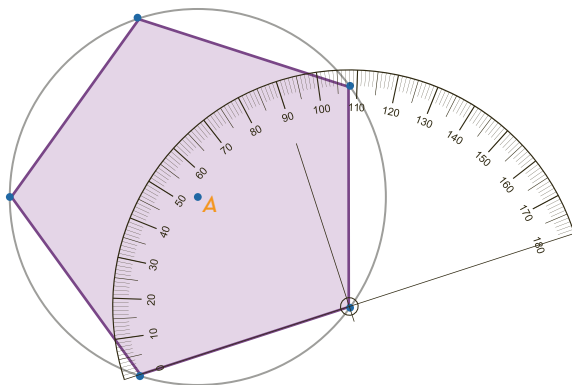


3. Trazar un radio de la circunferencia, es decir, un segmento que inicie desde el centro  $A$  hasta tocar un punto  $B$  de ésta.



4. Ubicar el transportador sobre el radio, medir  $72^\circ$  y poner una marca sobre la circunferencia. Llevar a cabo este paso hasta tener cinco marcas que corresponden a los cinco vértices del pentágono ( $72^\circ$ ,  $144^\circ$ ,  $216^\circ$ ,  $288^\circ$  y  $360^\circ$ ).

5. Unir las marcas que se acaban de trazar, de manera consecutiva, sobre la circunferencia, de tal forma que el resultado sea un polígono regular denominado *pentágono regular*.



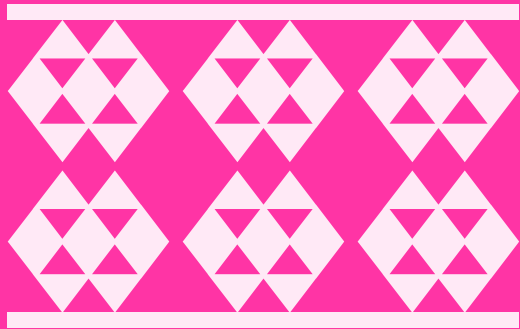
6. Finalmente, usar el transportador para comprobar que cada ángulo interior mide  $108^\circ$ .

Como puede observarse en la tabla de la página anterior, existe una relación entre las cuatro características de los polígonos enlistados: el número de lados, de vértices, y el número y la medida de ángulos en cada figura. Estas características tienen correspondencia de valores. Además, cada polígono regular posee tantos ángulos interiores de igual medida como este valor.



Para construir un polígono regular es recomendable apoyarse en una circunferencia para que el polígono quede inscrito en ella. Con la finalidad de facilitar el trazo, antes de iniciar es importante conocer sus características (número de lados y medida de sus ángulos).





## Representación algebraica de áreas

Apoyarse en expresiones algebraicas para representar el área de cuadrados y rectángulos permite conocer las medidas de sus lados. Ello facilita resolver problemas que pueden representarse, por ejemplo, en una operación de compra o venta de un terreno. Estos tipos de situaciones se resuelven con ecuaciones cuadráticas de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde las literales  $a$ ,  $b$ , y  $c$  son cantidades conocidas y la incógnita  $x$  representa un valor arbitrario.



# Comprensión de la ecuación

## $ax^2 + bx + c = 0$

Para usar la ecuación cuadrática es necesario conocer lo que representa cada símbolo que la conforma, así como las diferentes maneras en que puede escribirse.

Una *ecuación cuadrática* o *de segundo grado* es aquella que tiene el valor 2 como mayor exponente de la incógnita. En una ecuación de este tipo, por ejemplo, el primer término cuadrático es de la forma  $ax^2$ . El segundo término de la ecuación es lineal y su exponente es 1; por ejemplo,  $bx$  es un término lineal. Al tercer término se le llama *independiente*, y es un valor numérico que se representa con la literal  $c$ . Lo anterior se une en una ecuación de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Las literales  $a$ ,  $b$ , y  $c$  pueden tomar cualquier valor de la recta numérica (números negativos, positivos o cero) y modificar la estructura de la ecuación de segundo grado. Por ejemplo, si  $c = 0$  y  $a$  y  $b$  toman cualquier otro valor diferente de cero, la ecuación sigue siendo cuadrática, pero con la forma  $ax^2 + bx = 0$ , es decir, es una ecuación de segundo grado, pero incompleta.

Otro ejemplo es el siguiente: si  $b = 0$  y  $a$  y  $c$  toman cualquier otro valor diferente a cero, se obtiene otra ecuación cuadrática incompleta de la forma  $ax^2 + c = 0$ . Recuerda: una ecuación es cuadrática cuando tiene al número 2 como mayor exponente de la incógnita  $x$ .

Si el valor de  $a$  es 0, el término cuadrático  $ax^2$  también lo será y la ecuación deja de ser cuadrática. Entonces, la expresión corresponde a una ecuación lineal de la forma  $bx + c = 0$ .

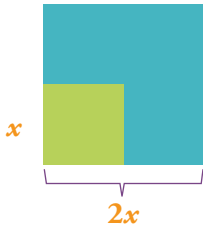
Para identificar si una ecuación es cuadrática, una vez simplificados los términos comunes y ordenados de mayor a menor, el valor del exponente de la incógnita, para el primer término de la ecuación, debe ser 2.



## Ejemplos de uso de la expresión $ax^2 + bx + c$ para representar áreas de figuras geométricas

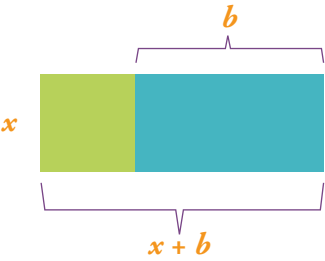
Para determinar el área de un cuadrado o rectángulo, se debe multiplicar la base de la figura por su altura. En caso de desconocer las medidas de los lados, puede emplearse una literal para representar el lado más corto y, en función de esta medida, representar el largo del otro lado. Así, en este caso el producto será una expresión algebraica de segundo grado.

En la siguiente tabla se muestra la representación geométrica de un cuadrado y su ecuación para indicar el área ( $A$ ).

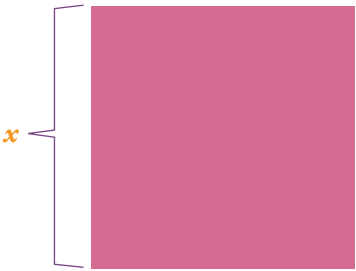
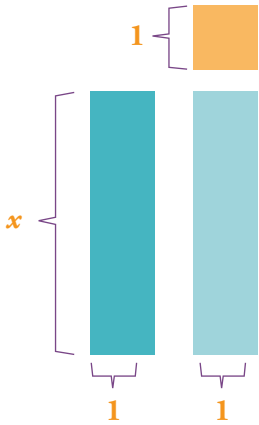
| Cuadrado                                                                                    | Área ( $A$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br>$x$  | $A = x \cdot x = x^2$<br><p>El área se relaciona con las medidas desconocidas de los lados. Si se conoce su área, es posible determinar la longitud de los lados.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <br>$2x$ | <p>Si los lados de un cuadrado miden el doble de la longitud de <math>x</math>, el área aumenta.</p> <br>$A = 2x \cdot 2x = 4x^2$<br><p>El cuadrado verde cabe cuatro veces en el azul, es decir, el área del cuadrado azul es cuatro veces la del cuadrado verde. La ecuación que relaciona el área y las medidas de los lados se expresa como:</p> |



Al incrementar la longitud de dos lados opuestos del cuadrado en una cantidad  $b$ , se obtiene un rectángulo. Es decir, al incrementar la base del cuadrado, su área también incrementa.

| Rectángulo                                                                        | Área ( $A$ )                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $A = x(x + b) = x^2 + bx$ $A = x^2 + bx$ <p>El producto de la base por la altura relaciona las medidas de los lados con el área del rectángulo. Se logra relacionar la longitud (<math>x</math>) y el incremento (<math>b</math>) con el área en una ecuación cuadrática.</p> |

Con base en el aumento de las áreas, se presentan los siguientes cuadrados y rectángulos:

| Cuadrados y rectángulos                                                             | Área ( $A$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $A = x^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|  | <p>Al sumarse las longitudes <math>x</math>, <math>x</math> y <math>1</math>, se establece el largo de la figura:</p> $2x + 1$ <p>El área total de la figura se calcula como:</p> $A = (2x + 1)(1)$ $A = 2x + 1$ <p>También es posible determinar el área de cada figura, es decir, el área de cada rectángulo es:</p> $x \cdot 1 = x$ <p>Por su parte, el área del cuadrado es <math>1</math>.</p> <p>Al sumar las áreas de los rectángulos y el cuadrado, se determina el área total de la figura:</p> $A = 2x + 1$ |

| Cuadrados y rectángulos | Área (A)                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                         | <p>Al usar el cuadrado y los rectángulos previos, es posible presentar otro cuadrado y determinar el área total como la suma de sus áreas.</p> $A = x^2 + 2x + 1$ <p>La suma de las áreas forma una ecuación cuadrática que representa el área total de la figura presentada.</p> |

En las tablas anteriores se mostró que el área de cuadrados y rectángulos puede representarse con una expresión cuadrática.

Una expresión de la forma  $ax^2 + bx + c$  representa geométricamente el área de figuras planas, lo cual ocurre cuando la incógnita está asociada a la medida de alguno de los lados desconocidos. En ocasiones se conoce el área y se usa la ecuación para determinar el valor desconocido  $x$ .

Se mostraron representaciones algebraicas de áreas en cuadrados y rectángulos. Además, fue posible construir con los cuadrados y rectángulos una figura cuya expresión algebraica es de la forma:

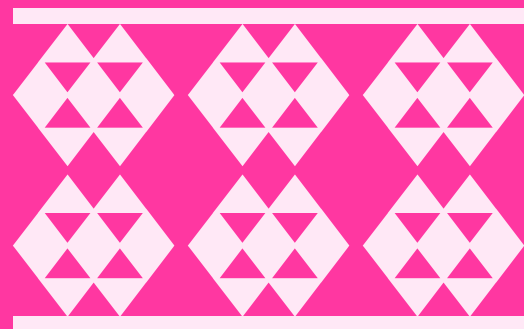
$$ax^2 + bx + c$$

La expresión relaciona el área total de la figura construida con las medidas desconocidas de sus lados.



# Propiedades de los exponentes para la resolución de operaciones algebraicas

Las leyes de los exponentes son propiedades importantes del álgebra que permiten resolver las operaciones de multiplicación y división de expresiones algebraicas de uno o más términos. Es importante reconocer los elementos de la potenciación y sus aplicaciones.



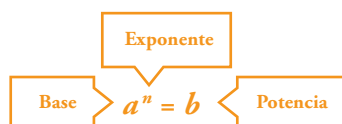


# Comprensión de las operaciones algebraicas mediante propiedades de los exponentes

La potenciación se puede pensar como la abreviatura de una multiplicación, es decir, es una simplificación de una multiplicación reiterada, cuya base corresponde al factor que se multiplica por sí mismo las veces que indique el exponente.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ veces}} = b$$

Los elementos de la potenciación son base, exponente y potencia, donde  $a$  es la base,  $n$  el exponente y el resultado  $b$  se denomina *potencia*.



Después de multiplicar  $a$  consigo misma  $n$  veces, el resultado es  $b$ . Ejemplos:

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \quad 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

En la siguiente tabla se muestran las propiedades de los exponentes, la expresión que describe a cada una y algunos ejemplos.

| Propiedad                          | Expresión                                               | Explicación                                                                                                                                                                                | Ejemplos                                                                    |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <b>Multiplicación de potencias</b> | $a^n \times a^m = a^{n+m}$                              | Al multiplicar potencias con la misma base, el resultado es una potencia que conserva la base. Su exponente es la suma de los exponentes de las bases.                                     | $y^2 \times y^3 = y^{2+3} = y^5$<br>$3^1 \times 3^4 = 3^{1+4} = 3^5 = 243$  |
| <b>División de potencias</b>       | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$<br>Con $a$ distinto de cero | Al dividir potencias con la misma base, el resultado es una potencia que conserva la base. Su exponente es la diferencia de los exponentes de la potencia del numerador y del denominador. | $\frac{a^8}{a^6} = a^{8-6} = a^2$<br>$\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2 = 49$ |
| <b>Potencia de una potencia</b>    | $(a^n)^m = a^{n \times m}$                              | Al elevar una potencia a otra potencia, el resultado conserva la base y el exponente es el producto de los exponentes.                                                                     | $(y^n)^m = y^{n \times m}$<br>$(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6 = 4096$       |
| <b>Potencia con exponente cero</b> | Si $a$ es distinto de cero,<br>$a^0 = 1$                | Toda potencia con exponente cero es igual a uno, siempre y cuando la base sea diferente de cero.                                                                                           | $9^0 = 1$<br>$x^0 = 1, \text{ con } x \neq 0$                               |





| Propiedad                               | Expresión                                                                  | Explicación                                                                                                                             | Ejemplos                                                              |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <b>Potencias de producto</b>            | $(a \times b)^n = a^n \times b^n$                                          | La potencia de una multiplicación es igual a la multiplicación de las potencias, es decir, se distribuye la potencia sobre el producto. | $(2 \times 5)^4 = 2^4 \times 5^4$<br>$= 16 \times 625$<br>$= 10\,000$ |
| <b>Potencias de cocientes</b>           | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$<br>Con $b$ distinto de cero | La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias, es decir, se distribuye la potencia sobre la división.                | $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$        |
| <b>Potencias con exponente negativo</b> | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$<br>Con $a$ distinto de cero                       | La potencia negativa es igual al inverso multiplicativo de la cantidad. Su potencia cambia de signo.                                    | $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$<br>$5^{-1} = \frac{1}{5}$                    |

Enseguida se muestran ejemplos para comprender con más detalle cómo se aplican las propiedades de las potencias.

#### Ejemplo 1

Realizar la siguiente operación aplicando las propiedades de las potencias:  $x^2(x + x^3)$ .

Obsérvese que se tiene un producto de dos factores: el primero es  $x^2$  y el segundo,  $x + x^3$ . Entonces, se aplica la propiedad distributiva y la multiplicación de potencia: primero con  $x^2$  y  $x$ , después  $x^2$  con  $x^3$ :

$$x^2 x + x^2 x^3 = x^{2+1} + x^{2+3} = x^3 + x^5$$

En este ejemplo se utilizó dos veces la multiplicación de potencias.

#### Ejemplo 2

Utilizar las propiedades de las potencias para resolver la siguiente expresión:

$$\frac{y^{10} y^5}{y^2}$$

Para resolverla se aplicarán dos propiedades de las potencias: en el numerador se multiplicarán las potencias y después el resultado se dividirá entre el denominador. Se inicia por el numerador.

$$\frac{y^{10} y^5}{y^2} = \frac{y^{10+5}}{y^2} = \frac{y^{15}}{y^2}$$



Ahora se aplica la división de potencias:

$$\frac{y^{15}}{y^2} = y^{15-2} = y^{13}$$

Finalmente, se llega al resultado:

$$\frac{y^{10} y^5}{y^2} = y^{13}$$

Este proceso también se conoce como *simplificación*; con éste se reduce la operación algebraica a su mínima expresión.

### Ejemplo 3

Desarrollar el siguiente producto:

$$x^5(x^2 y^4)^3$$

En este ejemplo se aplicarán dos propiedades de las potencias: el producto de potencias, donde el primer factor es  $x^5$  y el segundo factor es  $(x^2 y^4)^3$ , y la potencia de productos al último factor.

Se comienza con la potencia de productos:

$$x^5 (x^2 y^4)^3 = x^5 (x^{2 \times 3} y^{4 \times 3}) = x^5 (x^6 y^{12})$$

Ahora se realiza el producto de potencias. En este caso es importante notar que no todas las bases son iguales, de manera que sólo se aplica la propiedad en las expresiones con base  $x$ :

$$x^5 (x^6 y^{12}) = x^{5+6} y^{12} = x^{11} y^{12}$$

En este ejemplo se evidencia que, para realizar de forma correcta las operaciones de potenciación, en primer lugar se debe identificar qué propiedad de los exponentes se pueda aplicar. En segundo lugar, se debe trabajar la propiedad realizando de forma correcta las operaciones en los exponentes. En tercer lugar, si es necesario, se debe simplificar la expresión y así se encontrará el resultado final.



#### Ejemplo 4

Una bacteria se reproduce rápidamente. Cada segundo se duplica la cantidad de microorganismos existentes, es decir, después de un segundo ya se tendrán dos bacterias; habrá cuatro bacterias después de dos segundos; después de tres segundos se tendrán ocho bacterias, y así sucesivamente (ver tabla).

La expresión que permite determinar el número de bacterias según los segundos transcurridos  $t$  es  $2^t$ .

| Segundos | Número de bacterias |
|----------|---------------------|
| 0        | $2^0 = 1$           |
| 1        | $2^1 = 2$           |
| 2        | $2^2 = 4$           |

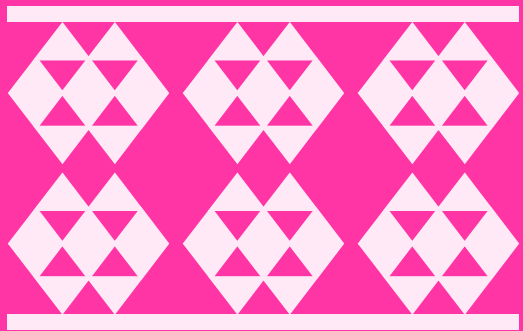
Al suponer que se introduce otra bacteria que acelera su reproducción en un factor  $3^t$ ; al multiplicar las cantidades se utiliza la propiedad de potencias de productos para determinar la reproducción:

$$2^t \times 3^t = (2 \times 3)^t = 6^t$$

Las leyes de los exponentes son esenciales para comprender y resolver las operaciones algebraicas e identificar cada propiedad de los exponentes. Saber cómo aplicarlas es esencial para resolver operaciones algebraicas.



Las leyes de los exponentes son útiles para resolver operaciones algebraicas en problemas de aplicación en distintos ámbitos de las ciencias, como la física, en la que se utilizan para expresar cantidades muy pequeñas o muy grandes; en computación, para crear algoritmos y el conteo binario; en biología, para estudiar el crecimiento exponencial de algunas bacterias y virus; en economía y finanzas, para hacer proyecciones de ganancias y pérdidas, así como estimar el comportamiento del mercado financiero.



# Desigualdades con expresiones algebraicas

En algunas ocasiones, encontrar un rango de valores posibles de una situación es más conveniente que encontrar una solución individual. Por ejemplo, en una carretera la velocidad máxima permitida para transitar es de 80 km/h; es decir, para que un conductor evite ser multado debe ir en un rango de velocidad que sea menor o igual a 80 km/h. Las desigualdades de expresiones algebraicas se caracterizan por tener como solución un rango de valores.



# Comprensión de la desigualdad algebraica

Para comparar dos cantidades se usa la relación de orden “mayor que”, “menor que” o “igual que”; por ejemplo, si  $a$  es un número mayor que otro número  $b$ , entonces se dice que  $a$  es mayor que  $b$  y se representa como  $a > b$ . A esta expresión se le llama *desigualdad*, la cual indica que una cantidad es mayor que la otra.

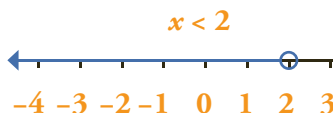
Los símbolos para representar las desigualdades son los siguientes:

| Símbolos de desigualdad |     |                   |        |
|-------------------------|-----|-------------------|--------|
| Mayor que               | $>$ | Mayor o igual que | $\geq$ |
| Menor que               | $<$ | Menor o igual que | $\leq$ |

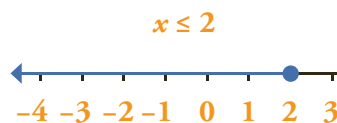
Las expresiones algebraicas contienen al menos una variable o incógnita en sus componentes. Así, las expresiones  $3x - 2 \geq 5$  y  $6x < 2x + 4$  son desigualdades algebraicas de una variable, también llamadas *inecuaciones*.

El conjunto solución de una desigualdad algebraica es un conjunto de valores (o rango de valores) tal que si cada elemento de ese conjunto se sustituye en la variable de la expresión, resulta una desigualdad cierta.

Por ejemplo, para la desigualdad algebraica  $5 + x < 7$ , el conjunto solución lo conforman todos los valores tales que tienen que ser menores a 2 o en forma de desigualdad  $x < 2$ . Esto quiere decir que al sustituir todos los valores menores a 2 en la expresión algebraica, la desigualdad se cumple. La gráfica del conjunto solución se puede colocar en la recta numérica como se muestra en la imagen de al lado.



Obsérvese que el valor 2 tiene un punto sin rellenar, lo cual quiere decir que el valor 2 no se toma en cuenta en la desigualdad. Pero si la desigualdad fuera  $5 + x \leq 7$ , en este caso el conjunto solución es  $x \leq 2$  y su gráfica sería la imagen de la derecha.



Obsérvese ahora que el punto que señala al 2 es un punto relleno, el cual indica que el valor 2 es tomado en cuenta en el conjunto solución de la desigualdad.

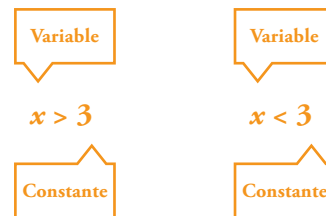
Las desigualdades algebraicas se usan para describir situaciones en las que la solución es un conjunto de valores. Este conjunto puede ser descrito gráficamente en una recta numérica y dependerá del símbolo de la desigualdad. Si es  $<$  o  $>$ , el punto donde inicia la gráfica será sin relleno, pues no pertenece a la desigualdad. Por el contrario, si es  $\leq$  o  $\geq$ , el punto es con relleno, pues pertenece a la desigualdad.



# Ejemplos de resolución de desigualdades algebraicas

Las desigualdades son distintas a las ecuaciones, pero el conocimiento de las últimas puede ayudar a comprender la resolución de desigualdades algebraicas. Por ello, es útil conocer las propiedades de las desigualdades que permiten solucionar expresiones algebraicas de una variable.

Al resolver una desigualdad algebraica, la meta es reescribirla en la forma:



Para lograr esto se deben usar las propiedades de las desigualdades.

**Propiedad de la suma y la resta en las desigualdades.** Un mismo número se puede sumar o restar a cada lado de una desigualdad sin modificar el conjunto solución de ésta.

Si  $a < b$ , entonces  $a + c < b + c$ .

Si  $a > b$ , entonces  $a - c > b - c$ .

Esta propiedad se cumple para todas las representaciones de desigualdad.

**Propiedad de la multiplicación y la división.** Cada lado de la desigualdad se puede multiplicar o dividir por el mismo número positivo sin cambiar el conjunto solución de la desigualdad.

Si  $a < b$  y  $c$  es un número positivo, entonces  $ac < bc$ .

Si  $a < b$  y  $c$  es un número positivo, entonces  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .



Pero si cada lado de la ecuación se multiplica o divide por un *número negativo*, entonces el símbolo se invierte y cambia el conjunto solución.

Si  $a > b$  y  $c$  es un número negativo, entonces  $ac < bc$ .

Si  $a < b$  y  $c$  es un número negativo, entonces  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

Esta propiedad se cumple para todas las representaciones de desigualdad.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de cómo hallar el conjunto solución de desigualdades usando las propiedades mencionadas y enmarcadas en diferentes contextos.

#### Ejemplo 1

Un estudiante debe tener por lo menos 95 puntos de 100 en cinco exámenes para obtener una calificación de 10. Los resultados del estudiante en cuatro exámenes anteriores fueron 19.3, 17.3, 20 y 18.6. Hallar la calificación del último examen que permita obtener 10 de calificación.

Para solucionar, primero se reescribe el problema en términos de una desigualdad. Se representa la calificación faltante como la variable  $x$  y se suma con las cuatro calificaciones anteriores.

$$19.3 + 17.3 + 20 + 18.6 + x$$

Como la suma de las calificaciones debe ser igual o mayor a 95, entonces se expresa:

$$75.2 + x \geq 95$$

Para solucionar la desigualdad se usa la propiedad de la resta, y en ambos lados de la desigualdad se resta **75.2**:

$$75.2 - 75.2 + x \geq 95 - 75.2$$

$$\text{Se simplifica: } x \geq 19.8$$

De esta manera el conjunto solución es  $x \geq 19.8$ , es decir, el estudiante debe obtener un puntaje mayor o igual que 19.8 en el siguiente examen para obtener 10 de calificación.

#### Ejemplo 2

Un bote tiene una capacidad máxima de 300 kg de carga. Su conductor decide transportar cajas de 13 kg. Hallar el número de cajas que puede transportar el conductor en el bote, si el conductor pesa 79 kg.



Para solucionar el ejemplo, primero se reescribe el problema en términos de una desigualdad. La variable  $n$  representará la cantidad de cajas que se pueden transportar. Se multiplica el número de cajas por la masa correspondiente a cada caja y se le suma la masa corporal del conductor.

$$13n + 79$$

Como la cantidad anterior debe ser menor o igual que 300, entonces se escribe:

$$13n + 79 \leq 300$$

Para solucionar la desigualdad se usa la propiedad de la resta. En ambos lados de la desigualdad se resta 79 y se simplifica.

$$13n + 79 - 79 \leq 300 - 79$$

$$13n \leq 221$$

El siguiente paso es usar la propiedad de la división, ambos lados de la desigualdad se dividen entre 13 y se simplifica:

$$\frac{13n}{13} \leq \frac{221}{13}$$
$$n \leq 17$$

De esta manera, el conjunto solución es  $n \leq 17$ , es decir, las cajas que se pueden transportar en el bote son 17 o menos, para evitar que el bote se hunda por superar la capacidad máxima de carga.

### Ejemplo 3

Se quiere construir un triángulo que tenga una base de 8 m y su altura esté limitada por la expresión  $(-2x + 3)$ , siempre y cuando su área sea menor a  $36 \text{ m}^2$ . Encontrar qué valores puede tener la altura del triángulo.

Para solucionar el ejemplo se reescribe el problema en términos de una desigualdad, al emplear la expresión para calcular el área de un triángulo  $A = \frac{bh}{2}$ .

Al sustituir los datos del problema, se obtiene:

$$\frac{8(-2x + 3)}{2} < 36$$





A continuación, se presentan los pasos para simplificar la desigualdad, una vez realizada la multiplicación del numerador.

$$\frac{-16x}{2} + \frac{24}{2} < 36$$

$$-8x + 12 < 36$$

Para solucionar la desigualdad, primero se usa la propiedad de la resta: en ambos lados de la desigualdad se resta **12** y se simplifica:

$$-8x + 12 - \mathbf{12} < 36 - \mathbf{12}$$

$$-8x < 24$$

El siguiente paso es usar la propiedad de la división y ambos lados de la desigualdad se dividen entre **-8**. Se va a dividir por un número negativo; por tanto, el símbolo de desigualdad debe invertirse:

$$\frac{-8x}{-8} > \frac{24}{-8}$$

$$x > -3$$

El conjunto solución es  $x > -3$ , es decir, si se sustituye cualquier valor mayor que  $-3$  en la expresión algebraica de la altura, la desigualdad que expresa el área del triángulo se cumple. Obsérvese que, para que este ejemplo tenga sentido, el valor de  $x$  debe estar entre  $-3 < x < 1.5$ , porque si se agrega un valor mayor que 1.5, por ejemplo 2, al sustituirlo en la expresión  $-8(2) + 12 = -16 + 12 = -4$ , el resultado estaría expresando un área negativa, y en este caso esa área no tiene una interpretación física.

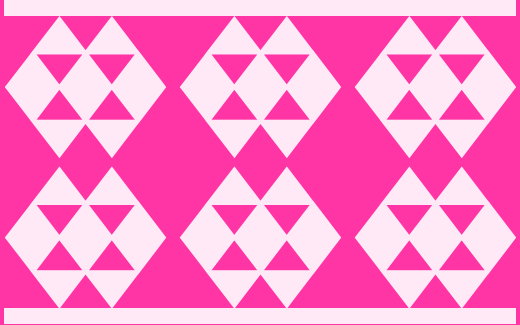
Resolver una desigualdad algebraica con una sola variable implica hallar el conjunto de valores correspondientes a la variable. Para lograr esto se utilizan las propiedades de la suma, la resta, la multiplicación y la división. Recuérdese que cuando ambos lados de la desigualdad se multiplican o dividen por cualquier número negativo, el símbolo de desigualdad se invierte.



Las desigualdades algebraicas de una variable modelan situaciones en las que la solución es un conjunto de posibles valores que validan la desigualdad. Para dar solución a una desigualdad se aplican ciertas propiedades. Los ejemplos muestran cómo utilizar las propiedades de la desigualdad para la resolución de desigualdades algebraicas de una variable.



# Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas



Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$



donde  $a, b, c, d, e$  y  $f$  son valores conocidos llamados *constantes*, mientras que  $x$  y  $y$  son valores desconocidos llamados *incógnitas*. Para resolver este sistema se buscan los pares ordenados  $(x, y)$  tales que, al sustituirlos en ambas ecuaciones, se satisfagan simultáneamente. Para hallar las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, existen tres métodos de resolución: reducción, igualación y sustitución.



# Método de reducción para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Aplicar el método de reducción a un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas consiste en multiplicar ambas ecuaciones de manera que, al sumarmas o restarlas, una de las incógnitas se elimine y resulte una ecuación con una sola incógnita sencilla de resolver.

Enseguida se ejemplifica el método de reducción mediante una situación de compra.

## Ejemplo

María y Laura aprovecharon una promoción de venta que incluía todos los pantalones al mismo precio y todas las camisas al mismo precio, María compró un par de pantalones y tres camisas con \$2 300. Laura adquirió tres pantalones y dos camisas con \$2 450. Hallar el costo de cada pantalón y camisa.

Para saber el costo de cada pantalón de mezclilla y camisa, se plantea un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$ , es decir, dos ecuaciones con dos incógnitas. La primera incógnita, representada con la literal  $x$ , simbolizará el costo de cada pantalón de mezclilla, y la segunda, representada con  $y$ , el costo de cada camisa. Al modelar el sistema de ecuaciones de este problema, se tiene:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2\,300 \\ 3x + 2y = 2\,450 \end{cases}$$

Ahora se busca el valor de las incógnitas que satisfacen el sistema anterior, como sigue:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 2\,300 \text{ (Ecuación 1)} \\ 3x + 2y &= 2\,450 \text{ (Ecuación 2)} \end{aligned}$$

1. Se suman ambas ecuaciones y se obtiene:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 2\,300 \\ + \quad 3x + 2y = 2\,450 \\ \hline 5x + 5y = 4\,750 \end{array}$$



El resultado obtenido indica que, al sumar los términos con las mismas incógnitas, ninguna se cancela. Entonces, se elige eliminar una de ellas; por ejemplo, la incógnita  $x$ . Para ello, los coeficientes de dicha incógnita deberán ser el mismo número, pero de signo contrario. Una manera de lograrlo es tomar el valor del coeficiente de  $x$  de la primera ecuación, que es 2, y multiplicarlo por la segunda ecuación; después tomar el coeficiente de  $x$  de la segunda ecuación que es 3, y multiplicarlo por la primera ecuación.

|                                                                                                                  |                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a)                                                                                                               | b)                                                                                               |
| $\begin{array}{r} (3) \text{ por } 2x + 3y = 2300 \\ + \\ (2) \text{ por } 3x + 2y = 2450 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 6x + 9y = 6900 \\ + \\ 6x + 4y = 4900 \\ \hline 12x + 13y = 11800 \end{array}$ |

En b), la incógnita  $x$  no se cancela al sumar ya que ambos términos son positivos. Para cancelar, basta con cambiar el signo del 3 que multiplica a la ecuación 1.

|                                                                                                                   |                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| c)                                                                                                                | d)                                                                                               |
| $\begin{array}{r} (-3) \text{ por } 2x + 3y = 2300 \\ + \\ (2) \text{ por } 3x + 2y = 2450 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} -6x - 9y = -6900 \\ + \\ 6x + 4y = 4900 \\ \hline 0x - 5y = -2000 \end{array}$ |

En d), la incógnita  $x$  se eliminó, y se obtiene una ecuación lineal con una incógnita:  $-5y = -2000$ , la cual se resuelve como sigue:

|                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $-5y = -2000$                                                                                                                                                          | El coeficiente de la incógnita es $-5$ . Se usa la propiedad del inverso multiplicativo para tener un coeficiente de 1. La ecuación se multiplica por $-\frac{1}{5}$ . |
| e)<br>$\begin{array}{l} \left(-\frac{1}{5}\right) \times (-5y) = \left(-\frac{1}{5}\right) \times (-2000) \\ \frac{-5y}{-5} = \frac{-2000}{-5} \\ y = 400 \end{array}$ | Se aplican las propiedades de la igualdad, el producto se realiza en cada lado de la ecuación.                                                                         |



2. De acuerdo con e),  $y = 400$ . Ahora se busca que el coeficiente de la incógnita  $y$  sea cero, para obtener el valor de la incógnita  $x$ .

|                             |                    |
|-----------------------------|--------------------|
| f)                          | g)                 |
| $(-2)$ por $2x + 3y = 2300$ | $-4x - 6y = -4600$ |
| $+$                         | $+$                |
| $(3)$ por $3x + 2y = 2450$  | $9x + 6y = 7350$   |
| <hr/>                       | <hr/>              |
|                             | $5x + 0y = 2750$   |

En g), se obtiene una ecuación con una incógnita:  $5x = 2750$ , la cual se resuelve como sigue:

|                                                                                 |                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $5x = 2750$                                                                     | El coeficiente de la incógnita $x$ es 5. Usando la propiedad del inverso multiplicativo, se multiplica por $\left(\frac{1}{5}\right)$ para tener un coeficiente de 1. |
| h)                                                                              |                                                                                                                                                                       |
| $\left(\frac{1}{5}\right) \times (5x) = \left(\frac{1}{5}\right) \times (2750)$ | Se aplican las propiedades de la igualdad, el producto se realiza en cada lado de la ecuación.                                                                        |
| $\frac{5x}{5} = \frac{2750}{5}$                                                 |                                                                                                                                                                       |
| $x = 550$                                                                       |                                                                                                                                                                       |

3. Por h), se concluye que el valor de  $x$  es 550. Entonces, la solución del sistema de ecuaciones es  $x = 550$  y  $y = 400$ . Para verificar el resultado obtenido, es necesario sustituir los valores de  $x$  y  $y$  en el sistema de ecuaciones, y comprobar que se cumple la igualdad en ambas ecuaciones.

|                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| i)                       | j)                       |
| $2(550) + 3(400) = 2300$ | $3(550) + 2(400) = 2450$ |
| $1100 + 1200 = 2300$     | $1650 + 800 = 2450$      |
| $2300 = 2300$            | $2450 = 2450$            |

4. Con base en i) y j) se comprueba que los valores obtenidos son correctos; por tanto, para responder el problema se dice que el costo de cada pantalón de mezclilla es de \$550, y el de cada camisa es de \$400.

El método de reducción para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas consiste en sumar ambas ecuaciones, de modo que una de las incógnitas desaparezca.

## Método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Además del método de reducción para dar solución a un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, se puede utilizar otro método denominado *igualación*.

Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de igualación consiste en elegir una incógnita que debe despejarse en ambas ecuaciones e igualar las expresiones resultantes. Esta acción construye una ecuación con una incógnita por resolver. En la selección de la incógnita se debe evitar, en la medida de lo posible, la que tenga un coeficiente con fracciones.

### Ejemplo

María tiene un taller de estampado de tazas por sublimación. Debido al alza de los pedidos, compró dos máquinas de sublimación, una pequeña y otra grande, y pagó por ellas \$3 500. Después de una semana la máquina chica se descompuso, así que regresó a la tienda donde la compró y solicitó un reemplazo del producto. En el local le dijeron que podían hacer válida la garantía, pero que ya no tenían ese modelo en existencia y no hacían devoluciones en efectivo. Debido a que los clientes de los pedidos más grandes le adelantaron los pagos, decidió comprar dos máquinas grandes y al hacer válida la garantía pagó únicamente la diferencia, que fue de \$4 000. Calcular el costo de ambas máquinas de sublimación.

Para conocer el costo de cada una de las máquinas, es necesario plantear un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$ . Se asignará la literal  $x$  al costo de la máquina de sublimación grande y  $y$  al costo de la máquina de sublimación chica.

La primera ecuación que plantea el enunciado es la igualdad entre la suma de los costos de la máquina grande y la máquina chica y el primer monto pagado:  $x + y = 3\,500$ .

La segunda ecuación se expresa como la resta del doble del costo de la máquina grande menos el de la máquina chica igualada a la diferencia que pagó:  $2x - y = 4\,000$ . Por lo tanto, el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas que modela el problema de María es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 3\,500 \\ 2x - y = 4\,000 \end{cases}$$



Este sistema se resolverá por el método de igualación, el cual consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones dadas y posteriormente realizar la igualación de ambas incógnitas. Se elige la incógnita  $x$ , por tanto, se despeja a  $x$  de ambas ecuaciones:

| Ecuación 1     | Ecuación 2               |
|----------------|--------------------------|
| a)             | b)                       |
| $x = 3500 - y$ | $x = \frac{4000 + y}{2}$ |

Al obtener las expresiones para la incógnita  $x$  de ambas ecuaciones, se procede a igualarlas:

$$3500 - y = \frac{4000 + y}{2}$$

La expresión anterior es una ecuación con una incógnita. Se resuelve simplificando las cantidades constantes para despejar  $y$ .

$$(2) \times (3500 - y) = (2) \times \left( \frac{4000 + y}{2} \right)$$

$$7000 - 2y = 4000 + y$$

$$7000 - 2y + (-y) = 4000 + y + (-y)$$

$$7000 - 3y = 4000$$

$$(-7000) + 7000 - 3y = (-7000) + 4000$$

$$-3y = -3000$$

$$-\frac{1}{3} \times (-3y) = -\frac{1}{3} \times (-3000)$$

$$y = 1000$$

Se obtuvo el valor de una de las incógnitas. Enseguida se reemplaza este valor de  $y$  en cualquiera de las dos ecuaciones originales. Se elige la primera ecuación para determinar el valor de la incógnita  $x$ :

$$x + y = 3500$$

$$x + (1000) = 3500$$

$$x = 3500 - 1000$$

$$x = 2500$$

Entonces, la solución del sistema es  $x = 2500$  y  $y = 1000$ . Por tanto, el costo de la máquina grande es de \$2500 y el de la máquina chica, \$1000.

El procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$  por el método de sustitución puede diferir debido a la elección de la incógnita que se va a despejar, pero esto no perjudica el resultado del sistema, siempre y cuando se resuelva de manera apropiada.



# Método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Para aplicar el método de sustitución en la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones y se sustituye en la otra ecuación. Lo anterior permite obtener una ecuación con una incógnita. Una vez obtenido el valor de esa incógnita, se vuelve a sustituir éste en la primera ecuación despejada para obtener el valor de la segunda incógnita.

## Ejemplo

Hallar el valor de las incógnitas que satisfacen el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con el método de sustitución.

$$\begin{cases} x + y = 5 \dots 1) \\ 2x + 3y = 12 \dots 2) \end{cases}$$

El método de sustitución recomienda despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Al elegir la ecuación 1) y la incógnita  $x$ , se obtiene:

$$x = 5 - y$$

Se sustituye la expresión obtenida para  $x$  en la ecuación 2) y se simplifica.

$$2(5 - y) + 3y = 12$$

$$10 - 2y + 3y = 12$$

Ésta es una ecuación con una incógnita. Al resolverla se obtiene:

$$10 + y = 12$$

$$10 - 10 + y = 12 - 10$$

$$y = 2$$





Se ha obtenido el valor de una de las incógnitas; ahora este valor se puede sustituir en la expresión despejada para  $x$  o en cualquiera de las dos ecuaciones originales. Se elige sustituir en el despeje para determinar el valor de la incógnita  $x$  de manera inmediata:

$$x = 5 - y$$

$$x = 5 - 2$$

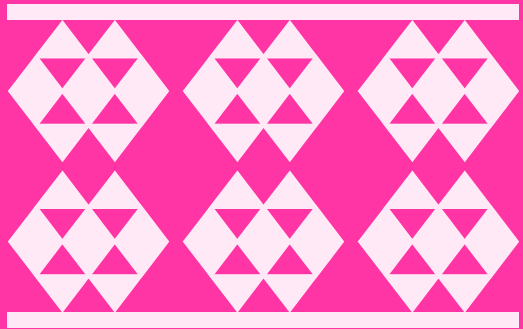
$$x = 3$$

Por tanto, la solución del sistema es  $x = 3$  y  $y = 2$ .

El método de sustitución puede tener diferentes procedimientos en su solución, ya que se puede elegir una de las dos ecuaciones del sistema  $2 \times 2$  y cualquiera de las dos incógnitas para despejarse en un primer momento y, posteriormente, se puede elegir alguna de las dos ecuaciones originales para sustituir en ella el primer valor encontrado o la expresión que se obtuvo al despejar la incógnita seleccionada.



Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es encontrar una pareja  $(x, y)$  que satisfaga simultáneamente a ambas ecuaciones lineales. Los métodos de resolución de éstas se basan en la idea de transformar el sistema original a resolver en otro que sólo cuente con una incógnita. Al usar cualquiera de los métodos, los valores de las incógnitas deberán ser los mismos.



# La proporcionalidad inversa de dos magnitudes o cantidades y su representación

Identificar si las magnitudes o variables involucradas en un fenómeno o situación tienen una relación de proporcionalidad inversa ayuda a describir, comprender, representar y, de ser el caso, estimar comportamientos al calcular algún valor desconocido de las variables involucradas.

Para ello, se estudia la identificación y cálculo de cantidades de relaciones de proporcionalidad inversa.



## Cálculo de la proporcionalidad inversa

La proporcionalidad inversa es una relación entre dos magnitudes tales que, al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa. Por lo general, se da en situaciones de reparto o distribución equitativa. Por ejemplo, la misma cantidad de una sustancia distribuida en recipientes de distinta capacidad, la masa y la aceleración de objetos en movimiento, la presión y el volumen del gas en un recipiente, entre otras.

Una relación entre dos magnitudes es inversamente proporcional si el producto de los valores correspondientes a ambas magnitudes siempre es constante; por ejemplo, para envasar 48 l de agua en botellas de la misma forma y tamaño: al aumentar la capacidad de las botellas, disminuye la cantidad que se requiere de estos recipientes, como se muestra en la tabla siguiente:

| Capacidad (litros) | Cantidad de botellas |                |
|--------------------|----------------------|----------------|
| 1                  | 48                   | $(1)(48) = 48$ |
| 2                  | 24                   | $(2)(24) = 48$ |
| 4                  | 12                   | $(4)(12) = 48$ |
| 6                  | 8                    | $(6)(8) = 48$  |

En este ejemplo, la capacidad de las botellas y la cantidad de éstas para envasar el agua tienen una relación de proporcionalidad inversa, pues el producto de cada par de valores correspondientes siempre es igual a 48, es decir, 48 es la constante de proporcionalidad inversa. Por tanto, siempre se envasa la misma cantidad de agua y lo que cambia es el número de botellas para envasar el agua de acuerdo con su capacidad, es decir, a mayor capacidad, menor número de botellas, o bien a menor capacidad, mayor número de botellas.

La regla de tres inversa es un algoritmo para calcular un valor faltante o desconocido en una relación de proporcionalidad inversa. Este algoritmo consiste en multiplicar los valores correspondientes de las dos magnitudes y dividirlo entre la cantidad conocida correspondiente al valor desconocido que se necesita calcular.



### Ejemplo 1

Se envasa cierta cantidad de pintura en 6 cubetas de 20 l cada una, hasta llenarlas por completo. Hallar el número de cubetas de 4 l de capacidad que se requieren para envasar la misma cantidad de pintura. En este ejemplo, la relación de proporcionalidad inversa se plantea como sigue:

$$6 \text{ cubetas} \longrightarrow 20 \text{ l}$$

$$x \text{ cubetas} \longrightarrow 4 \text{ l}$$

El valor desconocido representa la cantidad de cubetas de 4 l requeridas para envasar la pintura. Se calcula de la forma siguiente:

$$x = \frac{(6 \text{ cubetas})(20 \text{ l})}{4 \text{ l}}$$

$$x = \frac{120}{4} \text{ cubetas}$$

$$x = 30 \text{ cubetas}$$

En esta situación, la constante de proporcionalidad es la cantidad total de pintura que se requiere envasar; es decir, el producto de dos valores correspondientes a la cantidad de cubetas y la capacidad de pintura en cada una. Por ejemplo:

$$(6 \text{ cubetas}) \left( \frac{20 \text{ l}}{1 \text{ cubeta}} \right) = 120 \text{ l}$$

La constante de proporcionalidad es  $k = 120$ .

En una situación de proporcionalidad inversa, el valor faltante también se puede calcular mediante la constante de proporcionalidad de la siguiente manera: se calcula la constante de proporcionalidad y se divide entre el valor conocido correspondiente al valor faltante.

### Ejemplo 2

Cierta cantidad de alimento que comen 24 gallinas dura 10 días. Calcular el número de días que durará la misma cantidad de alimento para 30 gallinas.

Dos pares de valores correspondientes que se conocen en esta situación son 24 gallinas y 10 días. Entonces, la constante de proporcionalidad es:

$$k = (24)(10) = 240$$

Para calcular la cantidad de días correspondiente a 30 gallinas, se divide la constante de proporcionalidad entre 30; esto es:  $240 \div 30 = 8$ .

Por tanto, la misma cantidad de alimento para 30 gallinas durará 8 días.

Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $x$  son valores que tienen una relación de proporcionalidad inversa, tal que:

$$a : b \text{ (se lee } a \text{ es a } b) :: c : x \text{ (se lee } c \text{ es a } x),$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son valores conocidos y  $x$  es un valor desconocido, entonces el valor de  $x$  se calcula como sigue:

$$x = \frac{(a)(b)}{c}$$



# Representación gráfica, tabular y algebraica de la proporcionalidad inversa

La representación tabular, gráfica y algebraica de la proporcionalidad inversa es útil para modelar, comparar y comunicar información de situaciones que involucren esta relación entre magnitudes.

La representación tabular de una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes consiste en organizar los datos correspondientes de esas magnitudes en una tabla.

## Ejemplo

Al aplicar la misma fuerza a objetos del mismo material y forma, pero de masa distinta para ponerlos en movimiento, se registraron los datos de su masa y aceleración en una tabla como la siguiente:

| Masa (kg) | Aceleración (m/s <sup>2</sup> ) |
|-----------|---------------------------------|
| 9         | 8                               |
| 6         | 12                              |
| 4         | 18                              |
| 3         | 24                              |
| 2         | 36                              |

El comportamiento de los datos en la tabla muestra que las magnitudes masa y aceleración son inversamente proporcionales porque, al multiplicar pares de valores correspondientes de las magnitudes, el resultado es constante (siempre es el mismo valor) y representa la constante de proporcionalidad.

Por ejemplo:  $(4)(18) = 72$        $(3)(24) = 72$

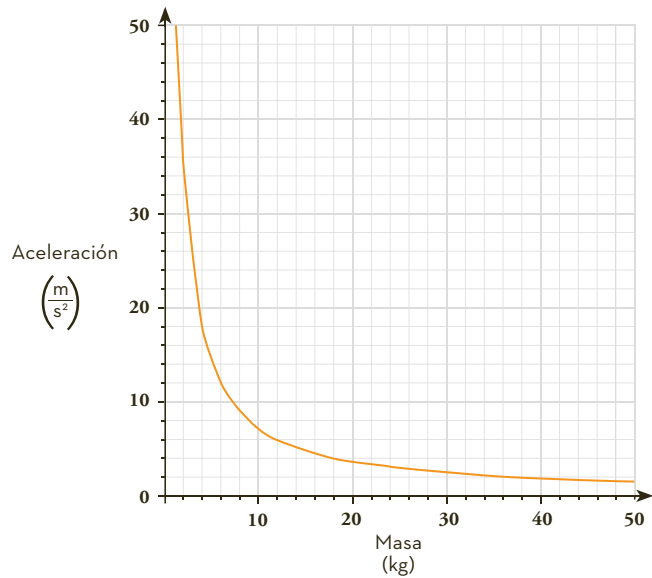
En esta situación, la constante de proporcionalidad representa la fuerza que se aplica a los objetos para ponerlos en movimiento.

Si los datos de una magnitud varían en una razón  $r$ , los datos de la otra magnitud deben variar en la razón inversa  $\frac{1}{r}$ .

Por ejemplo, la masa disminuye de 6 kg a 3 kg en la razón  $2:1$   $\left(\frac{6 \text{ kg}}{3 \text{ kg}} = 2\right)$ , mientras que la aceleración aumenta de 12 m/s<sup>2</sup> a 24 m/s<sup>2</sup> en la razón  $1:2$   $\left(\frac{12 \text{ m/s}^2}{24 \text{ m/s}^2} = \frac{1}{2}\right)$ .



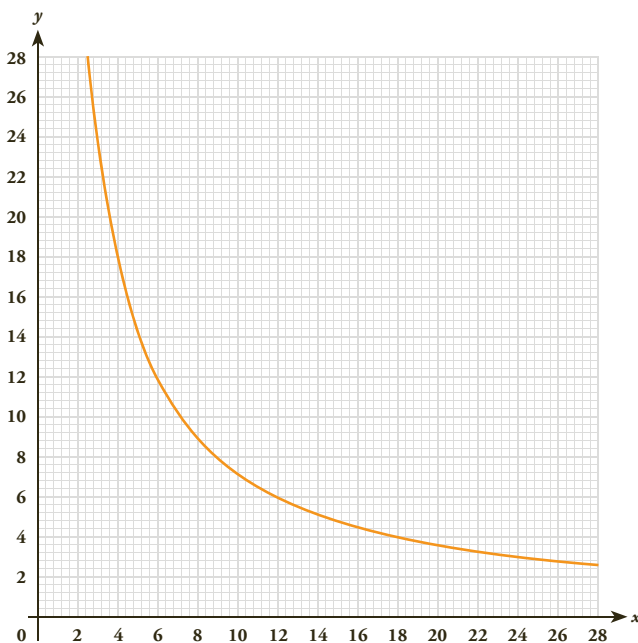
Los pares de valores correspondientes a la masa y la aceleración se pueden representar como puntos en un plano cartesiano para formar una gráfica como la siguiente:



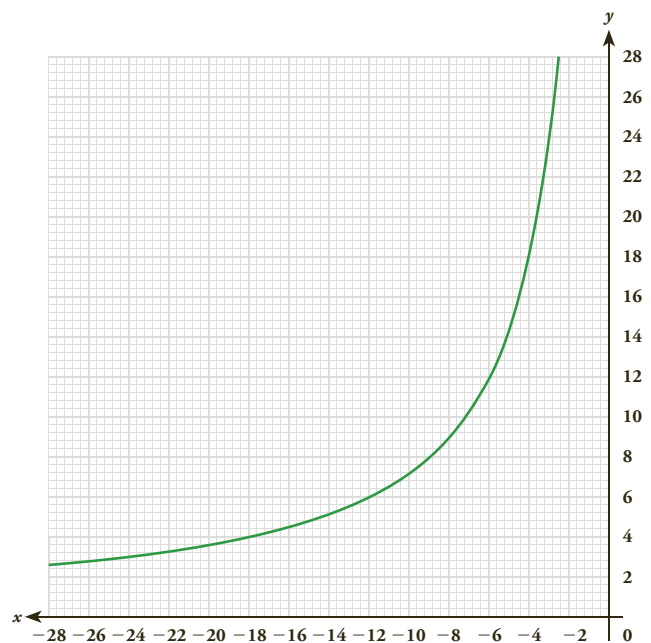
En particular, la curva que representa la relación de proporcionalidad inversa entre la masa y la aceleración tiene un comportamiento decreciente: conforme aumentan los valores de masa, disminuyen los de aceleración y por lo tanto se ubica en el primer cuadrante del plano cartesiano, dado que los valores de ambas magnitudes son positivos.

En general, la representación gráfica de una relación de proporcionalidad inversa en el plano cartesiano es una curva en el primer y tercer cuadrantes de éste si la constante de proporcionalidad es positiva, o una curva en el segundo y cuarto cuadrantes si la constante es negativa.

A continuación, se muestra la forma gráfica y algebraica de relaciones inversamente proporcionales entre dos magnitudes.



$$y = \frac{k}{x}, \text{ donde } k > 0$$



$$y = \frac{k}{x}, \text{ donde } k < 0$$



La representación algebraica de la relación de proporcionalidad inversa entre las dos magnitudes del ejemplo 1 es de la forma:

$$m \cdot a = 72$$

$$m = \frac{72}{a}$$

$$a = \frac{72}{m}$$

En dicha relación,  $m$  representa la masa de los objetos,  $a$  su aceleración y 72 es la constante de proporcionalidad inversa en esta situación. Estas expresiones algebraicas funcionan como fórmulas que permiten calcular el valor desconocido de alguna de las magnitudes masa ( $m$ ) y aceleración ( $a$ ). Por ejemplo, para calcular la aceleración que tendría un objeto con una masa de 12 kg al aplicarle la misma fuerza, se sustituye este valor en la fórmula:

$$a = \frac{72}{m}$$

$$a = \frac{72}{12} = 6$$

Por tanto, un objeto de 12 kg se moverá con una aceleración de 6 m/s<sup>2</sup>.

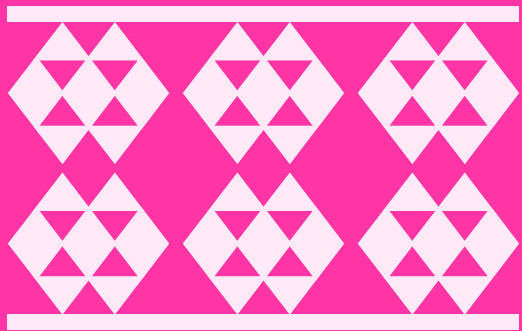
La representación tabular de la proporcionalidad inversa entre dos magnitudes permite calcular la constante de proporcionalidad al multiplicar pares de valores correspondientes en la tabla y hacer el cálculo para la variación entre los datos. La representación gráfica ayuda a describir y analizar el comportamiento de los datos de una situación de proporcionalidad. Con la representación algebraica se puede calcular cualquier valor desconocido de una magnitud si se conoce el valor correspondiente de la otra variable y la constante de proporcionalidad, o bien de otra pareja de valores correspondientes.

Dos magnitudes tienen una relación de proporcionalidad inversa si al aumentar una magnitud la otra disminuye en la misma proporción. La constante de proporcionalidad inversa es el producto de multiplicar los valores correspondientes de ambas magnitudes. Algebraicamente, la proporcionalidad inversa entre dos variables  $x$  y  $y$  se representa como:

$$x \cdot y = k \quad \text{o} \quad y = \frac{k}{x}$$

En esta expresión,  $x$  y  $y$  son magnitudes o variables inversamente proporcionales y  $k$  es la constante de proporcionalidad.





## Construcción a escala de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares o irregulares

Para construir polígonos regulares e irregulares a escala, como triángulos y cuadriláteros, es necesario identificar las propiedades específicas del contenido geométrico que se deben cumplir para realizar la construcción. Esto debido a la existencia de diversas formas y combinaciones a partir de las características y datos de los cuales se dispone para establecer relaciones entre las propiedades, las condiciones y los elementos dados para la construcción. Dichos elementos pueden ser los ángulos, lados, diagonales o rectas notables.



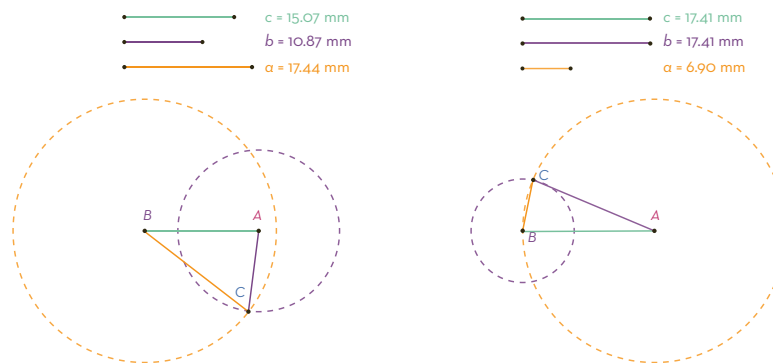
# Construcción de triángulos y cuadriláteros por medio de ángulos, lados y rectas notables

Es importante identificar las condiciones necesarias y suficientes para construir triángulos en el plano, con la finalidad de establecer las reciprocidades de las figuras obtenidas durante todo el proceso de su construcción, que son ángulos, lados y rectas notables.

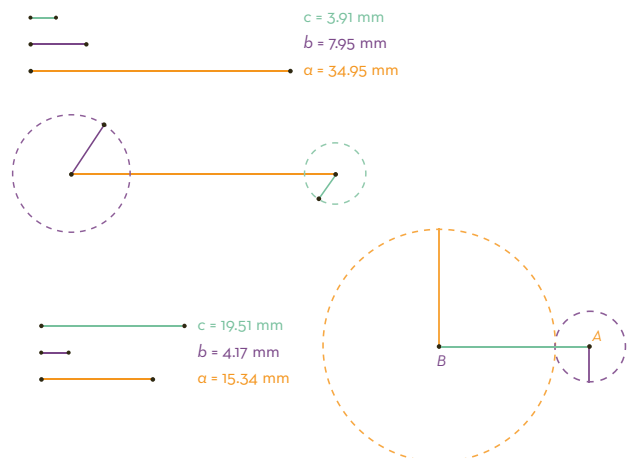
La construcción de una figura es el resultado de una secuencia de pasos que genera la representación de una relación geométrica a partir de condiciones dadas.

## Ejemplo

Para construir una figura de tres lados, se considera el teorema denominado *desigualdad del triángulo*, en el cual, dados tres segmentos cualesquiera, sólo puede construirse un triángulo cuando la longitud del lado mayor mide menos que la suma de los otros dos lados. A continuación se observan dos casos con sus respectivos tres segmentos, los cuales cumplen dicha desigualdad; por lo tanto, sí se pueden construir triángulos.



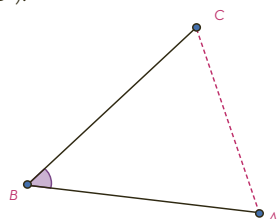
Otro caso es cuando se tienen tres segmentos y la suma de las longitudes de dos de sus lados cualesquiera no es mayor a la del tercer lado; entonces no se puede construir un triángulo. Como se observa en la imagen de la derecha, a partir de los segmentos más cortos se trazan circunferencias en los extremos del tercer segmento, pero no se cortan. O bien si la suma de los dos lados menores es igual al lado mayor, las circunferencias trazadas con los segmentos dados sólo se tocan. Por lo tanto, no se puede construir un triángulo en ninguno de los dos casos.



También se puede construir un triángulo dados los siguientes elementos:

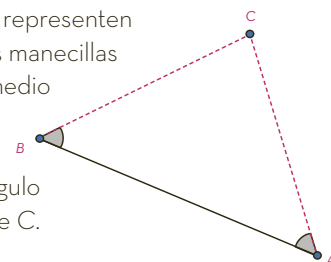
Dos lados del triángulo, en este caso los segmentos denotados como  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  y el ángulo  $\angle B$  formado por esos dos segmentos.

Para denotar un segmento es necesario escribir las letras de sus dos extremos y sobre ellas una barra horizontal ( $\overline{AB}$ ).



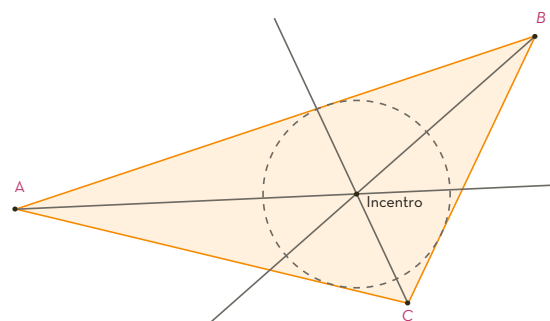
Un lado que corresponde a  $\overline{AB}$  y los ángulos  $\angle A$  y  $\angle B$  adyacentes al segmento dado.

Para la notación de un ángulo se coloca la letra del vértice acompañada del símbolo de ángulo ( $\angle A$ ) o tres letras que representan los puntos extremos de los segmentos que forman el ángulo, escritas de tal forma que representen un giro contrario al de las manecillas del reloj. La letra de en medio corresponde al vértice del ángulo; por ejemplo,  $\angle BCA$  corresponde al ángulo que se forma en el vértice C.

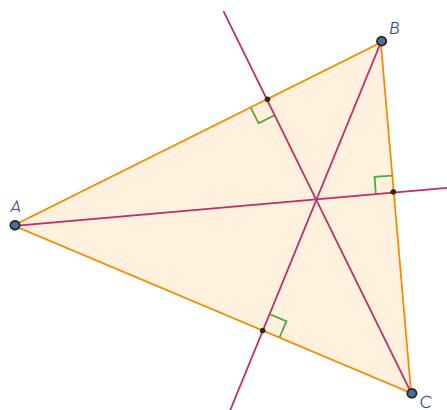


Existen otras condiciones necesarias para construir un triángulo, por ejemplo:

Si se conocen las tres bisectrices, es posible construir un triángulo porque estas semirrectas se intersectan en el incentro, es decir, en el centro de la circunferencia inscrita del triángulo solicitado.



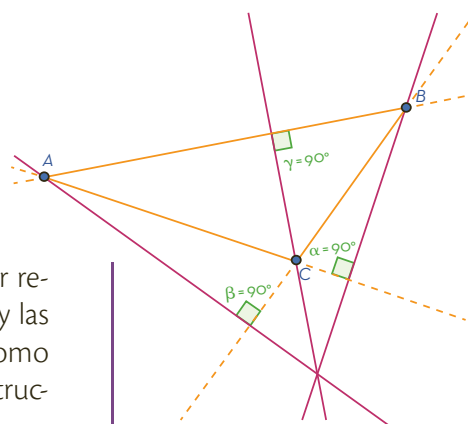
Una bisectriz es la semirrecta que pasa por un vértice de un triángulo dado y divide al ángulo correspondiente en dos partes iguales.



Otra condición con la que se puede construir un triángulo es a partir de sus alturas. Para ello se debe encontrar el pie de cada una de éstas, el cual corresponde a la intersección de la altura con cada uno de los lados, respectivamente. La altura de cualquier figura es aquella recta perpendicular a cada lado que pasa por el vértice opuesto.

Las alturas de los triángulos no siempre se localizan en su interior. Por ejemplo, en un triángulo obtusángulo las alturas se intersectan en la prolongación de sus lados.

Para la construcción de triángulos (polígonos que pueden ser regulares o irregulares), es necesario conocer las características y las propiedades de las figuras. Así, dados ciertos elementos, como los ángulos, los lados o las rectas notables, es posible la construcción a escala de triángulos.

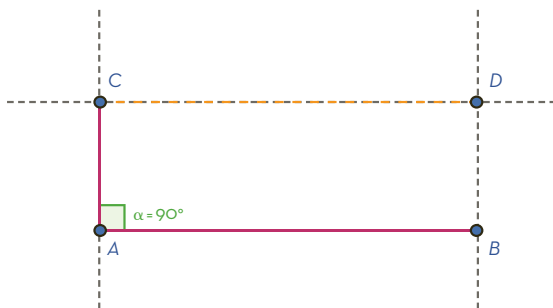
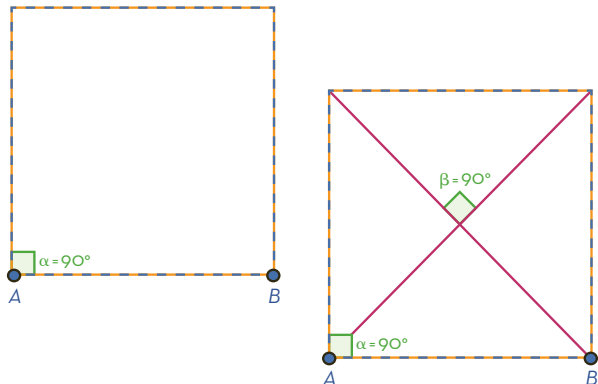


# Construcción de polígonos regulares o irregulares por medio de ángulos, lados y diagonales

La construcción de polígonos regulares e irregulares se puede realizar cuando se tienen elementos como los ángulos, lados o diagonales. Para ello se deben establecer las condiciones necesarias y suficientes que permitan realizar dicha construcción.

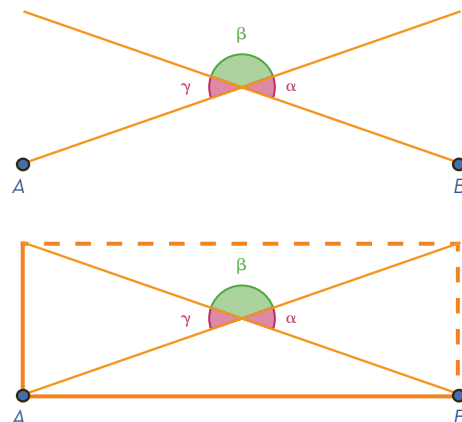
Un polígono es aquella figura de tres o más lados. Además, si todos sus lados y ángulos son de igual medida, se define como *polígono regular*, como el triángulo equilátero y el cuadrado; pero si sus lados y ángulos son diferentes, entonces se denomina *polígono irregular*. Por ejemplo, el triángulo escaleno, el rectángulo y los trapecios.

Algunos polígonos considerados cuadriláteros son los paralelogramos. La propiedad de paralelismo origina que los lados opuestos, además de paralelos, deben tener la misma medida; esta propiedad facilita la construcción. Por ejemplo, si es un cuadrado (polígono regular), se puede construir conociendo la longitud de un lado, porque sus lados y sus ángulos son todos iguales, pero también se puede construir dadas sus diagonales, las cuales se intersecan formando ángulos de  $90^\circ$ .



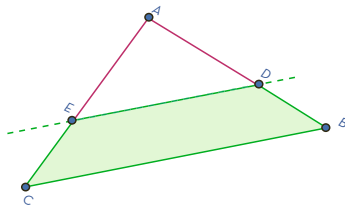
Para construir un rectángulo, cuadrilátero clasificado como paralelogramo, se requiere conocer la longitud de dos de sus lados adyacentes. Con esas medidas y sobre sus vértices, se trazan las rectas perpendiculares correspondientes para obtener la figura.

También es posible construir un rectángulo dadas las diagonales. Para ello, se debe considerar los ángulos adyacentes ( $\alpha$  y  $\beta$ ), los cuales son suplementarios, además de conocer la condición referida a la igualdad de los ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$ , ya que son opuestos por el vértice (centro del rectángulo).

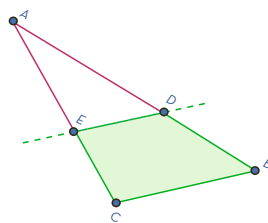


Existen polígonos irregulares de cuatro lados denominados *trapecios*. Estos cuadriláteros tienen un par de lados opuestos paralelos; por lo tanto, para su construcción se pueden utilizar algunos de los triángulos vistos en el apartado anterior y las propiedades de paralelismo, por ejemplo:

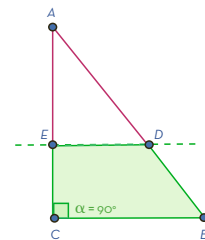
Se debe trazar una recta paralela al lado desigual de un triángulo isósceles para obtener un trapecio isósceles.



Si se traza una recta paralela a cualquiera de los tres lados de un triángulo escaleno, se obtiene un trapecio escaleno.



Al trazar una recta paralela a una de las bases que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo, lo que se obtiene es un trapecio rectángulo.



Los polígonos son figuras de tres o más lados; entre ellos se encuentran los triángulos (tres lados), los cuadriláteros (cuatro lados), los pentágonos (cinco lados), los hexágonos (seis lados), y así sucesivamente, hasta los polígonos de  $n$  lados. Por definición, una figura con todos sus lados y ángulos iguales se llama *polígono regular* y una figura con todos o algunos de sus lados y ángulos diferentes se le conoce como *polígono irregular*. Sin embargo, para la construcción de cada uno de ellos se requieren condiciones relacionadas con el paralelismo y la perpendicularidad de figuras.

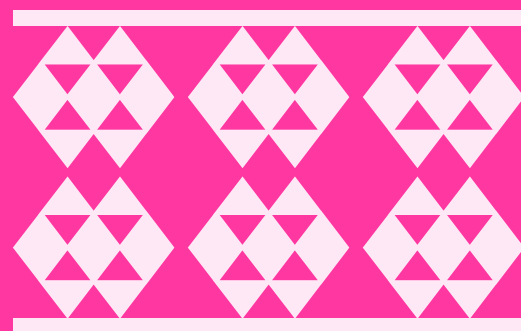
Para la construcción de polígonos regulares e irregulares en el plano, tales como triángulos y cuadriláteros, es necesario conocer la definición de ciertos elementos; por ejemplo, las rectas notables (mediatrices, bisectrices, alturas y medianas). También es necesario identificar las características de las figuras a construir y sus propiedades, además de reconocer las condiciones necesarias y suficientes con las cuales se puede llevar a cabo la construcción del polígono requerido.



# Teselaciones

La decoración de interiores y exteriores de casas y templos con figuras geométricas se remonta a la Antigüedad.

Los sumerios (cerca del 4000 a. n. e.) eran hábiles para cubrir superficies planas sin dejar espacios. Actualmente, algunas interesantes obras para apreciar el uso repetido de formas corresponden a Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Él, al igual que las antiguas civilizaciones, empleó traslaciones, reflexiones y rotaciones de figuras geométricas.



## Comprensión del término *teselado*

La palabra *tesela* proviene del latín *tessella* (azulejo), diminutivo del griego *tessera*, que significa “cubo de piedra o madera”. Las teselas son cada una de las piezas usadas para formar un teselado o mosaico que cubre una superficie. Para crear un teselado se debe evitar que las figuras estén solapadas y que haya huecos entre ellas.

Un *teselado* o *teselación* es un conjunto de polígonos colocados de tal forma que no se sobreponen unos a otros ni quedan separaciones entre ellos, es decir, que cubren por completo una superficie plana. Los teselados se pueden encontrar en los pisos, la naturaleza, el arte, la arquitectura, los tejidos de telas, entre otros.

Las siguientes figuras son ejemplos de teselados que se pueden encontrar en la vida diaria.



Las teselaciones han sido utilizadas en todo el mundo desde tiempos remotos para embellecer fachadas, pisos, paredes, templos, entre otros lugares. Las teselaciones usan repetitivamente no sólo figuras geométricas, sino también animales y formas humanas, las cuales pueden estar intercaladas, pero no sobrepuestas ni con huecos entre ellas.



## Construcción de teselados

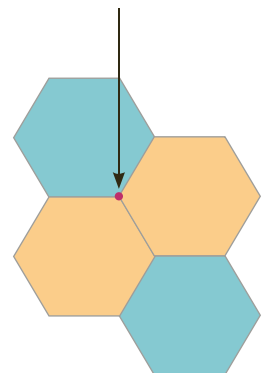
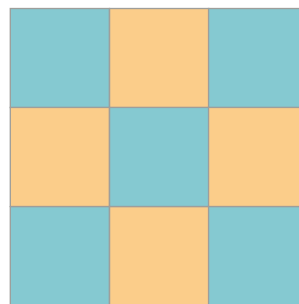
En la naturaleza, las abejas elaboran un tipo de teselado, ya que para construir sus panales emplean reiteradamente el hexágono. Otro ejemplo del uso repetido de una figura está en el tablero de ajedrez, que utiliza cuadrados para conformarlo.



Algunas interrogantes para la conformación de mosaicos son: ¿con cuáles figuras geométricas se pueden construir teselados?, ¿qué nombre reciben las creaciones de Escher que emplean formas animales y humanas?

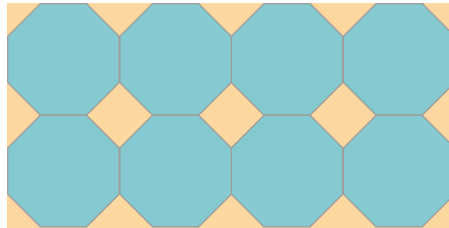
En la siguiente imagen, a la izquierda, se muestra un teselado o mosaico construido sólo con una figura geométrica como patrón: el cuadrado. Los ángulos, alrededor de cualquier vértice del cuadrado que está en el centro (de color azul), siempre suman  $360^\circ$ , pues la medida de cada ángulo interior del cuadrado es  $90^\circ$ .

En el mosaico de hexágonos, la suma de los ángulos alrededor del vértice señalado con la flecha también da  $360^\circ$ , ya que cada ángulo mide  $120^\circ$ . Si la suma de los ángulos alrededor de un vértice cualquiera es mayor a  $360^\circ$ , las figuras se empalmarán o quedarán huecos.

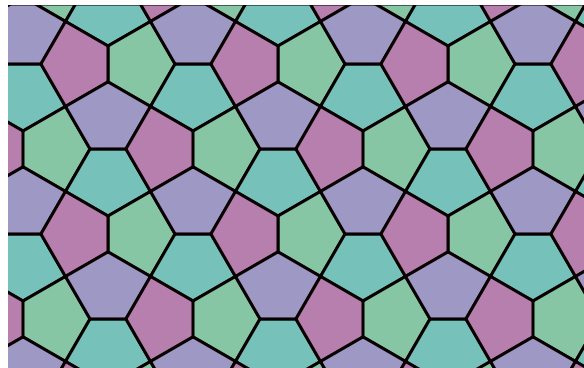


Los teselados de las imágenes utilizan polígonos cuyos lados y ángulos tienen la misma medida y se denominan *teselados regulares*. Sólo con tres polígonos se pueden construir estos teselados: triángulo equilátero, cuadrado y hexágono.

Al combinar dos o más polígonos regulares, se construyen teselados semirregulares. Por ejemplo, en la siguiente imagen hay un arreglo de octágonos regulares en cuyos huecos se forman cuadriláteros.



A partir de polígonos no regulares o irregulares, como triángulos escalenos, cuadriláteros, hexágonos, pentágonos, heptágonos o con polígonos de más lados, es posible construir teselados.



Finalmente, a partir de movimientos en el plano como la traslación, rotación y reflexión, se construyen teselados. En el caso de una *teselación por traslación*, ésta consiste en desplazar o deslizar cada punto de la figura inicial hacia una dirección determinada.





Un *teselado por rotación* implica girar la figura original con respecto a un punto.

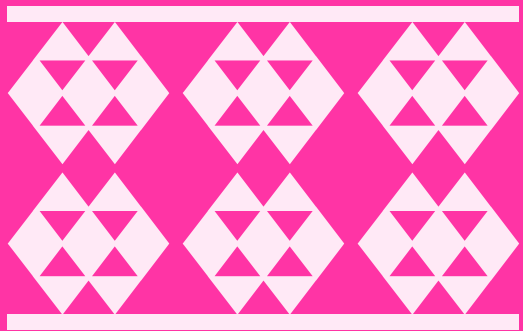


La construcción de un *teselado por reflexión* de una figura implica que ésta se pueda reflejar, de manera que la figura resultante coincida con la original.

Es posible construir teselados o mosaicos con figuras geométricas de un tipo, por ejemplo, sólo cuadrados, triángulos o hexágonos. También con la combinación de dos o más figuras, como cuadrados y pentágonos, triángulos con rectángulos, trapecios con rombos y cuadrados, o cualquier otro arreglo. Además, se puede cubrir una superficie con formas animales o humanas mediante el uso de movimientos en el plano, como traslaciones, rotaciones y reflexiones.



Las teselaciones, teselados o mosaicos recubren superficies sin dejar huecos y sin superponerse. Son creaciones que se encuentran en diferentes espacios, como en la naturaleza, edificios, obras de arte, pisos, murales, entre otros. Además emplean como patrón alguna figura plana, ya sea geométrica o de otro tipo.



## Intersecciones entre círculos y figuras

Para calcular el perímetro de una figura se requiere conocer las dimensiones de sus lados o del contorno. Con la suma de esos lados o la magnitud del contorno se obtiene el valor numérico de dicha dimensión. No obstante, hay figuras compuestas cuya estructura, es decir, su trazo y representación, está relacionada mediante puntos y líneas que se intersecan (círculos y otras figuras geométricas combinadas). En este caso, es importante tomar en cuenta cada una de las definiciones, características y propiedades de las figuras involucradas. El objetivo es que al analizar los datos se utilicen formulaciones y conjeturas para obtener las referencias con las que se calculará el perímetro o contorno.

# Cálculo de perímetros mediante intersecciones de círculos con figuras geométricas

Las figuras geométricas planas son una representación visual formada por un conjunto de puntos y líneas con determinada forma, tamaño y posición en el plano. Esta representación puede ser cerrada o abierta.

Las figuras geométricas compuestas son aquellas cuyo trazo y representación están interrelacionados, mediante puntos y líneas, con otras figuras, como círculos, cuadriláteros, triángulos y polígonos.

El perímetro de una figura geométrica plana, como la circunferencia, el cuadrilátero o los polígonos regulares e irregulares, es igual a la longitud total de la línea o la suma de las líneas que la delimitan. A dicho resultado también se le llama *contorno*. Se entiende por *intersección* el punto de encuentro donde se cortan o se encuentran dos líneas, superficies o sólidos.

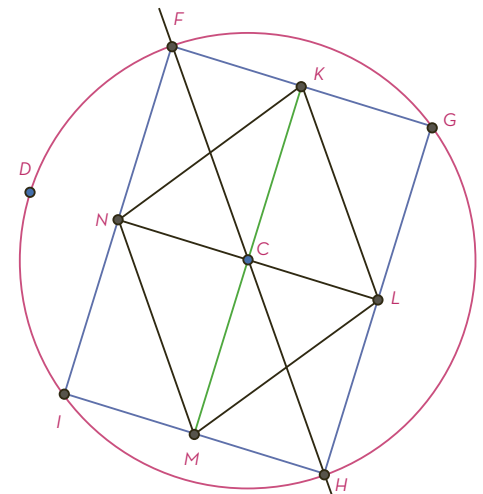
Como primer ejemplo se calculará el perímetro del rombo KNML que muestra la figura de la derecha; para ello se hace el análisis de las diferentes figuras geométricas que la forman y se interrelacionan entre sí. A continuación se proporcionan los siguientes datos:

1. Círculo con centro en  $C$  y radio  $\overline{CF}$
2. Cuadrilátero FIHG
3. Rombo KNML
4.  $\overline{KM}$  es perpendicular a  $\overline{NL}$ .
5.  $\overline{FG}$  es paralelo a  $\overline{IH}$ .
6. Los puntos  $K, L, M$  y  $N$  son puntos medios.

- El lado  $\overline{FH}$  es común a los triángulos FHG y FIH. Además, como es diámetro de la circunferencia y los vértices opuestos  $I$  y  $G$  de cada triángulo están sobre la circunferencia, ambos triángulos son rectángulos.
- $\overline{GH}$  y  $\overline{FI}$  son perpendiculares a  $\overline{FG}$  e  $\overline{IH}$ , respectivamente. Como  $\overline{FG}$  e  $\overline{IH}$  son paralelos,  $\overline{GH}$  y  $\overline{FI}$  son paralelos también. Por lo tanto, el cuadrilátero FIHG es un paralelogramo, donde  $\overline{GH}$  y  $\overline{FI}$  son perpendiculares tanto a  $\overline{FG}$  como a  $\overline{IH}$ .
- Dado que todos los ángulos internos de FIHG son de  $90^\circ$ , es un paralelogramo con parejas de lados de distinta medida con  $\overline{GH} = \overline{FI}$  y  $\overline{FG} = \overline{IH}$ . Por lo tanto, FIHG es un rectángulo.
- Dado que  $K, L, M$  y  $N$  son puntos medios y  $\overline{KM}$  es perpendicular a  $\overline{NL}$ , FIHG se divide en cuatro rectángulos congruentes, en los cuales sus diagonales tienen la misma longitud.
- $\overline{CF}$  es un radio  $R$  de la circunferencia y una diagonal del rectángulo FNCK. Así,  $\overline{CF}$  y  $\overline{NK}$  miden  $R$ .
- Por lo tanto, el perímetro del rombo KLMN se calcula de la siguiente forma:

$$\overline{KL} = \overline{LM} = \overline{MN} = \overline{NK} = R$$

$$P = \overline{KL} + \overline{LM} + \overline{MN} + \overline{NK} = 4R$$



El perímetro de figuras geométricas compuestas que se intersecan entre sí se obtiene al calcular las medidas de sus lados a partir de distintos métodos, principalmente con el uso de las fórmulas conocidas al identificar las porciones de un círculo de mismo radio.

## Cálculo de áreas mediante intersecciones de círculos con figuras geométricas

Para calcular el área de una figura geométrica se requiere conocer las dimensiones particulares (largo y ancho) o datos que permitan utilizar una fórmula para determinar el espacio delimitado por sus lados o contorno. Sin embargo, el proceso de determinación del área de una figura compuesta resulta ser una tarea de análisis y estrategia, debido a que el trazo y la representación se relacionan mediante puntos y líneas que se intersecan (círculos y otras figuras geométricas combinadas).

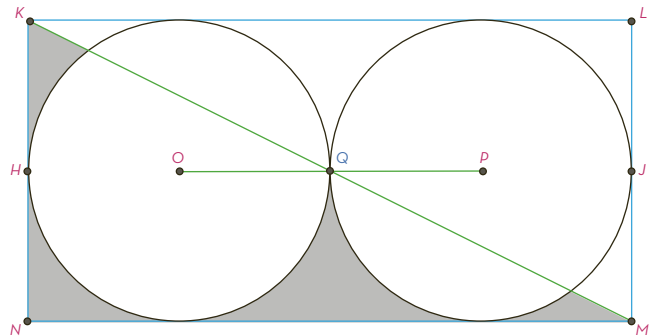
En esos casos es importante tomar en cuenta cada una de las definiciones, características y propiedades de las figuras para que al hacer el análisis se encuentren formulaciones y conjeturas que establezcan afirmaciones y proporcionen los datos numéricos para calcular la superficie o área con las fórmulas adecuadas.

El área de una figura geométrica plana es la medida bidimensional de una superficie; es la región plana delimitada por el contorno de una figura.

En la siguiente figura se plantea el cálculo del área sombreada a través del análisis de los elementos, características y propiedades de las figuras que se intersecan y que delimitan la región sombreada.

Se proporcionan los siguientes datos:

1. Círculo con centro en  $O$  y radio  $\overline{OQ} = 2$  cm
2. Círculo con centro en  $P$  y radio  $\overline{QP} = 2$  cm
3. El punto  $Q$  es punto de tangencia de los dos círculos.
4. En el rectángulo  $KNML$  están inscritos los dos círculos.
5.  $\overline{KM}$  es una diagonal del rectángulo  $KNML$ .



Al analizar las características y propiedades de las figuras geométricas, se deduce lo siguiente:

1. Se puede calcular el área de los dos círculos utilizando la fórmula  $A = \pi r^2$  y la medida del radio.

La fórmula del área del círculo es  $A = \pi r^2$ , así:

Sustituyendo el valor del radio:  $A = \pi(2 \text{ cm})^2$

Como ambos círculos son del mismo tamaño, el área de cada uno es:  $A = 4\pi \text{ cm}^2$



Total del área de los círculos:  $A_T = 2A = (2)(4\pi \text{ cm}^2) = 8\pi \text{ cm}^2$

2. La base del rectángulo KNML,  $\overline{MN}$ , tiene una magnitud de dos diámetros o cuatro radios de los círculos inscritos. Entonces:

$$\overline{MN} = (4)(2 \text{ cm})$$

$$\overline{MN} = 8 \text{ cm}$$

3. La altura del rectángulo KNML,  $\overline{LM}$ , tiene una magnitud de un diámetro o dos radios de los círculos inscritos. Entonces:

$$\overline{LM} = (2)(2 \text{ cm})$$

$$\overline{LM} = 4 \text{ cm}$$

4. Al determinar la base y la altura del rectángulo KNML, se puede obtener su área mediante la fórmula  $A = b \times h$ :

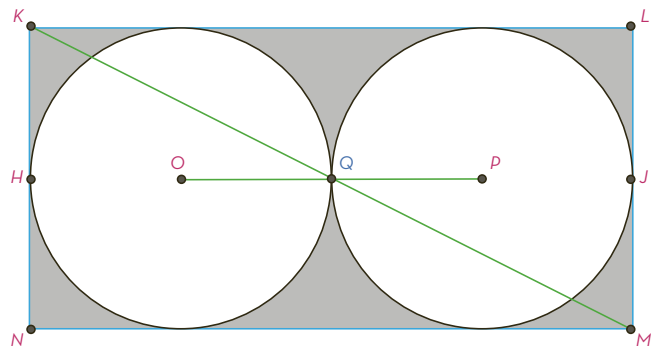
$$b = \overline{MN}; b = 8 \text{ cm}$$

$$h = \overline{LM}; h = 4 \text{ cm} \quad A = (8 \text{ cm})(4 \text{ cm})$$

$$A = 32 \text{ cm}^2$$

5. La diagonal de KNML,  $\overline{KM}$ , lo divide en dos partes iguales, conformadas por triángulos rectángulos. Por lo tanto, cada triángulo tiene la mitad del área del rectángulo.

6. La diferencia entre el área del rectángulo y la suma de las áreas de las circunferencias inscritas proporciona el área de las regiones no comunes entre las figuras, que corresponde a la superficie sombreada de la figura:





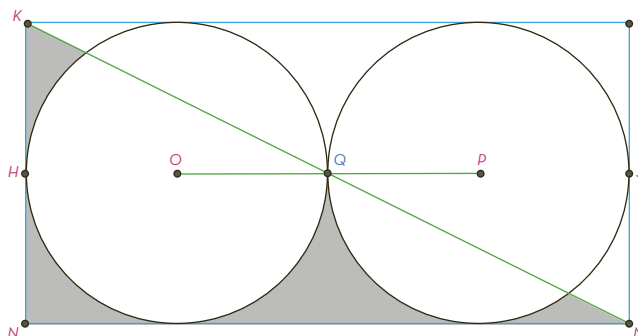
Entonces:

$$\text{Área total del rectángulo: } A = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total de los círculos: } A = 8\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Diferencia de las áreas: } (32 - 8\pi) \text{ cm}^2$$

7. Dado que la diagonal divide al rectángulo en dos partes iguales, el total del área sombreada también se divide en dos partes.



Por lo tanto, el área solicitada es la diferencia de las áreas entre dos. Considérese 3.14 como una aproximación del número  $\pi$ . Así:

$$\text{Área sombreada} = \frac{32 - 8(3.14)}{2} = \frac{32 - 25.12}{2} = \frac{6.88}{2} = 3.44$$

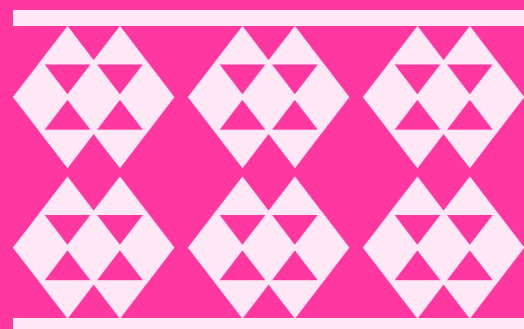
Por tanto, la aproximación decimal del área sombreada es  $3.44 \text{ cm}^2$ .

El cálculo del área de figuras geométricas compuestas que se intersecan entre sí se realiza a través de la identificación de las características, elementos y propiedades: puntos, rectas, segmentos, ángulos, tipos de figuras, etcétera. Al ser analizadas, tales características proporcionan la información necesaria para establecer conclusiones y conjeturas geométricas que permiten obtener datos numéricos para realizar el cálculo de la superficie requerida.

En el mundo, arquitectas, arquitectos, ingenieras, ingenieros, diseñadoras y diseñadores se enfrentan con figuras compuestas para poder realizar sus tareas. Gracias a estos cálculos (entre muchos otros) es posible la construcción de edificios, puentes y carreteras, así como sillas, automóviles y productos que cubren diversas necesidades.



# Múltiplos y submúltiplos de sistemas de medidas



El uso universal de un solo sistema de unidades, al que se denominó Sistema Internacional de Unidades, con las siglas SI, está integrado por siete medidas base que, al combinarse, permiten obtener las unidades derivadas y definir cualquier magnitud física.

El SI tiene antecedentes en el Sistema Métrico Decimal y responde a la necesidad de unificar las mediciones de diferentes países y aminorar las dificultades que representa la variedad de subsistemas de unidades y la transferencia de resultados de las mediciones a nivel mundial.





# Comprensión de múltiplos y submúltiplos del metro, litro y kilogramo

El SI hace referencia al conjunto de medidas estándar que sirven para calcular distintas magnitudes como la longitud, la masa, la capacidad, el tiempo y la fuerza.

En el SI la unidad básica para describir la longitud es el metro (m), la de capacidad es el litro (l) y la de masa es el gramo (g). El litro no forma parte del SI, pero se acepta por su uso extendido ( $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$ ). Es importante recordar que la capacidad es la cantidad de sustancia que puede contener un recipiente.

Las unidades pueden ir acompañadas de un prefijo que hace referencia al múltiplo o submúltiplo decimal de dicha unidad. Son potencias de diez con exponente positivo o negativo, como se muestra en las tablas.

Los prefijos de las unidades son utilizados para facilitar su escritura, dado que en ocasiones se expresan con valores muy grandes o muy pequeños. Los submúltiplos se utilizan para medir objetos pequeños, y los múltiplos, para medir objetos grandes.

Múltiplos y submúltiplos del metro

| Múltiplos       |                  |                  | Unidad de longitud | Submúltiplos    |                  |                 |
|-----------------|------------------|------------------|--------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Kilómetro<br>km | Hectómetro<br>hm | Decámetro<br>dam | Metro<br>m         | Decímetro<br>dm | Centímetro<br>cm | Milímetro<br>mm |
| 1 000 m         | 100 m            | 10 m             | 1 m                | 0.1 m           | 0.01 m           | 0.001 m         |
| $10^3$          | $10^2$           | $10^1$           | $10^0$             | $10^{-1}$       | $10^{-2}$        | $10^{-3}$       |



### Múltiplos y submúltiplos del litro

| Múltiplos       |                  |                  | Unidad de capacidad | Submúltiplos    |                  |                 |
|-----------------|------------------|------------------|---------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Kilolitro<br>kl | Hectolitro<br>hl | Decalitro<br>dal | Litro<br>l          | Decilitro<br>dl | Centilitro<br>cl | Mililitro<br>ml |
| 1 000 l         | 100 l            | 10 l             | 1 l                 | 0.1 l           | 0.01 l           | 0.001 l         |
| $10^3$          | $10^2$           | $10^1$           | $10^0$              | $10^{-1}$       | $10^{-2}$        | $10^{-3}$       |

### Múltiplos y submúltiplos del gramo

| Múltiplos       |                  |                  | Unidad de masa | Submúltiplos    |                  |                 |
|-----------------|------------------|------------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Kilogramo<br>kg | Hectogramo<br>hg | Decagramo<br>dag | Gramo<br>g     | Decigramo<br>dg | Centigramo<br>cg | Miligramo<br>mg |
| 1 000 g         | 100 g            | 10 g             | 1 g            | 0.1 g           | 0.01 g           | 0.001 g         |
| $10^3$          | $10^2$           | $10^1$           | $10^0$         | $10^{-1}$       | $10^{-2}$        | $10^{-3}$       |

Como lo muestran las tablas, las distintas unidades de medida comparten los prefijos *kilo*, *hecto* y *deca* en múltiplos, así como *deci*, *centi* y *mili* en submúltiplos. Esto ocurre en relación con las potencias de 10. Como es posible observar, cada unidad sucesiva de múltiplos es diez veces más grande que la unidad anterior, y cada unidad sucesiva de submúltiplo es diez veces menor.

El SI proporciona unidades de medida estandarizadas para calcular con exactitud las magnitudes físicas de los objetos. Esto permite estudiar diversos fenómenos naturales y situaciones de la vida cotidiana en donde es necesario conocer, por ejemplo, la longitud, masa y capacidad.



## Múltiplos y submúltiplos de unidades del sistema inglés

En países como Estados Unidos, se adoptó de manera parcial el Sistema Internacional de Unidades (SI). Esta nación define su sistema de medida en términos de uso común y es reconocido como *sistema inglés*. La importancia del estudio de este sistema consiste en su aporte al comercio internacional y su uso en la tecnología, así como en las industrias manufacturera, automotriz y de maquinaria pesada.

El sistema inglés se usa para medir la longitud, la masa y la capacidad. En la tabla, se presentan las unidades, los símbolos utilizados en este sistema de medición y su equivalencia en el SI; cuando es necesario se expresa con múltiplos y submúltiplos.

Equivalencia entre el sistema inglés y el SI

| Magnitud  | Unidad de medida del sistema inglés | Equivalencia en el SI                   |
|-----------|-------------------------------------|-----------------------------------------|
| Longitud  | Pulgada (in)                        | 1 in = 0.0254 m<br>0.0254 m = 2.54 cm   |
|           | Yarda (yd)                          | 1 yd = 0.9144 m<br>0.9144 m = 91.44 cm  |
| Masa      | Onza (oz)                           | 1 oz = 0.0283 kg<br>0.0283 kg = 28.3 g  |
|           | Libra (lb)                          | 1 lb = 0.4536 kg<br>0.4536 kg = 453.6 g |
| Capacidad | Onza fluida o líquida (fl oz)       | 1 oz = 0.0295 l<br>0.0295 l = 29.5 ml   |
|           | Galón (gal)                         | 1 gal = 3.785 l                         |

El conocimiento de las unidades del sistema inglés permite realizar las conversiones de las medidas necesarias al SI, de manera que puedan manipularse distintas magnitudes físicas con exactitud y facilidad a la hora de consumir productos importados (o estandarizados a dicho sistema de unidades) e intercambiar conocimientos con otras naciones, como Estados Unidos.



# Problemas que implican conversiones entre distintas magnitudes

Para realizar la conversión de diferentes magnitudes utilizadas en el sistema inglés, se necesita identificar las unidades de medida que intervienen y los procedimientos.

Es posible que en la vida cotidiana haya situaciones en donde se necesite conocer una unidad de medida diferente a las del SI.

## Ejemplo 1

El fútbol americano es un deporte popular en México. En la National Football League (NFL), en la temporada 2022-2023, el gol de campo logrado desde una mayor distancia fue de 62 yd, realizado por Harrison Butker, de Kansas City Chiefs. Determinar la cantidad de metros que representa ese gol de campo.

Para resolver la situación, se necesita realizar una conversión de unidades entre yardas y metros. Se deben convertir 62 yd a metros. Para ello se establece una relación de correspondencia.

Se sabe que 1 yd equivale a 0.9144 m, y 62 yd corresponden a un valor desconocido en metros ( $x$ ); por ello, se plantea la siguiente proporción:

$$\frac{1 \text{ yd}}{62 \text{ yd}} = \frac{0.9144 \text{ m}}{x}$$

Ahora, la expresión corresponde a una ecuación con una incógnita. Para resolverla, se multiplica por  $x$  en ambos miembros de la ecuación para despejar la incógnita:

$$(x) \left[ \frac{1 \text{ yd}}{62 \text{ yd}} \right] = \left[ \frac{0.9144 \text{ m}}{x} \right] (x)$$

Es posible simplificar la unidad de medida yarda porque aparece en el producto del numerador y en el denominador, así como cancelar la incógnita  $x$ :

$$\begin{aligned} \frac{x \text{ (yd)}}{62 \text{ (yd)}} &= \frac{(0.9144 \text{ m})(x)}{x} \\ \frac{x}{62} &= 0.9144 \text{ m} \end{aligned}$$

Se despeja  $x$  al multiplicar la ecuación por 62 y se resuelve:

$$\begin{aligned} 62 \left( \frac{x}{62} \right) &= (0.9144 \text{ m})(62) \\ x &= 0.9144 \text{ m} \times 62 \\ x &= 56.6928 \text{ m} \end{aligned}$$

Con base en el resultado anterior, se obtiene que el gol de campo con mayor distancia logrado en la temporada 2022-2023, por el equipo de Harrison Butker, fue de 56.6928 m.



### Ejemplo 2

Un pintor debe cotizar la pintura para un edificio. Utilizará aproximadamente 37 l de pintura. En la tienda donde realizará la compra, sólo tienen a la venta la presentación en galones y no en litros. Determinar la cantidad de galones necesarios para pintar el edificio.

Para resolver esta situación, se establece una relación de proporcionalidad: 1 gal es equivalente a 3.785 l. Se denomina con la incógnita  $x$  a la cantidad de galones que equivalen a 37 l.

$$\frac{1 \text{ gal}}{x} = \frac{3.785 \text{ l}}{37 \text{ l}}$$

La igualdad entre ambas proporciones se conserva si se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{x}{1 \text{ gal}} = \frac{37 \text{ l}}{3.785 \text{ l}}$$

Ahora se procede a hallar el valor de  $x$ , como en el ejemplo anterior:

$$(1 \text{ gal}) \left[ \frac{x}{1 \text{ gal}} \right] = \left[ \frac{37 \text{ l}}{3.785 \text{ l}} \right] (1 \text{ gal})$$
$$x = \frac{(37 \text{ l})(1 \text{ gal})}{3.785 \text{ l}}$$

Es posible simplificar la unidad de medida litro porque aparece en el producto del numerador y en el denominador. Así:

$$x = \left[ \frac{37 \times 1 \text{ gal}}{3.785} \right]$$
$$x = \left[ \frac{37}{3.785} \right] \text{ gal}$$
$$x = 9.7754 \text{ gal}$$

De acuerdo con el resultado anterior, 10 gal son suficientes para cubrir la necesidad de pintura.

### Ejemplo 3

En los Juegos Olímpicos se practican diferentes deportes, entre ellos, se encuentra la halterofilia, que consiste en el levantamiento de pesas. Para participar en la categoría olímpica, los deportistas deben cumplir con una masa corporal mínima: para los hombres es de 134 lb y para las mujeres, 108 lb. Calcular la masa corporal mínima en kilogramos para hombres y mujeres.

En el caso de los hombres, se establece una relación de proporcionalidad: 1 lb es equivalente a 0.4536 kg; se desconoce la cantidad equivalente en kilogramos de 134 lb.

$$\frac{134 \text{ lb}}{1 \text{ lb}} = \frac{x}{0.4536 \text{ kg}}$$



La expresión anterior se resuelve como sigue:

$$(0.4536 \text{ kg}) \left[ \frac{134 \text{ lb}}{1 \text{ lb}} \right] = \left[ \frac{x}{0.4536 \text{ kg}} \right] (0.4536 \text{ kg})$$

$$\frac{[134 \text{ lb} \times 0.4536 \text{ kg}]}{1 \text{ lb}} = x$$

Es posible simplificar la unidad de medida de libras porque aparece en el producto del numerador y en el denominador:

$$\frac{[134 \times 0.4536 \text{ kg}]}{1} = x$$

$$134 \times 0.4536 \text{ kg} = x$$

$$60.7824 \text{ kg} = x$$

Por lo tanto, para hombres la masa corporal mínima es de 60.79 kg, aproximadamente. Ahora, para calcular la masa corporal mínima en kilogramos de las mujeres, se establece la proporción:

$$\frac{108 \text{ lb}}{1 \text{ lb}} = \frac{x}{0.4536 \text{ kg}}$$

Al resolver la expresión para  $x$ , se obtiene:

$$(0.4536 \text{ kg}) \left[ \frac{108 \text{ lb}}{1 \text{ lb}} \right] = \left[ \frac{x}{0.4536 \text{ kg}} \right] (0.4536 \text{ kg})$$

$$\frac{[108 \text{ lb} \times 0.4536 \text{ kg}]}{1 \text{ lb}} = x$$

$$x = 108 \times 0.4536 \text{ kg}$$

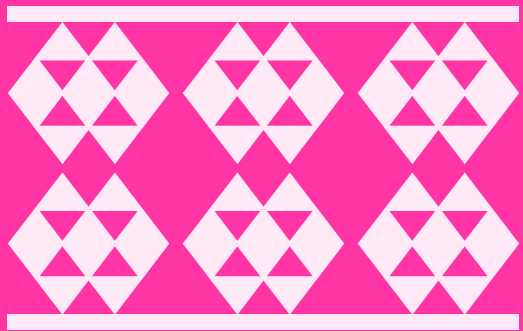
$$x = 48.9888 \text{ kg}$$

El resultado indica que la masa corporal mínima para que las mujeres participen en la categoría olímpica es de 49 kg, aproximadamente.

Para realizar conversiones de equivalencia entre el sistema inglés y el SI, es necesario establecer una proporción. En ella aparecerán las cantidades conocidas en el sistema de referencia y la equivalencia entre los sistemas; la incógnita será la cantidad de equivalencia.



En México es obligatorio el uso del Sistema Internacional de Unidades (SI); sin embargo, por el comercio internacional, se encuentran productos y datos con especificaciones con el sistema inglés, razón por la que es necesario conocer las equivalencias y saber hacer las conversiones entre unidades.



## Perímetro y área de figuras compuestas

El cálculo del perímetro de figuras se refiere a sumar las medidas de sus lados y el cálculo del área, a medir la superficie que delimitan las medidas de sus lados.

En ocasiones, las figuras de interés son complejas y el identificar las medidas de los segmentos que las conforman puede requerir más destreza de la habitual. Para estos y otros casos, dividir una figura compuesta en figuras sencillas, de tal forma que los lados de la figura original coincidan con los de estas últimas, para las cuales ya se conocen sus características y fórmulas para calcular el perímetro y área, es un apoyo para el análisis y comprensión de este tipo de estructuras.

# Cálculo del perímetro de figuras compuestas

El perímetro de una figura compuesta puede obtenerse al identificar las medidas de las longitudes de cada uno de los segmentos de su contorno, o bien dividirlo en figuras simples e identificar cuáles de sus lados conforman a la figura en cuestión.

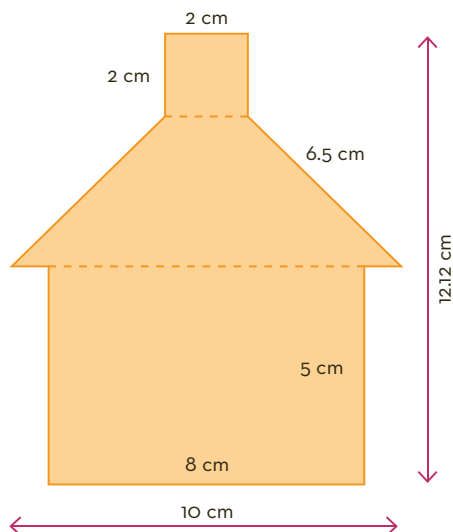
Una *figura geométrica compuesta* es una figura plana con un arreglo irregular de lados y ángulos. El perímetro y el área de estas figuras se calcula descomponiéndolas en dos o más figuras simples.

El perímetro es la medida del contorno de una figura plana. Para determinar el perímetro de una figura compuesta, es necesario identificar las líneas rectas o curvas que conforman las figuras geométricas básicas (triángulos, cuadrados y rectángulos) y que comparten uno o más lados.

Para calcular el perímetro de figuras compuestas, es importante identificar las figuras que comparten lados. Para ello, se deben medir y sumar las longitudes de los lados no comunes, de lo cual se obtiene el perímetro de la figura compuesta.

## Ejemplo 1

La siguiente figura compuesta es la ilustración de un plano a escala de una casa, en la cual se identifican figuras simples: un cuadrado, un trapecio isósceles y un rectángulo. A continuación, se explica cómo hallar la medida del contorno de la casa.

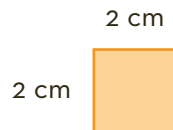


Se observa que el cuadrado comparte un lado con la base menor del trapecio isósceles y, a su vez, el trapecio isósceles está unido al rectángulo por medio de la base mayor.



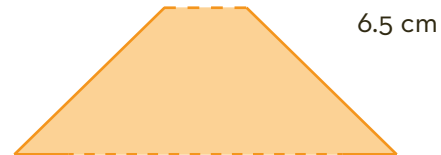
Para determinar el perímetro de la figura compuesta (casa), se realizan los siguientes pasos:

1. Se considera la suma de la longitud de los tres lados (línea continua) del cuadrado que no coinciden con el trapecio isósceles (línea punteada):



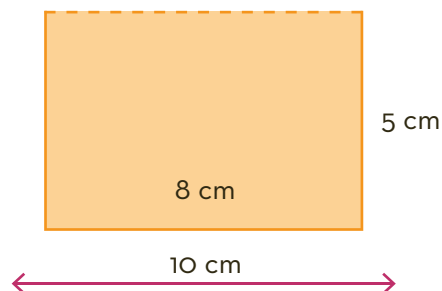
Como se observa en la imagen anterior, la medida de uno de los lados del cuadrado es 2 cm, que multiplicada por 3 (debido a que son tres lados los que no tienen coincidencia con el trapecio isósceles) da el perímetro del cuadrado, que es igual a 6 cm.

2. Del trapecio isósceles (por definición, sus lados opuestos no paralelos son iguales), se considera la longitud de los dos lados inclinados y las medidas de los segmentos de la base mayor que no coinciden con el rectángulo (líneas continuas).



Cada lado inclinado del trapecio isósceles mide 6.5 cm y, como son dos lados iguales, entonces se multiplica  $6.5 \times 2$  y se obtiene 13 cm. Sin embargo, falta considerar los dos segmentos cortos de la base mayor del trapecio isósceles, los cuales no están en la línea punteada, cuya medida se obtiene al restar a los 10 cm que mide la base mayor los 8 cm de la base del rectángulo, es decir,  $10 - 8 = 2$  cm. Por último, se suman los segmentos del contorno del trapecio isósceles que también conforman a la figura compuesta:  $13 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$ .

3. Del rectángulo, se suman las longitudes de los dos lados del ancho (5 cm de cada uno) y los 8 cm de uno de los lados del largo, debido a que no tiene coincidencia con la base mayor del trapecio isósceles (línea punteada). Por lo tanto, el perímetro del rectángulo es  $(5 \times 2) + 8 = 18$ , es decir, 18 cm.







4. Para obtener el perímetro de la figura compuesta, se deben sumar las cantidades obtenidas en los pasos anteriores, a partir de las figuras simples:

$$6 \text{ cm} + 15 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 39 \text{ cm}$$

Así, se obtiene el resultado de 39 cm, que es la medida del contorno de la casa (figura compuesta).

Existen otras maneras de determinar el perímetro de una figura compuesta. Una forma es usar las expresiones equivalentes, que son dos o más expresiones algebraicas que pueden tener un mismo valor, aunque su estructura sea diferente.

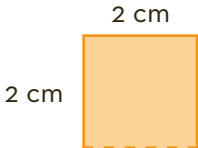
### Ejemplo 2

Hallar la medida del contorno de la casa del ejemplo 1 por medio de expresiones algebraicas.

Para hacerlo, en las siguientes tablas se muestran las expresiones algebraicas del perímetro de las figuras, además de la sustitución de valores correspondiente.

#### 1. Cuadrado

El perímetro de los tres lados del cuadrado se puede obtener con las expresiones  $a + a + a$  o  $3a$ , con  $a$  igual a 2 cm.

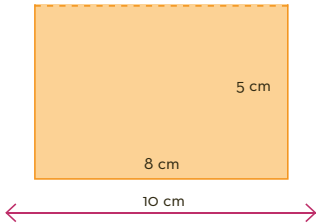
| Figura simple                                                                       | Expresión 1         | Expresión 2    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|----------------|
|  | $P = a + a + a$     | $P = 3a$       |
| Sustitución de $a = 2 \text{ cm}$                                                   | $P = 2 + 2 + 2 = 6$ | $P = 3(2) = 6$ |



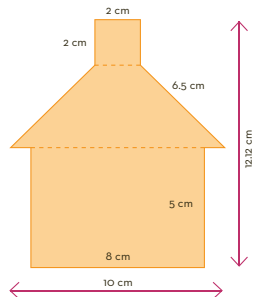
## 2. Trapecio isósceles

| Figura simple                                                                                                                                                                                                | Expresión 1                                  | Expresión 2                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|                                                                                                                             | $P = B - b_r + 2l$                           | $P = B - b_r + l + l$                           |
| Sustitución cuando:<br>$B$ (longitud de la base mayor del trapecio isósceles) = 10 cm;<br>$b_r$ (base del rectángulo) = 8 cm;<br>$l$ (longitud de los lados de igual medida del trapecio isósceles) = 6.5 cm | $P = (10 - 8) + 2(6.5)$<br>$P = 2 + 13 = 15$ | $P = (10 - 8) + 6.5 + 6.5$<br>$P = 2 + 13 = 15$ |

## 3. Rectángulo

| Figura simple                                                                                     | Expresión 1                                | Expresión 2           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------|
|                 | $P = b_r + 2h_r$                           | $P = b_r + h_r + h_r$ |
| Sustitución cuando:<br>$b_r$ (base del rectángulo) = 8 cm<br>$h_r$ (altura del rectángulo) = 5 cm | $P = 8 + 2(5)$<br>$P = 8 + 10$<br>$P = 18$ | $P = 8 + 5 + 5 = 18$  |

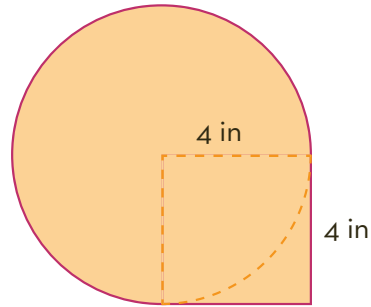
Con base en los resultados anteriores, en la siguiente tabla se muestran dos expresiones algebraicas que representan el perímetro de la figura compuesta.

|                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Expresión 1</p> $P = (3a) + [B - b_r + 2(l)] + (2b_r + 2h_r - b_r)$ $P = 3(2) + [2 + 2(6.5)] + [2(8) + 2(5) - 8] = 39$ <p>Expresión 2</p> $P = (a + a + a) + (2 + l + l) + (b_r + h_r + h_r)$ $P = (2 + 2 + 2) + (2 + 6.5 + 6.5) + (8 + 5 + 5) = 39$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Las figuras compuestas también pueden tener lados curvos como se observa en el siguiente ejemplo.

### Ejemplo 3

Hallar el perímetro de la figura compuesta.



Para determinar su perímetro se usan las fórmulas de cada una de las figuras simples, como se explica:

4. En el caso del cuadrado, la fórmula para calcular el perímetro es  $P = 4l$ ,



Al sustituir valores se obtiene:

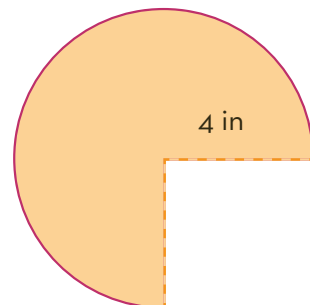
$$P = 4 \times 4 \text{ in} = 16 \text{ in}$$

Se observa que dos de los lados del cuadrado quedan fuera del círculo y conforman la figura compuesta, mientras que los otros dos están en el interior. Por ello, se requiere dividir entre dos el resultado anterior:

$$\frac{P}{2} = \frac{16 \text{ in}}{2} = 8 \text{ in}$$

El perímetro de interés del cuadrado es de 8 in.

2. El perímetro del círculo se determina con la fórmula  $P = \pi D$ .





Hay que considerar el valor de  $\pi = 3.14$  y también que el diámetro del círculo se obtiene al sumar dos veces el valor del radio. Entonces, se obtiene:

$$P = \pi D = (3.14)(4 \text{ in} + 4 \text{ in}) = (3.14)(8 \text{ in}) = 25.12 \text{ in}$$

Este resultado se divide entre 4 y se multiplica por 3, ya que de la circunferencia sólo se consideran 3 cuartas partes del círculo  $\left(\frac{3}{4}\right)$ ; la cuarta parte contempla los lados del cuadrado.

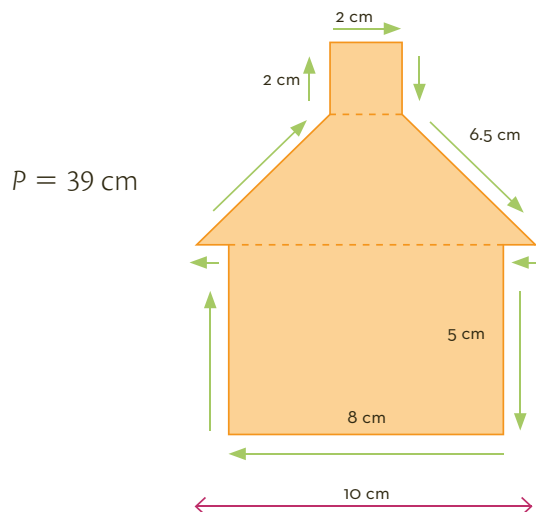
$$P = 25.12 \text{ in} \times \frac{3}{4} = 18.84 \text{ in}$$

3. Se suman las cantidades halladas en los pasos 1 y 2: el semi-perímetro del cuadrado y los  $\frac{3}{4}$  de perímetro de la circunferencia; luego, el perímetro de la figura compuesta es:

$$P = 8 \text{ in} + 18.84 \text{ in} = 26.84 \text{ in}$$

El perímetro de una figura compuesta se obtiene de distintas maneras; puede elegirse el proceso que sea conveniente aplicar. Incluso el perímetro de la ilustración de abajo se puede obtener sin descomponer la figura compleja en otras figuras simples, si se consideran las medidas del contorno.

Se inicia en la base de la fachada (rectángulo) y se continúa por el lado izquierdo de la figura (ver flechas verdes). La suma sería  $8 + 5 + 1 + 6.5 + 2 + 2 + 2 + 6.5 + 1 + 5 = 39$ , que es el perímetro de la figura compleja.

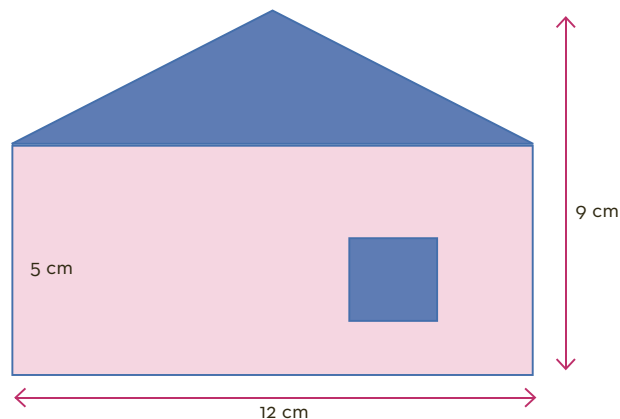


# Cálculo del área de figuras compuestas

El área es la medida de una superficie delimitada por su perímetro. Al igual que para calcular el perímetro de figuras compuestas, para calcular su área también se pueden dividir en figuras simples.

Una manera de calcular el área de una figura compuesta es identificar el área de cada una de las figuras simples, como lo muestran los siguientes ejemplos.

**Ejemplo 1**  
Determinar el área de la figura que muestra una cara lateral de una casa a escala.



La figura de la casa está constituida por un triángulo y un rectángulo, por ello se calculan de manera separada las áreas correspondientes.

1. Se determina el área del triángulo. Se observa en la figura que la base del triángulo es de 12 cm y la altura, de 4 cm, obtenida de la resta de 9 cm - 5 cm. La fórmula para obtener el área de un triángulo es:

$$A_t = \frac{b \times h}{2}$$

Entonces, se sustituyen las literales por su valor y se obtiene:

$$A_t = \frac{12 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}}{2} = \frac{48 \text{ cm}^2}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

2. La fórmula para calcular el área de un rectángulo es:  $A_r = b \times h$

Por tanto, el área de este polígono es:  $A_r = 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$



3. Por último, se suman las dos áreas obtenidas:

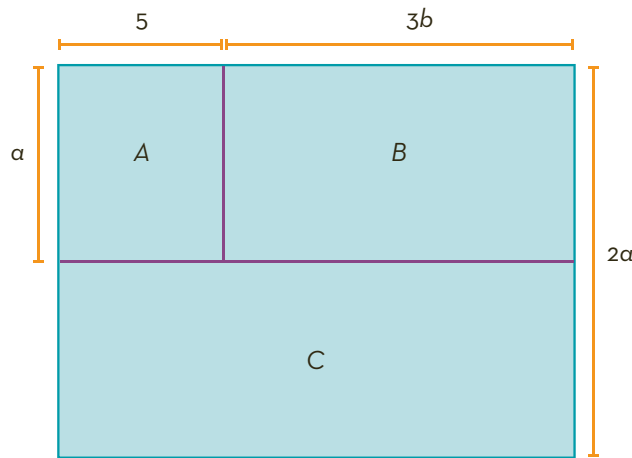
$$A_T = A_t + A_r = 24 \text{ cm}^2 + 60 \text{ cm}^2 = 84 \text{ cm}^2$$

$A_t$  es el área del triángulo,  $A_r$  representa el área del rectángulo y  $A_T$  el área total. Por tanto, el área de una de las caras laterales de la casa es de  $84 \text{ cm}^2$ .

Otra forma de calcular el área de figuras compuestas es mediante procedimientos algebraicos, como lo muestra el ejemplo 2.

### Ejemplo 2

La siguiente figura representa un terreno de forma rectangular en el que se han destinado espacios para montar corrales para patos ( $A$ ), para borregos ( $B$ ) y para vacas ( $C$ ). Se debe hallar el área total del terreno.



Para hacerlo, es necesario identificar la expresión que representa la base y la altura del rectángulo delimitado por la línea azul. Para la base, se considera  $5 + 3b$  y para la altura  $2a$ ; al realizar la multiplicación  $(5 + 3b)(2a)$ , se tiene que el área total del terreno es  $A = 10a + 6ab$ .

Otra forma de calcular el área es hacerlo por cada parte en que fue dividida la figura. El área del rectángulo se expresa como  $A_A = 5a$ , dado que su base es 5 y su altura es  $a$ ; la del rectángulo  $B$  es  $A_B = 3ab$ , ya que su altura es  $a$  y su base  $3b$ . El área del rectángulo  $C$  es  $A_C = (5 + 3b)(a) = 5a + 3ab$ , pues su base se obtiene al sumar  $5 + 3b$ ; su altura es  $a$ . Al sumar las tres áreas, se obtiene:

$$A_A + A_B + A_C = (5a) + (3ab) + (5a + 3ab) = 10a + 6ab$$

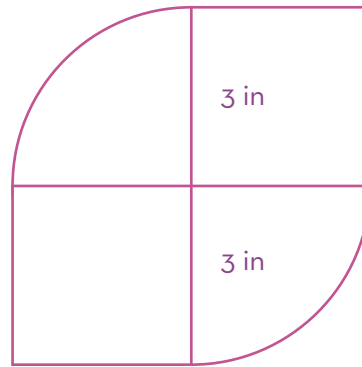
Este resultado coincide con el del procedimiento anterior.

Las figuras complejas también tienen lados curvos. Un ejemplo de cálculo de área de este tipo de figura es el siguiente.



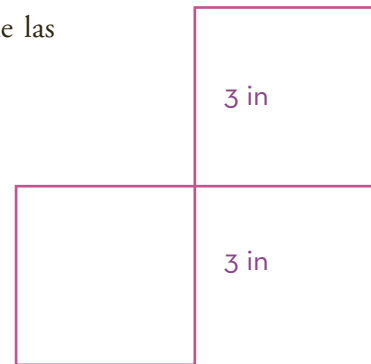
### Ejemplo 3

La figura está compuesta de dos cuadrados y un círculo. Hallar su área.



El área por obtener se denomina  $A_{FC}$ . Para determinarla, primero se obtiene el área de cada una de las figuras simples.

1. El área de un cuadrado se denomina  $A_C$  y se calcula de la siguiente manera:



Cada lado del cuadrado mide 3 in. Así, al sustituir los valores en la fórmula correspondiente, se tiene:

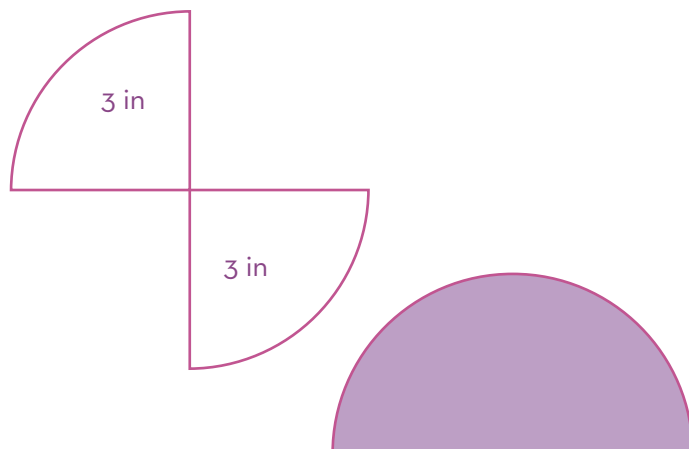
$$A_C = L \times L$$

$$A_C = 3 \text{ in} \times 3 \text{ in} = 9 \text{ in}^2$$

Como son dos cuadrados, el área que interesa se denomina  $A_{CS}$  y su valor es:

$$A_{CS} = (9 \text{ in}^2)(2) = 18 \text{ in}^2$$

2. El área del círculo se denomina  $A_{CR}$ . Por tanto,  $A_{CR} = \pi r^2$ .





Se considera el valor de  $\pi = 3.14$ . El radio del círculo es 3 in. Entonces, al sustituir los valores, se obtiene:

$$A_{CR} = \pi r^2 = (3.14)(3 \text{ in})^2 = (3.14)(9 \text{ in}^2) = 28.26 \text{ in}^2$$

Pero no se usa toda la superficie del círculo. Los dos sectores de la figura compuesta forman medio círculo, por ello el resultado anterior se divide entre dos. Por tanto:

$$A_{CR} = \frac{28.26 \text{ in}^2}{2} = 14.13 \text{ in}^2$$

3. Se suman las áreas obtenidas en los pasos 1 y 2.

$$A_{FC} = A_{CS} + A_{CR} = 18 \text{ in}^2 + 14.13 \text{ in}^2 = 32.13 \text{ in}^2$$

Por tanto, el área de la figura compuesta es de 32.13 in<sup>2</sup>.

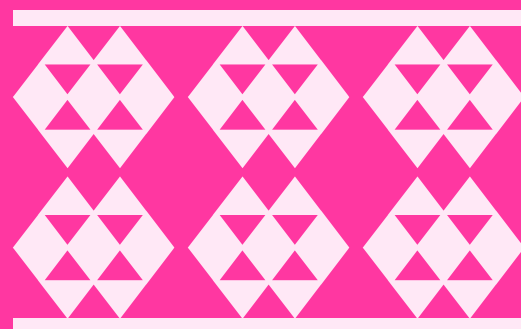
Para calcular el área de figuras compuestas, la clave está en identificar las figuras geométricas simples que las conforman, además de conocer las fórmulas para calcular las áreas correspondientes de cada una de ellas.

Como se observó, el perímetro y el área de figuras compuestas, también conocidas como *figuras complejas*, se calculan de diferentes maneras. Los cálculos que se mostraron corresponden a procedimientos aritméticos y algebraicos; sin embargo, ambos métodos dividen a la figura compleja (compuesta) en figuras más simples.





# Recolección, registro, análisis y comunicación de datos



La recolección de datos es una actividad importante para el ser humano: ayuda a conocer el mundo y a explicarlo, y contribuye en el desarrollo de la ciencia. A través del registro de los datos, mediante tablas y gráficas, es posible analizar la información que se obtiene. De esta manera, se facilita la interpretación y comunicación de datos.

La comunicación, a su vez, permite avanzar en el estudio y la comprensión de diversas situaciones de la naturaleza y la sociedad.

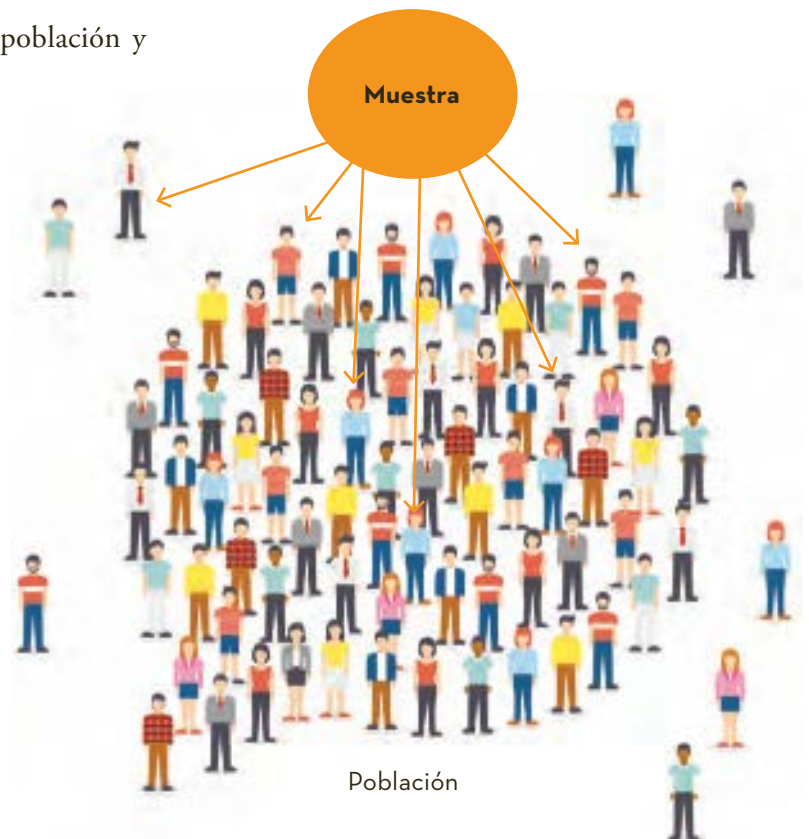
# Recolección, registro y análisis de información de datos

La recolección de datos es necesaria en los estudios estadísticos y se realiza sobre una población bien definida. Los datos se pueden obtener por observación, mediante una encuesta o al registrar los resultados de un experimento. El registro de datos debe realizarse de manera adecuada en tablas, para facilitar el análisis de la información.

Se llama *población* a cualquier colección de unidades que se deseen estudiar: personas, animales, objetos, entre otros. Por lo general, en un estudio estadístico se considera sólo una parte de la población, a la cual se le denomina *muestra*.

La recolección de datos no requiere de técnicas matemáticas complicadas, pero debe ser cuidadosa. Las muestras que interesan en la estadística deben ser representativas de la población y surgen de tomar en cuenta a todos sus integrantes, mediante la selección por un procedimiento al azar. Por ejemplo, la selección de los elementos de una muestra se podría hacer mediante un número de lista y tomarlos al azar de una urna. A una muestra de este tipo se le llama *muestra aleatoria*.

En la imagen se representa una población y una muestra de ella.





Los datos resultan de contar o medir unidades de una muestra y, en consecuencia, se representan por un número que se registra en un documento; por ejemplo, cuando se toma nota de la estatura, edad o masa corporal de individuos. A esa información se le denomina *datos cuantitativos*, que se suelen organizar de manera ordenada en una tabla de frecuencias.

En la primera columna de la tabla de abajo se consideran intervalos de clase, rangos de valores en los que se decide agrupar en partes al conjunto de los datos. La marca de clase es el punto medio del intervalo y se encuentra al sumar los números que determinan el intervalo y dividir el resultado entre dos. La frecuencia absoluta es el número de datos que corresponde a cada intervalo de clase. La frecuencia relativa, por su parte, se obtiene al dividir la frecuencia absoluta entre el número total de datos.

### Ejemplo

La tabla de frecuencias muestra datos de la masa corporal, en kilogramos, de 20 estudiantes de una escuela primaria. En ella, a la frecuencia absoluta de 6 le corresponde la frecuencia relativa  $0.30 \left( \frac{6}{20} = 0.30 \right)$ .

| Intervalo de clase | Marca de clase | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------------|----------------|---------------------|---------------------|
| [32, 34)           | 33             | 6                   | 0.30                |
| [34, 36)           | 35             | 5                   | 0.25                |
| [36, 38)           | 37             | 4                   | 0.20                |
| [38, 40]           | 39             | 5                   | 0.25                |
| Total              |                | 20                  | 1                   |

Los datos también pueden referirse a atributos o actitudes de la población y, en este caso, se les denomina *datos cualitativos*; por ejemplo, el estado civil de una persona, las creencias religiosas, el color de cabello, entre otros. Estos datos se agrupan por categorías y se suelen representar por gráficas de barras o de sectores.

Al realizar un estudio estadístico se parte de identificar una población y establecer el aspecto que interesa conocer acerca de ella. Se selecciona una muestra aleatoria y se recopilan los datos. A continuación, si los datos son cuantitativos, se registran en una tabla de frecuencia y se elabora su gráfica. Si los datos son cualitativos se registran en una tabla, se indican las diferentes categorías con el respectivo número de elementos y se elaboran gráficas. En ambos casos, se continúa con el análisis, es decir, se examina con detalle la información para concluir algo acerca de las características de interés de la población en cuestión.

## Comunicación del análisis de datos

La comunicación del análisis de datos es una etapa fundamental de la estadística. La manera más importante y práctica de comunicar dicha información es mediante gráficas, las cuales permiten observar características importantes del conjunto de datos y su comportamiento. Para datos cuantitativos, tres de las formas más representativas de elaborar gráficas son los histogramas, las gráficas poligonales y las gráficas de línea.

Para construir un histograma se debe tener previamente registrados los datos en una tabla de frecuencias.

El histograma se elabora con rectángulos continuos, cuyas bases son los intervalos de clase, respectivamente, y las alturas son las frecuencias de datos de cada intervalo. Los intervalos de clase se marcan en el eje horizontal y las frecuencias se indican en el eje vertical. Es posible representar la frecuencia absoluta o la frecuencia relativa.

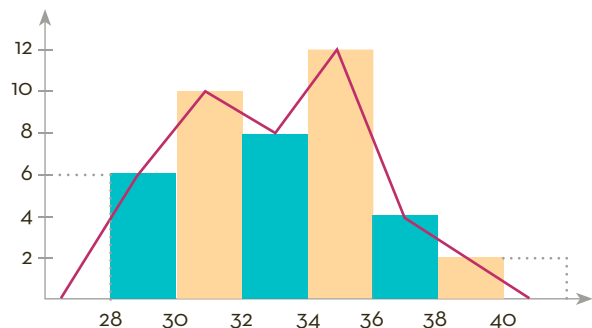
La *frecuencia absoluta* es el número de datos que hay en cada intervalo de clase. Se debe cuidar que cada dato pertenezca exclusivamente a un solo intervalo de clase. La *frecuencia relativa* es la proporción de todos los datos que hay en cada intervalo y se obtiene al dividir la frecuencia absoluta de datos de cada intervalo entre el número total de datos.

El número de intervalos de clase de un histograma no debe ser muy pequeño ni muy grande. Una concentración de datos en dos o tres intervalos, o una gran dispersión con muchos intervalos, no contribuye a analizar el comportamiento de la información.

Una regla práctica para establecer los intervalos es considerar el rango, para lo cual se resta el dato menor del dato mayor. Este número se divide entre el número de intervalos que se desee y se obtiene la amplitud de cada intervalo.

### Ejemplo 1

A continuación se muestra un histograma de las edades de 42 personas en una carrera de maratón. Las frecuencias de los intervalos son 6, 10, 8, 12, 4 y 2, sucesivamente.

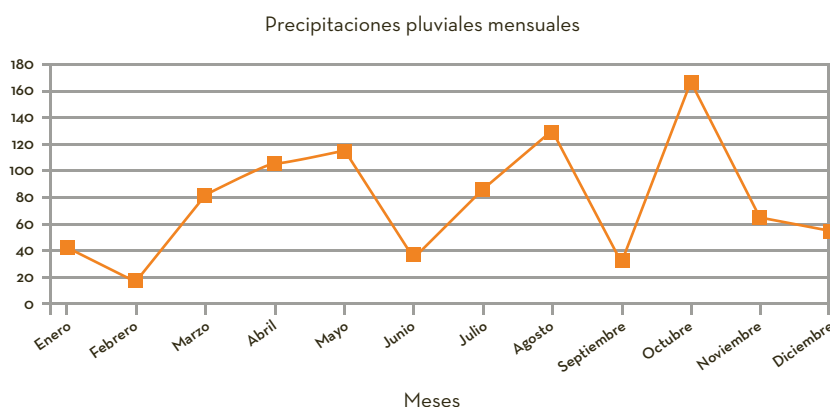


Para construir la gráfica poligonal se toma en cuenta la posición de las marcas de clase de cada barra del histograma a la altura correspondiente de la misma, y así unir estos puntos con segmentos, como se muestra en la gráfica anterior. Finalmente, se cierra la gráfica, con forma de polígono, tras unir sus extremos con el punto medio de un hipotético intervalo de clase sobre el eje horizontal.

Las gráficas de línea consisten en una serie de datos conectados por líneas rectas que muestran tendencias o cambios a lo largo del tiempo.

### Ejemplo 2

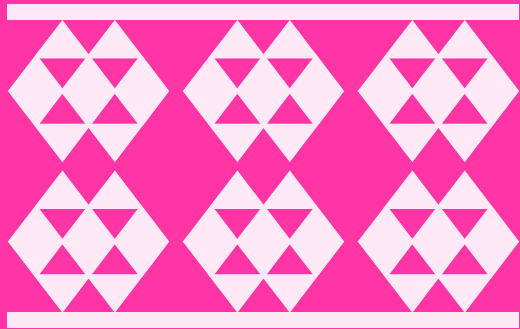
A continuación, se muestra el registro de precipitaciones de lluvia mensuales en una población en una gráfica de línea. Se observa que de enero a febrero hay un decremento en las precipitaciones, y a partir de febrero se incrementan hasta mayo. Continúan decrementos e incrementos de precipitaciones. En octubre se tiene la mayor precipitación del año.



Los tres tipos de gráficas que se han descrito ayudan a analizar características de un conjunto de datos y permiten observar su comportamiento. Así, contribuyen a dirigir la atención hacia dicho conjunto de datos. Conviene recordar el dicho “Una imagen vale más que mil palabras”.



Un estudio estadístico inicia con la recopilación de datos, que corresponden a una población bien definida y se recopilan de una muestra representativa de ella. Se hace un registro adecuado de los datos para realizar el análisis de la información y se comunican los resultados mediante gráficas. Las gráficas son un recurso para resumir información numérica. Además, son una forma accesible de interpretar y comunicar información de manera clara.



# Medidas de tendencia central y de dispersión

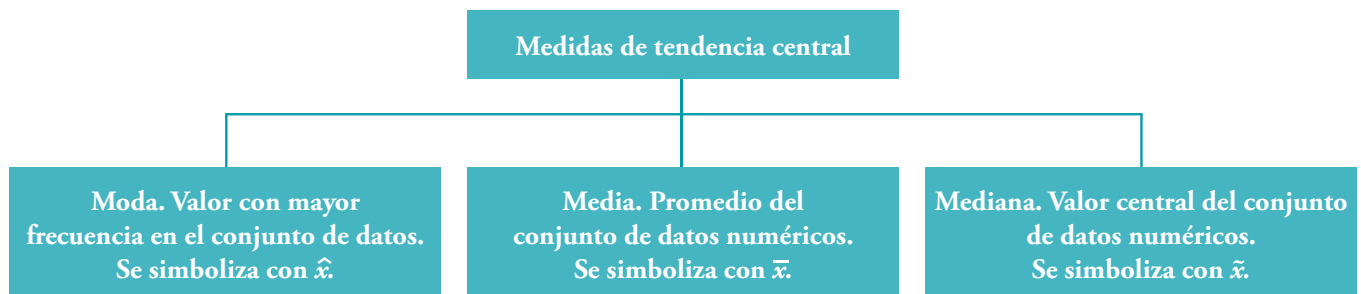
En ocasiones se maneja una gran cantidad de información que proviene de muestras o poblaciones estadísticas que presentan grandes cantidades de datos con cierto grado de variabilidad. En estos casos, siempre es preferible calcular medidas que ofrezcan información resumida sobre dichas variables.

El uso de medidas de tendencia central y de dispersión ayuda en el análisis de datos pero, al momento de tomar decisiones, a veces, se utilizan unas u otras medidas para establecer mejores opciones; mayor o menor riesgo, ganancia o pérdida, entre otras situaciones.

# Interpretación de medidas de tendencia central para la toma de decisiones

Para analizar un conjunto de datos se debe tomar en cuenta un “representante”; de este modo no es necesario considerar todos los datos recolectados individualmente, ya que dicho valor puede exponer las características de la totalidad de los datos. A este tipo de valores se les llama *medidas de tendencia central* y son indicadores estadísticos que muestran hacia qué valor o valores tienden los datos en estudio.

El siguiente esquema muestra las definiciones de las tres medidas de tendencia central.



El promedio o media se calcula al sumar todos los valores y dividir el resultado entre el total de datos.

## Ejemplo 1

En el conjunto de datos 8, 6, 4, 10, 10, 10, 10, 10, 16, 14, 12, la media se calcula:

$$\bar{x} = \frac{8 + 6 + 4 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 16 + 14 + 12}{11} = \frac{110}{11}$$
$$\bar{x} = 10$$

Este valor compensa, por así decirlo, los valores mínimos y máximos del conjunto de datos.

Dentro de las características de la media se destacan las siguientes:

1. La media podrá calcularse sólo si el conjunto de datos es numérico.
2. La media es única para un conjunto de datos.
3. Los valores demasiado grandes o pequeños (valores extremos) alteran significativamente a esta medida; por ejemplo, la media de los valores 5, 7, 11 y 14 es 9.25. Ahora bien, si se agrega un valor grande, como 32, se tiene que la media de 5, 7, 11, 14 y 32 es 13.8; a diferencia de que si se agregara un valor no tan alejado, por ejemplo 18, la media de los valores 5, 7, 11, 14 y 18 es 11. En conclusión, si se tiene un valor alejado de la mayoría de los valores del conjunto de datos, éste provoca una variación significativa en la media.

Por su parte, para calcular la moda se debe identificar el dato que más se repita.

#### Ejemplo 2

En el conjunto de datos 4, 3, 2, 5, 5, 5, 5, 5, 8, 7, 6 la moda es 5.

$$\hat{x} = 5$$

Dentro de las características de la moda destacan las siguientes:

1. Existen conjuntos de datos multimodales; es decir, aquellos en los que varios datos se repiten las mismas veces, el mayor número de veces.
2. Los valores demasiado grandes o pequeños (valores extremos) no afectan la moda.
3. Existen conjuntos de datos amodales, que son aquellos en los que no hay un dato con mayor frecuencia.
4. La moda puede obtenerse aunque el conjunto de datos no sea numérico.

Por último, para identificar la mediana se debe buscar el dato que se encuentra en la posición central del conjunto de valores, cuando éstos se ordenan de menor a mayor o viceversa.

#### Ejemplo 3

Se tienen los siguientes valores ordenados de menor a mayor de un conjunto de datos:

6, 9, 9, 12, 12, 12, 15, 15, 18, 21, 21

El dato que está en la posición central es el 12, ya que hay 5 datos menores antes y 5 datos mayores después. Por tanto, este número es la mediana.

$$\tilde{x} = 12$$





Dentro de las características de la mediana destacan:

1. Cuando el número de datos es par, la mediana es igual a la media de los dos valores centrales.

Si los datos son 2, 3, 3, 4, 5, 5, los valores centrales son 3 y 4, así que la mediana será:

$$\frac{3 + 4}{2} = 3.5, \text{ es decir, } \tilde{x} = 3.5.$$

2. Los valores extremos normalmente no la afectan.

#### Ejemplo 4

La tabla muestra la cantidad de horas que 12 adolescentes miran televisión durante una semana. Determinar la medida de tendencia central que representa mejor los datos de la tabla.

| Adolescentes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------------|---|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|----|
| Horas        | 5 | 8 | 8 | 3 | 15 | 10 | 3 | 6 | 3 | 7  | 28 | 3  |

Para responder al planteamiento, se obtienen las medidas de tendencia central como sigue:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{5 + 8 + 8 + 3 + 15 + 10 + 3 + 6 + 3 + 7 + 28 + 3}{12} = 8.25$$

Mediana: 3, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8, 8, 10, 15, 28

$$\frac{6 + 7}{2} = 6.5 \quad \tilde{x} = 6.5$$

Moda: 3, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8, 8, 10, 15, 28

$$\hat{x} = 3$$

Como es posible observar en los resultados, las tres medidas están alejadas una de la otra. La moda no es una buena representante, ya que ni la mitad de los adolescentes ven la televisión 3 horas.

La media se ve afectada por el valor 28, que es extremo, y más de la mitad de los datos están por debajo de la media; por lo tanto, tampoco es buena representante del conjunto de datos. La mediana podría ser la mejor representante, pues al menos la mitad de los adolescentes ven menos de 6.5 horas de televisión y la otra mitad ven más horas.

Para decidir qué medida de tendencia central es más representativa de un conjunto de datos, se debe analizar cada situación de forma específica.

# Interpretación de medidas de dispersión para la toma de decisiones

Cuando se tiene una muestra de datos obtenida de una población cualquiera es importante determinar tanto sus medidas de tendencia central como qué tan dispersos están los datos en la muestra, por ello, es de importancia estudiar las medidas de dispersión como el rango, la desviación media, la varianza y la desviación estándar, ya que mucha variabilidad o dispersión en los datos indica, en la mayoría de los casos, la inestabilidad de un proceso.

Las medidas de dispersión son métricas estadísticas que indican la separación de un conjunto de datos. Entre ellas se encuentran el rango, la desviación media, la varianza y la desviación estándar. A continuación, se aborda el caso del rango y de la desviación media.

## El rango

El rango de un conjunto de datos es igual a la diferencia del dato mayor y el dato menor.

### Ejemplo 1

En el conjunto de valores 16, 18, 21, 31, 33, 38, el rango es igual a  $38 - 16 = 22$ . El rango determina la dispersión del conjunto de datos. El rango no es una medida de tendencia central, sino una medida de variabilidad de los datos.

### Ejemplo 2

Un entrenador de atletismo debe decidir de entre dos corredores a cuál elegir para la próxima carrera de 100 m planos. El entrenador basará su decisión en los resultados de las últimas cinco carreras realizadas por los dos atletas.

| Atleta | Tiempo de las carreras (segundos) |      |      |      |      |
|--------|-----------------------------------|------|------|------|------|
|        | 1                                 | 2    | 3    | 4    | 5    |
| A      | 12.2                              | 12.6 | 12   | 12.8 | 12.2 |
| B      | 12.2                              | 12.3 | 12.3 | 12.4 | 12.6 |

Si intentara tomar la decisión por la media, no sería posible ya que:

$$\text{Media del atleta A} = 12.36$$

$$\text{Media del atleta B} = 12.36$$



Es decir, sus promedios son iguales; pero él desea saber cuál de los dos atletas es más constante en sus carreras, así que se calcula el rango:

$$\text{Rango del atleta } A = 12.8 - 12 = 0.8$$

$$\text{Rango del atleta } B = 12.6 - 12.2 = 0.4$$

El rango indica que el atleta  $B$  es menos disperso en sus resultados; es decir, los tiempos de sus carreras son más homogéneos.

El rango es una “medida” de la dispersión de datos; no obstante, hay datos muy diferentes que pueden tener el mismo rango, aunque tengan el mismo o casi el mismo promedio.

## La desviación media

La desviación media es el promedio de las diferencias de los datos con respecto de su media; es decir, qué tanta distancia se desvían en promedio los valores con respecto de la media. Para calcularla, primero se debe restar la media al valor de cada uno de los datos para saber qué tan alejados están de la misma, pero dado que es una distancia se debe obtener el valor absoluto, ya que no es posible considerar distancias negativas; luego, se calcula el promedio de estas medidas.

### Ejemplo 3

Los siguientes datos se refieren a bolsas de café molido de 350 g de una misma empresa, pero que se llenan y venden en dos tiendas distintas. Se trata de determinar cuál de las dos tiendas es más consistente en el llenado de las bolsas, para ello se han seleccionado y pesado exactamente 5 bolsas al azar.

| Tienda A | Tienda B |
|----------|----------|
| 350.14   | 350.09   |
| 350.18   | 350.12   |
| 349.98   | 350.20   |
| 349.99   | 349.88   |
| 350.12   | 349.95   |

Si se determina la media aritmética de las muestras de cada tienda, se obtiene:

Media de la tienda  $A$ :

$$\bar{x}_A = \frac{350.14 + 350.18 + 349.98 + 349.99 + 350.12}{5} = 350.082$$

Media de la tienda  $B$ :

$$\bar{x}_B = \frac{350.09 + 350.12 + 350.20 + 349.88 + 349.95}{5} = 350.048$$

Con las medias es difícil poder tomar una decisión, ya que son semejantes.

Por otro lado, el rango en el caso de la tienda *A* es de 0.20 y en la tienda *B* es de 0.32; es una diferencia muy pequeña, por lo que la medida de dispersión que se utilizaría para resolver esta situación es la desviación media.

En la siguiente tabla se muestra el valor absoluto de las diferencias de la media y el valor de cada uno de los datos. Se toma el valor absoluto para que estas diferencias sean siempre positivas.

| Tienda A     | $ \bar{x} - x $      | $ \bar{x} - x  =$ | Tienda B     | $ \bar{x} - x $      | $ \bar{x} - x  =$ |
|--------------|----------------------|-------------------|--------------|----------------------|-------------------|
| 350.14       | $ 350.082 - 350.14 $ | 0.058             | 350.09       | $ 350.048 - 350.09 $ | 0.042             |
| 350.18       | $ 350.082 - 350.18 $ | 0.098             | 350.12       | $ 350.048 - 350.12 $ | 0.072             |
| 349.98       | $ 350.082 - 349.98 $ | 0.102             | 350.20       | $ 350.048 - 350.20 $ | 0.152             |
| 349.99       | $ 350.082 - 349.99 $ | 0.092             | 349.88       | $ 350.048 - 349.88 $ | 0.168             |
| 350.12       | $ 350.082 - 350.12 $ | 0.038             | 349.95       | $ 350.048 - 349.95 $ | 0.098             |
| <b>Total</b> |                      | <b>0.388</b>      | <b>Total</b> |                      | <b>0.532</b>      |

En las columnas “ $|\bar{x} - x| =$ ”, lo que se determina es qué tan alejado (desviado) está cada valor de la media, considerándolo como una distancia. Por eso se utiliza un valor absoluto y después se promedian estos desvíos o alejamientos.

$$\text{Desviación media de la tienda A: } \frac{0.388}{5} = 0.0776$$

$$\text{Desviación media de la tienda B: } \frac{0.532}{5} = 0.1064$$

Como se observa, la tienda *A* tiene menor desviación media, por lo que sus paquetes son más homogéneos; es decir, con base en los paquetes seleccionados al azar, el contenido de dichos paquetes son menos dispersos, a pesar de que en promedio ponen un poco más de café en los paquetes.

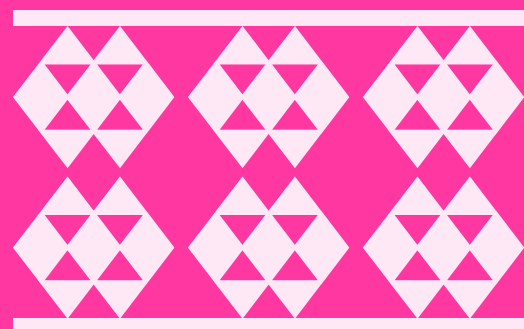
Una interpretación del resultado anterior es que el control de calidad de la tienda no es el adecuado, y en consecuencia no está ofreciendo a sus clientes la cantidad de café marcada en la etiqueta.

Conocer y aplicar las medidas de dispersión en diversos contextos, como en los negocios, la salud o el deporte, ayuda a saber si los datos analizados poseen mucha o poca variabilidad; así como a mejorar los procesos o productos que se desarrollen en cada situación.

En la toma de decisiones es conveniente realizar análisis estadísticos en los que intervengan las medidas de tendencia central y de dispersión. Las medidas de tendencia central ayudarán a encontrar al mejor representante posible del conjunto de datos y las medidas de dispersión, a determinar qué tanta variabilidad tiene dicho conjunto de valores.



# Tendencias en los datos



Es posible obtener datos de cualquier ámbito de la vida. Por ejemplo, la cantidad de contagiados diarios por una enfermedad, el número de personas que prefieren un determinado tipo de producto, entre otros. Al revelar la tendencia de estas actividades, las autoridades correspondientes (empresarios, funcionarios públicos, por ejemplo) promueven acciones directas y objetivas con el propósito de resolver la problemática en cuestión.

# Interpretación de la variación de datos

Las tendencias de los datos de un conjunto se identifican a partir de sus variaciones y sus valores representativos. La variación de los datos se refiere a las diferencias y cambios entre éstos. Se representan a través de las medidas de tendencia central (media aritmética, moda y mediana), así como de las medidas de dispersión (desviación estándar y rango).

En un conjunto de datos puede o no haber variación, pero, de haberla, puede ser poca o mucha. Los siguientes son ejemplos alusivos a cada uno de los tipos de dispersión.

## Ejemplo 1

| Grupo                                                               |                                    |                                     |
|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| A                                                                   | B                                  | C                                   |
| La edad de 5 estudiantes de un grupo de segundo grado de secundaria | La edad de 5 atletas de un colegio | La edad de 5 personas en un autobús |
| 12, 12, 12, 12, 12                                                  | 12, 13, 12, 14, 13                 | 15, 27, 43, 70, 67                  |

En el grupo A, los datos no tienen variación; en el grupo B, la variación de los datos es poca; y en el grupo C, existe mucha variación entre los datos.

La dispersión en los datos se mide por su rango o la desviación estándar; esta última se entiende como la variación o dispersión entre los datos individuales y la media aritmética.

Para denotar estas medidas se usa  $R$  para rango,  $S$  para la desviación estándar (que es la raíz cuadrada de la varianza, representada como  $S^2$ ) y  $\bar{x}$  para la media aritmética. Después se calculan de la siguiente manera:

$$R = V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}} \text{ y } S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}, \text{ donde } \bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}.$$



En las fórmulas anteriores,  $V_{\text{máx}}$  representa el valor máximo del conjunto de datos y  $V_{\text{mín}}$ , el valor mínimo. Por su parte,  $\bar{x}$  representa la media aritmética de los valores y  $n$  es el número de valores en el conjunto de datos.

En el grupo A:

$$R = V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}}$$

$$R = 12 - 12$$

$$R = 0$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{12 + 12 + 12 + 12 + 12}{5} = 12$$

Por tanto,

$$S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{(12 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (12 - 12)^2}{5 - 1}$$

$$S^2 = 0$$

Recuerda que para calcular  $S$  se debe obtener la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad. Como  $S^2 = 0$ ,  $S = 0$ .

En el grupo B:

$$R = V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}}$$

$$R = 14 - 12$$

$$R = 2$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{12 + 13 + 12 + 14 + 13}{5} = 12.8$$

Por tanto,

$$S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{(12 - 12.8)^2 + (13 - 12.8)^2 + (12 - 12.8)^2 + (14 - 12.8)^2 + (13 - 12.8)^2}{5 - 1}$$

$$S^2 = \frac{2.8}{4}$$

$$S^2 = 0.7$$

Recuerda que para calcular  $S$  se debe obtener la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad. En este caso,  $S = 0.84$ .



En el grupo C:

$$\begin{aligned}R &= V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}} \\R &= 70 - 15 \\R &= 55\end{aligned}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{15 + 27 + 43 + 70 + 67}{5} = 44.4$$

Por tanto,

$$\begin{aligned}S^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\S^2 &= \frac{(15 - 44.4)^2 + (27 - 44.4)^2 + (43 - 44.4)^2 + (70 - 44.4)^2 + (67 - 44.4)^2}{5 - 1} \\S^2 &= \frac{2335.2}{4} = 583.8\end{aligned}$$

Recuerda que para calcular  $S$  se debe obtener la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad.  $S = 24.162$

Lo anterior muestra que el valor del rango y la desviación estándar reflejan la variación en los datos; es decir, si su valor es 0, no existe variación en los datos, como en el grupo A, y cuanto mayor sea el valor de los datos, mayor es la variación.

Las medidas de tendencia central describen alrededor de qué valor tiende el conjunto de datos de acuerdo con su variación. Si no existe variación o es poca, los datos tienden a la media aritmética y a la mediana; si la variación es mucha, tienden a la mediana. A continuación, se verá un ejemplo que lo ilustra.

### Ejemplo 2

La siguiente tabla muestra las tasas de inflación promedio de México, Estados Unidos y la Unión Europea en los cinco últimos quinquenios. Un quinquenio es un periodo de 5 años.

**Tasas de inflación por quinquenio**

| Territorios    | 1996-2000 | 2001-2005 | 2006-2010 | 2011-2015 | 2016-2020 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| México         | 24.51     | 4.93      | 4.44      | 3.61      | 4.16      |
| Unión Europea  | 2.36      | 2.55      | 2.24      | 1.69      | 2.71      |
| Estados Unidos | 3.14      | 2.53      | 2.35      | 1.46      | 1.1       |



Para calcular la mediana primero se ordenan los datos de menor a mayor. Si la serie tiene un número impar de valores, la mediana es el valor central de la misma. Si la serie tiene un número par de valores, la mediana es el promedio entre los dos valores centrales.

Al calcular las medidas de tendencia central y de dispersión de cada uno de los territorios, se obtienen los siguientes resultados:

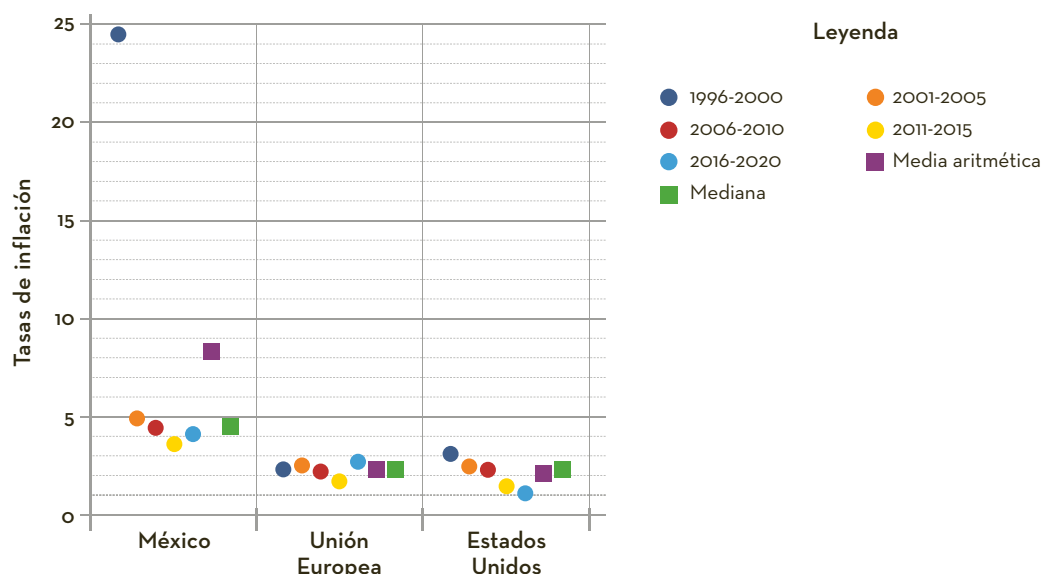
#### Medidas de tendencia central y de dispersión

| Territorios    | Media aritmética | Mediana | Desviación estándar | Rango |
|----------------|------------------|---------|---------------------|-------|
| México         | 8.33             | 4.44    | 9.06                | 20.9  |
| Unión Europea  | 2.31             | 2.36    | 0.39                | 1.02  |
| Estados Unidos | 2.12             | 2.35    | 0.83                | 2.04  |

Las tasas de inflación en México presentan una variación grande de un quinquenio con respecto a otro. Entonces, al calcular su desviación estándar y el rango se obtienen valores altos; por lo tanto, la medida de tendencia central que describe mejor estos datos en México es la mediana.

Las tasas de inflación de Estados Unidos y la Unión Europea varían poco de un quinquenio a otro. Así, al calcular su desviación estándar y el rango, el resultado es pequeño. Esto significa que los datos de estos dos territorios tienden a sus respectivas medias aritméticas y medianas.

Si se ubican en una gráfica, representados por puntos, los datos de las tasas de inflación y las medidas de tendencia central calculadas de cada uno de los territorios durante los cinco quinquenios, será más claro ver que: los datos de México tienen una variación grande y la mayoría tiende a la mediana; en la Unión Europea y Estados Unidos, los datos tienen poca variación; por lo tanto, ambas medidas de tendencia central describen los datos.



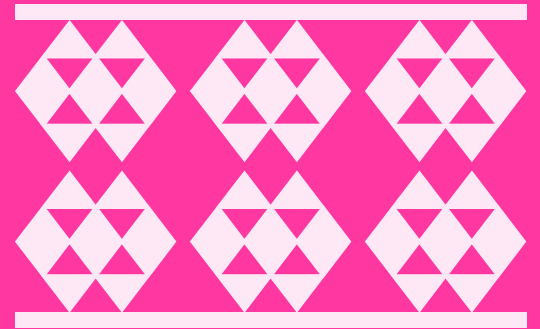
La variación de los datos está asociada a la medida de tendencia central a la que tiende la mayor cantidad de datos de un conjunto. Si la variación entre los datos es pequeña, tiende a la media aritmética y a la mediana; y si la variación es grande, los datos tienden a la mediana.

Las medidas de tendencia central son valores representativos de los datos; sin embargo, cuando los datos presentan una dispersión grande entre ellos, es decir, al calcular el rango o la desviación estándar, el resultado es un valor grande. Por tanto, ni la mediana ni la media aritmética son representantes adecuadas del conjunto de datos para describirlos. Cuando los datos presentan una variación pequeña entre ellos, es decir, el valor del rango o la desviación estándar es pequeño, los datos pueden analizarse con el valor de la mediana o la media aritmética, según sea el caso.



# Experimentos aleatorios y registro de los resultados

La probabilidad se utiliza para medir el nivel de certidumbre de un suceso, es decir, permite saber qué tan posible es la ocurrencia de algo, y se puede calcular de diferentes formas, a partir de la información con la que se cuenta. El uso de tablas de frecuencias es útil, ya que permite organizar los datos y exponerlos de forma clara y sencilla.



# Comprensión de la probabilidad frecuencial y la probabilidad clásica

Antes de calcular la probabilidad de que algo suceda, primero se debe determinar si es necesario realizar un experimento aleatorio o no, lo cual, a su vez, depende de si se conocen o no los posibles valores de dicho suceso. En caso de que se sepan, se calcula con la fórmula de la probabilidad clásica; en caso contrario, se lleva a cabo el experimento un determinado número de veces y se calcula la probabilidad frecuencial.

Se entiende como *experimento aleatorio* un fenómeno que se puede repetir bajo las mismas condiciones iniciales, y del cual se conocen todos sus posibles resultados, pero no se sabe cuál sucederá en la siguiente repetición. Un ejemplo de experimento aleatorio es el lanzamiento de una moneda. Al lanzarla varias veces, es posible obtener dos resultados, porque la moneda sólo tiene dos caras, águila y sol, pero no se sabe cuál de ellas resultará en cada lanzamiento.

Un *evento* es un fenómeno en específico que se quiere observar cuando se realiza un experimento aleatorio. Por ejemplo, en el lanzamiento de una moneda, un evento puede ser la cantidad de veces que cae águila. En el ejemplo de una urna, un evento posible es la cantidad de bolas negras que se extraen.

Los eventos se denotan con las letras mayúsculas del abecedario para simplificar la escritura. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado, el evento  $A$  representa la obtención de un 1; el evento  $B$ , la obtención de un 2; y así sucesivamente.

Para calcular la probabilidad frecuencial de un evento ( $A$ ) en un experimento aleatorio, se debe considerar el número de veces que aparece dicho evento, y el número total de repeticiones del experimento ( $n$ ), entonces:

$$P(A) = \frac{\text{número de veces que ocurre } A}{n}$$

### Ejemplo

Si en el experimento aleatorio de lanzar una moneda 150 veces se obtiene águila en 68 ocasiones, la probabilidad frecuencial es:

$$P(\text{águila}) = \frac{68}{150} = 0.45$$

Por otro lado, la probabilidad clásica de un evento ( $A$ ) se calcula a partir del número total de posibles resultados de un experimento ( $n$ ) y el número de formas en las que puede ocurrir el evento ( $s$ ), entonces:

$$P(A) = \frac{s}{n}$$

Así, para calcular la probabilidad clásica de obtener un águila en el lanzamiento de una moneda, primero se determina el número total de posibles resultados, los cuales son dos; después, el número de formas en las que se obtiene águila. En este caso, sólo es de una forma:

$$P(\text{águila}) = \frac{1}{2} = 0.5$$

Como se puede observar, aunque el experimento es el mismo, la probabilidad calculada en ambos ejemplos es diferente. Para explicar esto, es necesario hablar de la ley de los grandes números, la cual establece que, si se realiza un número muy grande de repeticiones un experimento aleatorio, la probabilidad frecuencial de un evento  $A$  será aproximadamente igual a la probabilidad clásica.

Si en el ejemplo del lanzamiento de una moneda se repitiera el experimento 5 000 veces, y el número de veces con resultado águila fuera 2 474, entonces:

$$P(\text{águila}) = \frac{2\,474}{5\,000} = 0.4948$$

Este número se aproxima al valor calculado en la probabilidad clásica y si el número de repeticiones fuera todavía más grandes, el valor calculado se aproximaría aún más.



# Tablas de frecuencia para registro de resultados

Cuando se realiza un experimento aleatorio, el número de datos obtenidos depende de la cantidad de veces que se repita dicho experimento; por ejemplo, si se lanza una moneda 200 veces, se obtienen 200 datos, por lo cual se recomienda organizar los resultados en una tabla para observar mejor su comportamiento.

## Ejemplo 1

Una caja contiene fichas rojas (*R*), verdes (*V*) y blancas (*B*). El experimento aleatorio consiste en sacar una ficha al azar, anotar su color y regresar la ficha a la caja. Se lleva a cabo el proceso 35 veces, y se obtienen los siguientes resultados:

*R R R B B B B V R B V B B B R B B B R R R R B B B R B B V V V R B B V*

Después, se elabora una tabla de dos columnas para organizar los resultados, donde la primera contiene los colores de las fichas y la segunda, la cantidad de veces que se obtiene cada color. Es importante señalar que, cuando se hace una tabla para organizar datos, se debe escribir en la parte superior de cada columna una breve descripción de lo que contiene. Esto permite entender mejor los datos que presenta.

| Color de la ficha | Cantidad  |
|-------------------|-----------|
| Roja              | 11        |
| Verde             | 6         |
| Blanca            | 18        |
| <b>Total</b>      | <b>35</b> |

En la primera columna se encuentran los colores de las fichas y en la segunda, cuántas fichas de cada color se sacaron (la frecuencia con la que salieron). Estas cantidades se obtuvieron contando. En la última fila se escribió “Total”, que indica la suma de los valores de las filas superiores, la cual debe ser igual al número total de extracciones realizadas. Esto sirve para comprobar que la cuenta se efectuó correctamente.

Como se puede ver en la tabla, en la repetición del experimento que consiste en sacar una ficha, anotar su color y regresarla a la caja, se obtuvieron más fichas blancas y menos fichas verdes. Con ello, es posible interpretar que en la caja hay más fichas blancas que verdes. Ésta es una conclusión a la que no es fácil llegar a simple vista, y menos si se tienen muchos datos. En cambio, si los datos se organizan, se pueden observar e interpretar.

### Ejemplo 2

Se realizó un experimento aleatorio y se registraron los datos en una tabla como la siguiente:

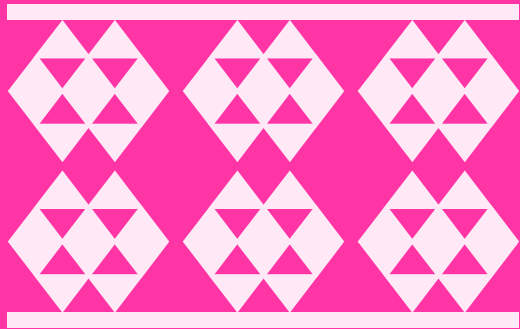
| Cara del dado | Número de veces obtenidas |
|---------------|---------------------------|
| 1             | 16                        |
| 2             | 8                         |
| 3             | 11                        |
| 4             | 10                        |
| 5             | 8                         |
| 6             | 12                        |
| <b>Total</b>  | <b>65</b>                 |

Según los datos de la tabla, se puede interpretar que el experimento aleatorio consistió en lanzar un dado 65 veces y se anotó la cara obtenida en cada repetición. Entonces, se observa que el número 1 cayó más veces (16), mientras que los números 2 y 5 cayeron menos veces (8).

Organizar los datos en una tabla de frecuencias facilita la lectura e interpretación del experimento aleatorio; por ello, se debe tener cuidado en su elaboración.



Es importante reconocer qué es un experimento aleatorio, un evento y cómo se puede calcular la probabilidad, pues actualmente muchos medios brindan información en términos probabilísticos. En ocasiones, la información se proporciona a través de tablas de frecuencias, por lo que es necesario aprender a leerlas y también dar una interpretación de los datos que contienen.



# Medición de probabilidad, su equivalencia y representación

Para tomar la mejor decisión ante sucesos por venir, tales como invertir en la bolsa de valores, elegir el número ganador en un juego de dados, o salir de casa con paraguas o no, se utilizan modelos y algoritmos matemáticos pertenecientes a la rama de la probabilidad, los cuales ayudan a reducir el riesgo de tomar una decisión equivocada. Es importante conocer las características de la medición de probabilidad y sus distintas equivalencias para saber interpretar los resultados de los cálculos matemáticos con el fin de tomar la mejor decisión.





# Cálculo de probabilidad y su equivalencia con representación

La frase “la probabilidad de que llueva el día de hoy es de 70%” es un indicador de que es mejor salir de casa con paraguas, porque 70% es un porcentaje alto, cercano al 100. De igual manera, si se dice que la probabilidad es de  $\frac{7}{10}$  o bien, 0.7, también significa llevar el paraguas. Aunque estas formas son correctas para expresar la probabilidad, el contexto en que se emplean puede brindar mayor claridad al momento de leer los datos.

La probabilidad de que ocurra un evento determinado está dada entre 0 y 1. Si es totalmente seguro que el evento ocurra, la probabilidad es 1. Si, por el contrario, se tiene la certeza de que no ocurrirá, la probabilidad será 0.

Si las probabilidades están dadas entre 0 y 1, entonces se pueden representar con fracciones, en su expresión decimal o por medio de porcentajes.

Un *evento* es el posible resultado de un experimento aleatorio. A continuación se presentan dos ejemplos para profundizar en la representación de la probabilidad con fracciones, en expresión decimal y en porcentajes.

## Ejemplo 1

Una urna contiene la misma cantidad de bolas blancas, negras y rojas. Al sacar una bola, existen tres posibles resultados (tres eventos): que la bola sea blanca, negra o roja.

Evento  $A$ : obtener una bola blanca

Evento  $B$ : obtener una bola negra

Evento  $C$ : obtener una bola roja

Entonces, la probabilidad del evento  $A$  es de un tercio:  $P(A) = \frac{1}{3}$

La probabilidad del evento  $B$  es de un tercio:  $P(B) = \frac{1}{3}$

La probabilidad del evento  $C$  es de un tercio:  $P(C) = \frac{1}{3}$

También se puede decir que la probabilidad de obtener una bola blanca es de 0.333, si se expresa en su representación decimal. Ese número se obtiene de la división de 1 entre 3.

La suma de las probabilidades de los eventos del espacio muestral en el experimento siempre será 1.

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

Las probabilidades también se expresan en porcentajes. Cuando un evento tiene probabilidad 1, se dice que tiene 100% de ocurrencia. Para calcular el porcentaje de la probabilidad, es suficiente multiplicar por 100 la probabilidad dada en su representación decimal.

### Ejemplo 2

En el lanzamiento de un dado se pueden seleccionar los eventos de interés para análisis. Si en el evento  $A$  caen los números 1 o 2, entonces su probabilidad será de  $\frac{2}{6}$ , que simplificado es igual a  $\frac{1}{3}$ . Obtener 1 o 2 son sólo 2 de los 6 posibles resultados, uno por cada cara del dado (6).

El resultado de  $\frac{1}{3}$ , en porcentajes, se calcula como sigue:

$$P(A) \frac{1}{3}, P(A) = 0.33333...$$

$$0.333 \times 100 = 33.3\%$$

Por tanto, la probabilidad de que, al lanzar el dado, éste caiga en los números 1 o 2 es de 33.3%, aproximadamente.

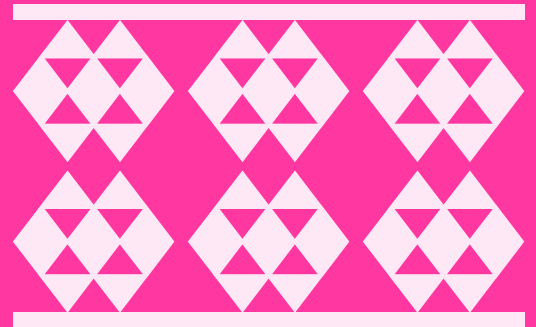
La probabilidad de ocurrencia de un evento puede representarse de forma fraccionaria, decimal o con porcentaje. Las expresiones están determinadas por la conveniencia o claridad con la que se pretende expresar la probabilidad.

La probabilidad de que ocurra un evento en un experimento aleatorio está directamente relacionada con el espacio muestral, pues determina que se encuentra entre 0 y 1, y se puede expresar con decimales, porcentajes y fracciones.



# Sucesiones cuadráticas

Una sucesión es una lista ordenada de números o figuras llamados *términos de la sucesión*. Por tener un orden, a la sucesión también se le conoce como *secuencia* y es útil para describir, explicar, determinar o representar el comportamiento o patrón de figuras o números. Para ello, es necesario establecer una regla aritmética que sirva para calcular cualquier término de la sucesión. Esta regla puede representarse con una expresión algebraica. Cuando el comportamiento de los términos o valores de una sucesión es cuadrático, la regla es una expresión cuadrática o de segundo grado.

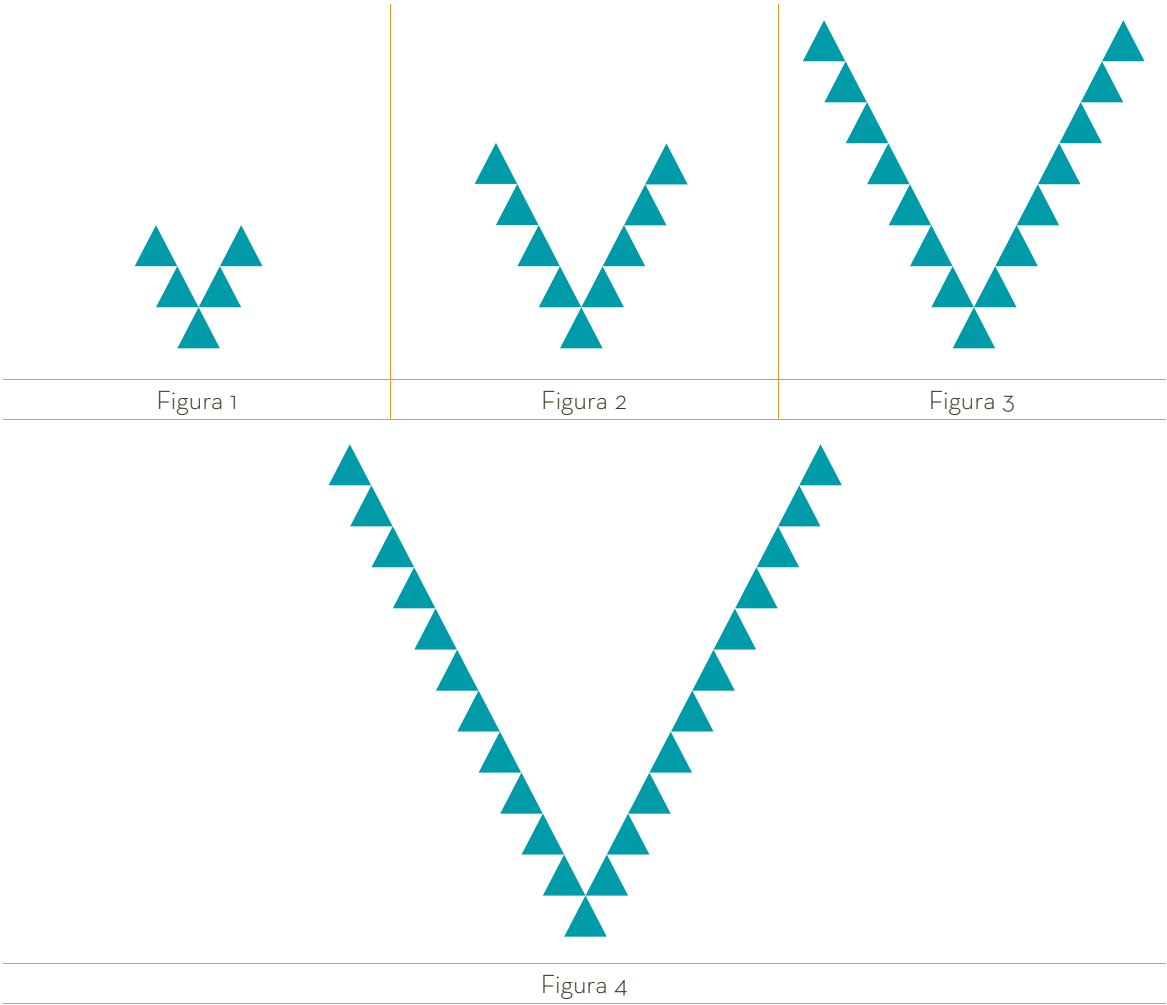


# Representación algebraica de sucesiones de figuras con progresión cuadrática

Una sucesión con progresión cuadrática es una secuencia de figuras o elementos en la que el crecimiento o decrecimiento del número de éstas puede ser representado mediante una expresión algebraica de segundo grado de la forma  $an^2 + bn + c$ , donde  $n$  indica la posición de una figura en la secuencia. Los coeficientes constantes  $a$ ,  $b$  y  $c$  se determinan usando un método de diferencias. Este método relaciona dichos coeficientes de la regla cuadrática con las diferencias de términos consecutivos de la sucesión.

Una sucesión de figuras tiene progresión cuadrática si, al calcular las segundas diferencias entre la cantidad de elementos que las componen, siempre se obtiene un valor constante.

En la imagen se muestra una sucesión de figuras con progresión cuadrática.





Para obtener la representación algebraica de esta sucesión de figuras, se registra cuántos elementos forman la figura en cada posición de la sucesión. Después, se organiza la información, como se muestra a continuación.

| Posición                | 1 | 2 | 3  | 4  | ... | $n$   |
|-------------------------|---|---|----|----|-----|-------|
| Términos de la sucesión | 5 | 9 | 15 | 23 | ... | $S_n$ |

Enseguida, se describe el método de las diferencias para determinar los valores de los coeficientes de la expresión cuadrática  $an^2 + bn + c$ , es decir, los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ , que determinan cualquier término de la sucesión anterior.

Usando la información de la tabla anterior, se calculan las restas entre los términos de la sucesión (primeras diferencias), así como las restas de las primeras diferencias (segundas diferencias), como se muestra a continuación.

| Posición ( $n$ )        | 1 | 2 | 3  | 4  | ... | $n$   |
|-------------------------|---|---|----|----|-----|-------|
| Términos de la sucesión | 5 | 9 | 15 | 23 | ... | $S_n$ |
| Primeras diferencias    |   | 4 | 6  | 8  | ... |       |
| Segundas diferencias    |   |   | 2  | 2  | ... |       |

Se puede notar que el valor de las segundas diferencias siempre es constante, en este caso es 2; por tanto, se tiene una sucesión con progresión cuadrática.



Los coeficientes de  $an^2 + bn + c$  se obtienen al relacionar los valores obtenidos en la tabla anterior de la manera siguiente:

- ▶  $2a$  = Segunda diferencia de los términos de la sucesión
- ▶  $3a + b$  = Primera diferencia de los primeros dos términos de la sucesión
- ▶  $a + b + c$  = Primer término de la sucesión

Al sustituir los valores especificados en la tabla, correspondientes a las tres expresiones anteriores, se obtienen las igualdades:

- ▶  $2a = 2$
- ▶  $3a + b = 4$
- ▶  $a + b + c = 5$

Para obtener los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ , se resuelve este sistema de tres ecuaciones lineales con el método de sustitución, por ejemplo, como se indica a continuación:

1. Se despeja  $a$ , para encontrar su valor.
2. Se sustituye  $a$  en la siguiente ecuación para encontrar el valor de  $b$ .
3. Se sustituyen los valores de  $a$  y  $b$  para encontrar el valor de  $c$ .

|                   |                 |                     |
|-------------------|-----------------|---------------------|
| 1. $2a = 2$       | 2. $3a + b = 4$ | 3. $a + b + c = 5$  |
| $a = \frac{2}{2}$ | $3(1) + b = 4$  | $(1) + (1) + c = 5$ |
| $a = 1$           | $3 + b = 4$     | $2 + c = 5$         |
|                   | $b = 4 - 3 = 1$ | $c = 5 - 2$         |
|                   |                 | $c = 3$             |

Por tanto, al sustituir estos valores en la expresión  $an^2 + bn + c$ , se obtiene la regla cuadrática de la sucesión:  $(1)n^2 + (1)n + 3 = n^2 + n + 3$ .

Si al calcular las segundas diferencias de los términos de una sucesión, el resultado siempre es un valor constante, entonces la sucesión tiene una progresión cuadrática y su representación algebraica será de la forma  $an^2 + bn + c$ .

# Representación algebraica de sucesiones de números con progresión cuadrática

Una sucesión de números con progresión cuadrática es una secuencia de números, de tal modo que las segundas diferencias de la sucesión siempre son un valor constante. Este tipo de sucesiones se representan, de manera general, mediante una expresión algebraica de segundo grado como ésta:

$$an^2 + bn + c.$$

Para establecer la representación algebraica del término  $n$ -ésimo de una sucesión de números con progresión cuadrática  $an^2 + bn + c$ , se pueden utilizar las siguientes equivalencias:

- ▶ El doble del valor del coeficiente  $a$  es equivalente a la constante de las segundas diferencias.
- ▶ La expresión  $3a + b$  es equivalente al primer valor de las primeras diferencias.
- ▶ La expresión  $a + b + c$  es equivalente al término inicial de la sucesión.

De modo que, al resolver el sistema de ecuaciones, se obtienen los valores para  $a$ ,  $b$  y  $c$  y, al sustituirlos en la expresión  $an^2 + bn + c$ , se tiene la expresión para el término  $n$ -ésimo de la sucesión.

## Ejemplo

Determinar la expresión algebraica del término  $n$ -ésimo de la sucesión 4, 8, 18, 34, 56,...

Primero se calculan las primeras y segundas diferencias de la sucesión como se muestra en la tabla siguiente:

| Posición ( $n$ )        | 1 | 2  | 3  | 4  | 5   | ... | $n$   |
|-------------------------|---|----|----|----|-----|-----|-------|
| Términos de la sucesión | 4 | 8  | 18 | 34 | 56  | ... | $S_n$ |
| Primeras diferencias    | 4 | 10 | 16 | 22 | ... |     |       |
| Segundas diferencias    |   | 6  | 6  | 6  | ... |     |       |

Para establecer la representación algebraica de la sucesión  $an^2 + bn + c$ , se procede como se hizo con anterioridad.



- El doble del valor del coeficiente  $a$  es equivalente al valor constante de las segundas diferencias. Es decir:

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

- La expresión  $3a + b$  es equivalente al primer valor de las primeras diferencias.

Es decir,  $3a + b = 4$ . Como  $a = 3$ :

$$3(3) + b = 4$$

$$9 + b = 4$$

$$b = 4 - 9$$

$$b = -5$$

- La expresión  $a + b + c$  es equivalente al término inicial de la sucesión. Es decir,

$a + b + c = 4$ . Sustituye  $a = 3$  y  $b = -5$ :

$$(3) + (-5) + c = 4$$

$$3 - 5 + c = 4$$

$$-2 + c = 4$$

$$c = 4 + 2$$

$$c = 6$$

- Finalmente, sustituye los valores de  $a = 3$ ,  $b = -5$  y  $c = 6$  en  $an^2 + bn + c$ :

$$(3)n^2 + (-5)n + (6) = 3n^2 - 5n + 6$$

Por lo anterior, la sucesión 4, 8, 18, 34, 56, ... tiene una progresión cuadrática y su representación algebraica es:  $3n^2 - 5n + 6$ .

El método que se expuso para determinar la representación algebraica de una sucesión con progresión cuadrática funciona porque lo que se hace es analizar cómo y cuánto cambian (varían) los valores de la sucesión.

Una forma de estudiar la variación en matemáticas es mediante el cálculo de diferencias entre dos valores consecutivos para saber cuánto cambió de un valor a otro y cómo cambió. Así, se llega a una regla general.

Las representaciones algebraicas de sucesiones con progresión cuadrática son muy útiles para calcular el valor faltante o predecir el valor que debe ir en una secuencia de valores o de figuras que tengan este tipo de comportamiento.

Este conocimiento tiene aplicaciones en distintos ámbitos; por ejemplo, en biología, para predecir la cantidad de reproducciones de cierta especie animal a partir de datos iniciales; en la economía, para determinar el capital acumulado en cierto tiempo; en el deporte, para predecir resultados de entrenamientos; en la industria, para calcular la cantidad de productos fabricados en cierto momento a partir de los datos iniciales y de producción. En matemáticas, son útiles para descubrir propiedades de los números.





# Aplicaciones del electromagnetismo

Cuando se realiza una llamada con un teléfono celular, éste envía una señal de baja potencia a una antena cercana que esté conectada al sistema del operador (estación base). Se establece un

intercambio de señales entre antena y celular, lo que se conoce como *conexión*.

Las estaciones base están conectadas a redes de telefonía fija y móvil para atender las necesidades de los usuarios.

Aunque el teléfono esté en movimiento, se conectará. Conforme el teléfono se aleja de la antena, la señal se debilita o incluso puede perderse.

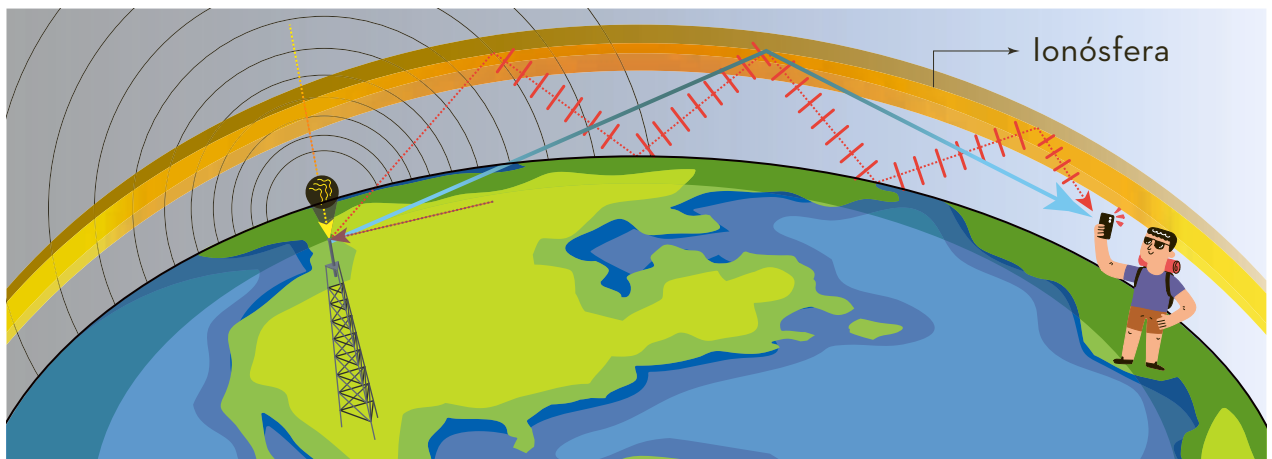


# Aparatos tecnológicos de comunicación

Las ondas electromagnéticas de radio se transmiten mediante antenas, con longitudes de onda que van desde cientos de metros a aproximadamente un milímetro. El espectro electromagnético comprende distintos anchos de banda de frecuencia, como se observa en el esquema:



Las ondas de radio se usan extensamente para comunicarse. En comunicación con submarinos se usa la banda VLF, que tiene una longitud de onda de 100 km y una frecuencia de 3 kHz, o la VHF, de 10 a 1 m de longitud, con frecuencias que van de 30 a 300 MHz, como se describen en el esquema anterior. Ahora bien, cuando se envía a larga distancia, dada la forma esférica de la Tierra, la señal de radio rebota en la atmósfera, también se dice que se refleja en una parte de la atmósfera llamada *ionósfera*.



Otro tipo de ondas electromagnéticas que se usan en la comunicación son las de microondas, de longitud corta y frecuencia alta. Se generan en tubos especiales de vacío y se emplean en los radares, por lo que su función es de guía en la navegación. El radar es la base de los medidores de rapidez que se emplean, por ejemplo, para cronometrar lanzamientos en el beisbol y para detectar a los conductores de autos que infringen los límites de velocidad. También se emplean en los hornos de microondas. La radiación de microondas de baja intensidad se utiliza en el wifi todos los días.



Las ondas de radio o de microondas son emisiones electromagnéticas que se usan ampliamente en la comunicación; la señal eléctrica que se genera se transmite por medio de una antena y viajan en el vacío a la velocidad de la luz. Lo que le permite llegar a las antenas receptoras de celulares, radio AM y FM, radares, wifi, entre otros.



La tecnología de conexión utiliza anchos de banda de frecuencia en donde operan ondas electromagnéticas de radio. Por ejemplo, la telefonía móvil 3G usa frecuencias de 900 MHz y de 2 GHz, la 4G funciona en bandas de frecuencia de 800 MHz a 1 800 MHz o de 2 600 MHz, y la 5G, en frecuencias de 6 GHz.



# Aplicaciones de la hidrostática

Levantar, mover y aplastar objetos son tareas que realizan las máquinas aprovechando el principio de Pascal. Por su parte, aplicar el principio de Arquímedes sirve, entre otras cosas, para construir artefactos que floten o se hundan en cierto tipo de fluidos. Por ello, ambos principios son de utilidad en la vida diaria.

# Aplicaciones del principio de Pascal

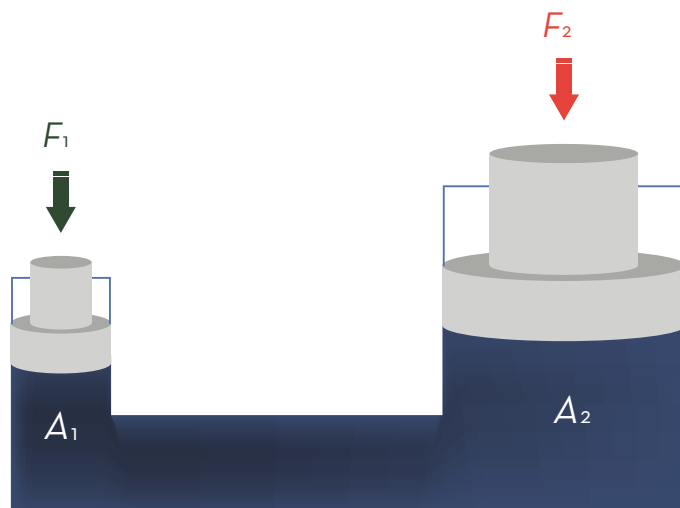
El principio de Pascal establece que la presión que se ejerce sobre un fluido encerrado se transmite por igual a todos los puntos de éste, así como a las paredes del recipiente que lo contiene. Para comprender este principio se revisarán algunas de sus aplicaciones.



Al accionar un elevador, abrir o cerrar las puertas de los camiones de pasajeros, utilizar un gato hidráulico para levantar un auto o remover piedras con una pala mecánica, se aplica el principio de Pascal. Todos estos aparatos cuentan en su interior con una prensa hidráulica, la cual permite aplicar una fuerza en un extremo y que ésta se transmita íntegramente en el interior y en las paredes de los tubos que conducen el fluido, obteniendo al final de la prensa una fuerza que realiza el trabajo.



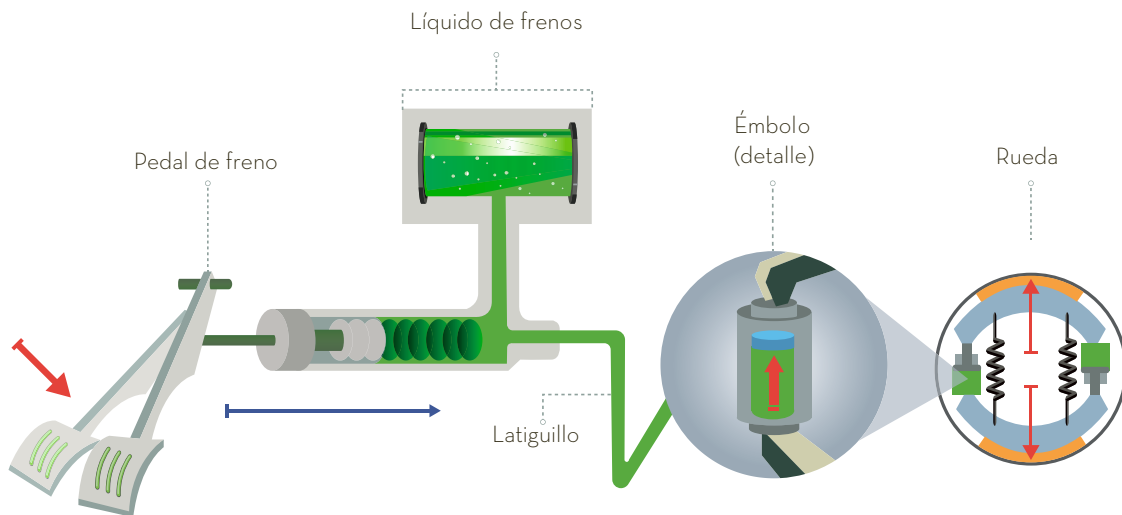
El siguiente esquema de una prensa hidráulica muestra que la fuerza que se ejerce sobre una determinada área se transmite íntegramente por todo el recipiente que contiene el fluido. Si se aplica una fuerza ( $F_1$ ) sobre el émbolo de área menor ( $A_1$ ), se obtiene del otro lado una fuerza mayor ( $F_2$ ), ya que el segundo émbolo tiene un área más grande ( $A_2$ ). Esto es de mucha utilidad para levantar objetos pesados con sólo aplicar una fuerza menor en un extremo.





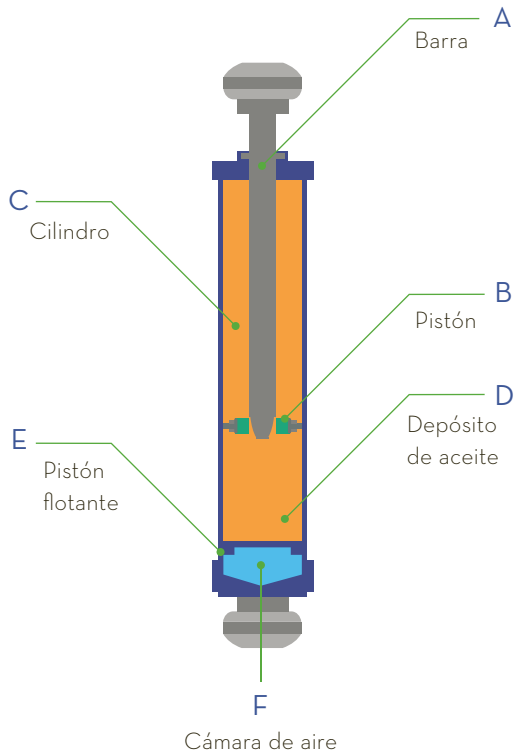
En los sistemas de frenos de los automóviles también se aprovecha el principio de Pascal: al pisar el pedal (émbolo pequeño), la fuerza ejercida se transmite a través de las mangueras llenas de fluido y se amplifica en el pistón de freno que presiona a las pastillas de freno contra los discos de frenado, ubicados en las ruedas. El conductor aplica una fuerza pequeña al pisar el pedal y el sistema la vuelve una fuerza muy grande que detiene un auto pesado. Este sistema también se encuentra en los frenos de las motocicletas.

### Sistema de frenado hidráulico de un auto

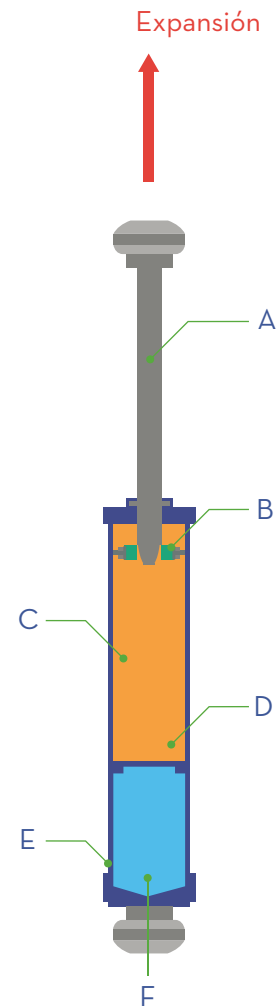
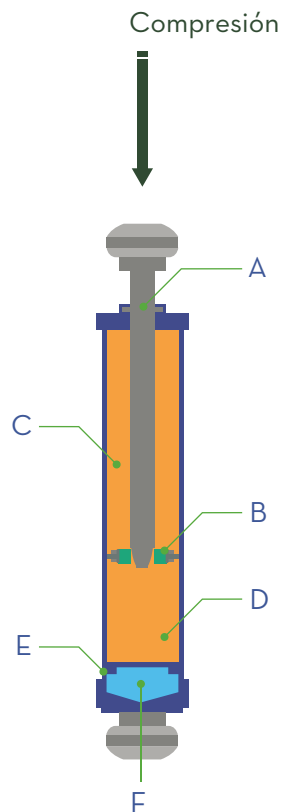


El principio de Pascal también se aprovecha en los amortiguadores de los automóviles y en el tren de aterrizaje de los aviones, integrado por las ruedas, soportes y amortiguadores.





Los *amortiguadores* son dispositivos hidráulicos que van en el eje de las llantas; funcionan mediante dos movimientos: compresión y expansión. Cuando el pistón (de diámetro grande) se mueve, el fluido (aceite, en la mayoría de los casos) pasa a través de canales pequeños ubicados en el pistón para reducir la fuerza en cada ciclo de movimiento.



Una de las funciones de los amortiguadores del tren de aterrizaje de un avión es permitir que se desplace sobre la pista de despegue. Esta pista no suele tener baches; sin embargo, si el terreno tuviera alguna irregularidad, el pistón del amortiguador disminuiría los movimientos bruscos que se generarían al chocar las llantas con el suelo.

Las aplicaciones del principio de Pascal han servido para desarrollar máquinas y herramientas que realizan tareas de manera más sencilla y donde, al aplicar una fuerza pequeña, se puede generar una más grande o viceversa.

## Aplicaciones del principio de Arquímedes

Existen medios de transporte como los barcos de diferentes tamaños que pueden flotar en mares, ríos o lagos, y otros, como los submarinos, que pueden sumergirse y salir a flote; esto es posible al aplicar el principio de Arquímedes. Al diseñar embarcaciones, ya sean transatlánticos o botes de pesca pequeños, debe considerarse que su peso sea menor a la fuerza de empuje del fluido donde navegarán.



El principio de Arquímedes se puede aplicar al funcionamiento de un submarino, el cual tiene la capacidad de hundirse o de flotar en el mar. Cuando flota, uno de sus compartimentos se encuentra lleno de aire, entonces su densidad es menor a la del agua. Cuando se requiere sumergirlo, se abre una compuerta que permite la entrada de agua, la cual, a su vez, comprime el aire de ese compartimento, dando lugar a que el peso del submarino sea mayor que la fuerza de empuje del mar, es decir, se vuelve más denso que el agua. Eso hace que el submarino se hunda. Cuando éste desaloja una cantidad de líquido cuyo peso es menor que el propio, ascenderá hasta llegar a flote; el agua que entró en él se expulsa y el aire se vuelve a expandir.

Los globos aerostáticos en donde viajan personas o los globos meteorológicos que recaban información sobre el clima están inmersos en un fluido que es el aire. Por tanto, su densidad total o peso es menor al empuje que recibe de parte del fluido donde se encuentra debido a que llevan aire caliente en su interior. Además, conservan una condición de equilibrio a cualquier altitud mediante el ajuste de su peso ( $P$ ) o del empuje ( $E$ ). El peso puede aligerarse al soltar el lastre que sirve para ese propósito.





El principio de Arquímedes también explica por qué a algunas personas se les facilita flotar en el agua y a otras no, especialmente a los hombres, quienes, en general, acumulan menos grasa, por lo que son ligeramente más densos, lo cual no les permite flotar con facilidad.

Existen puentes flotantes que aprovechan el principio de Arquímedes. En ellos circulan autos, motos y transportes de carga, y están diseñados para flotar. Este tipo de construcciones permite cruzar ríos u otros cuerpos de agua, incluso si cambia su nivel.



Muchos peces controlan la profundidad a la que se encuentran con sus vejigas natatorias o vejigas de gas, es decir, modifican su flotabilidad al regular el volumen de gas en dicho órgano. Mantener la flotabilidad neutral (lo cual significa no subir ni hundirse) es importante porque les permite permanecer a una profundidad determinada para alimentarse. Algunos peces se mueven hacia arriba o hacia abajo en el agua en busca de alimento, en vez de utilizar energía para nadar hacia arriba y abajo, alteran su flotabilidad para subir o descender.



El principio de Arquímedes ayuda a entender si un objeto puede flotar o no, lo que permite diseñar máquinas o vehículos que requieran flotar o hundirse dentro de fluidos (líquidos y gases). Los avances tecnológicos y científicos logrados gracias a este principio han permitido, incluso, salvar vidas.



Las aplicaciones del principio de Pascal son amplias porque, en general, utilizan las características de los fluidos, encerrados en un contenedor, para transmitir presión y usarlas en diferentes máquinas y dentro de dispositivos que ayudan al hombre a realizar trabajos. El principio de Arquímedes, por su parte, es de gran importancia en la construcción y diseño de barcos, submarinos, inflables y toda clase de objetos que se sumerjan o floten dentro de un fluido.



## Cambio climático

El *cambio climático* es la variación a largo plazo de las temperaturas y los patrones climáticos ocasionada, entre otras acciones, por las actividades humanas. Es un problema que tiene implicaciones sociales, ambientales y económicas, con efectos en diversos ámbitos. Representa un peligro tanto para el ser humano como para la naturaleza.

# Contribución del ser humano al cambio climático

Hay muchos factores que influyen en el clima de la Tierra, como la variación de la temperatura del Sol, las erupciones volcánicas o los gases de efecto invernadero (GEI): el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ), el metano ( $\text{CH}_4$ ) o el vapor de agua, los cuales se producen también de manera natural. Cuando estos factores ocurren, los cambios climáticos pueden manifestarse de forma inmediata o tardar miles o millones de años en aparecer. Muchas actividades humanas han provocado modificaciones drásticas en la temperatura, dando lugar a cambios catastróficos y progresivos en el medio ambiente, lo cual es un problema para la sociedad actual y las futuras generaciones.



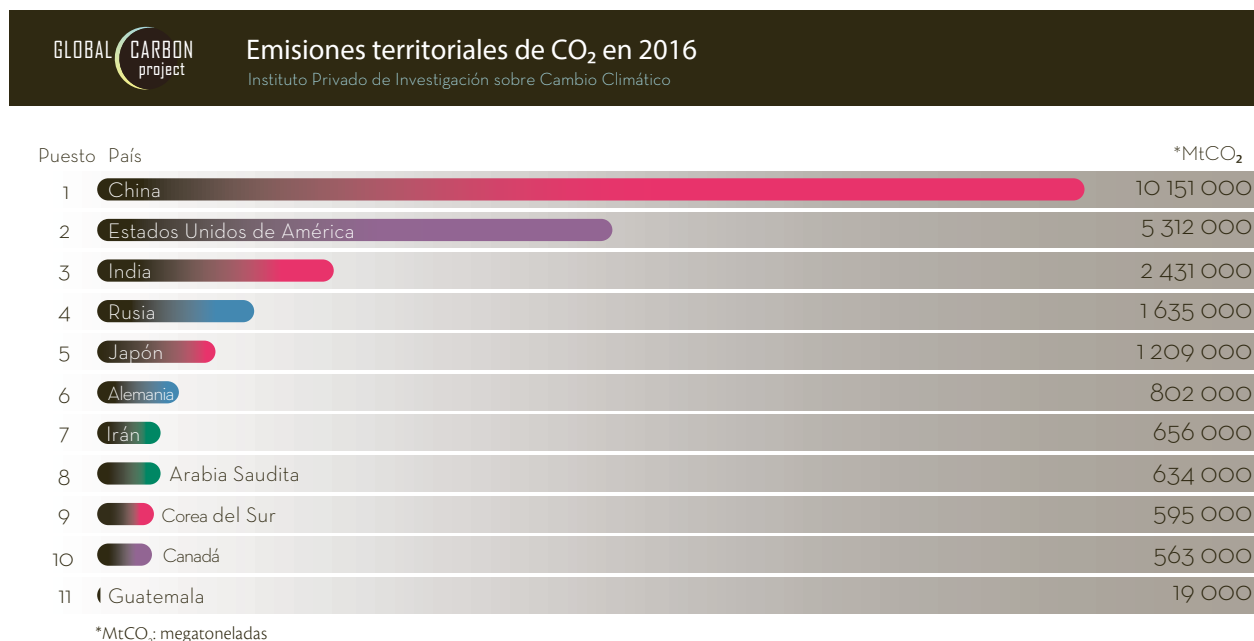
La humanidad es responsable de la enorme cantidad y producción de gases de efecto invernadero (GEI). Desde la Revolución Industrial acontecida entre los siglos XVIII y XIX, la contaminación sufrió un imparable y acelerado crecimiento, cuyas consecuencias se reflejan en el cambio del clima del planeta. Las actividades humanas generan cuatro gases de efecto invernadero de larga duración (se quedan en la atmósfera terrestre durante mucho tiempo): dióxido de carbono, metano, óxido nitroso y halocarbonos. Estos últimos son un grupo de gases que presentan flúor, cromo o bromo en su composición.

El dióxido de carbono generado por actividades humanas es el principal responsable del efecto invernadero, pues ha aumentado alrededor de 46% comparado con la época previa a la industrialización.



Estos gases se producen mediante actividades que requieren combustible fósil, como la agricultura y la ganadería, e incluso algunas cotidianas, como transportarse. Los GEI se generan en todo el mundo; sin embargo, en los países industrializados su emisión es mayor, pues tienen una dependencia económica de la industria petrolera. Además, un elevado porcentaje de su población posee vehículos de combustión interna. Aunque existen países con una emisión muy baja de gases, el cambio climático también los afecta y los vuelve más vulnerables a él.

En la siguiente gráfica se presentan los países con mayor cantidad de emisiones.

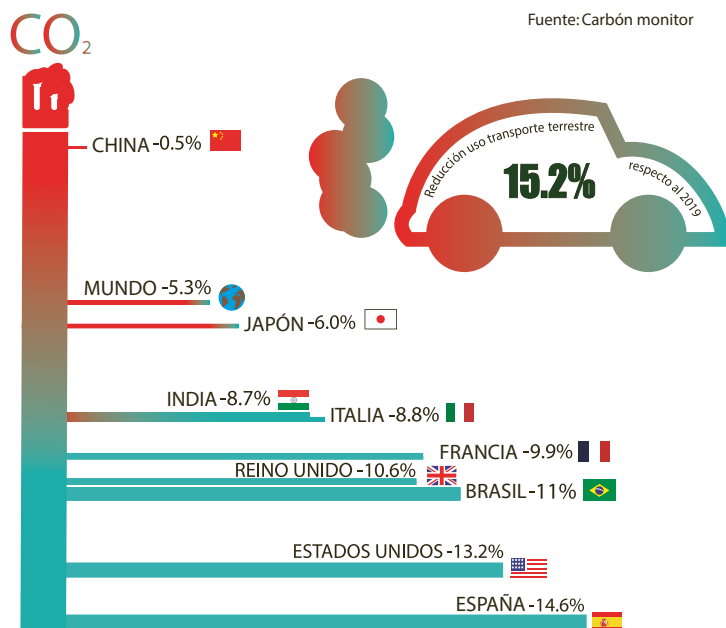


## Las emisiones mundiales de CO<sub>2</sub> bajan debido a la pandemia

Variación de las emisiones de CO<sub>2</sub> en 2020 respecto a 2019 (%)\*

\*Datos del 1 de enero al 30 de noviembre de 2020 en comparación con el mismo periodo de 2019.

Fuente: Carbón monitor



La generación de residuos también contribuye al cambio climático. Éstos proceden tanto de la vivienda como de las industrias. Por ejemplo, en México, cada ciudadano genera alrededor de 0.944 kg diarios de residuos, los cuales, sumados a nivel nacional, dan un total de aproximadamente 120 000 toneladas de basura diaria. Alrededor de 60% son envases y bolsas de plástico. Esto último potencia el cambio climático porque, al degradarse los plásticos, se genera una gran fuente de gases de efecto invernadero, pues muchos de ellos, cuando se exponen al sol, liberan metano y etileno hacia la atmósfera. Pero el asunto no termina ahí, pues con el paso del tiempo, cuando el plástico entra en contacto con el agua, el aire y el suelo, reacciona y desprende contaminantes debido a sus componentes. La situación se agrava porque, actualmente, la mayor parte del planeta está contaminada con este tipo de materiales y, lo peor de todo, su duración en el ambiente puede ser de siglos.



El uso desmedido de energía contribuye al cambio climático. Múltiples actividades humanas requieren computadoras o teléfonos móviles, y éstos, aunque han sido de gran beneficio para el desarrollo humano, también son una fuente de contaminación. La generación y emisión de  $\text{CO}_2$  ocurre durante todo el proceso de elaboración de un móvil o una computadora, desde la extracción de los materiales para su fabricación hasta su destino final en manos de los compradores. También debe considerarse la disposición de estos dispositivos en los basureros, pues la mayoría no se desechan en lugares apropiados. Se estima que cada dispositivo “emite” 800 g de  $\text{CO}_2$  y, aunque no parezca una gran cantidad, es necesario recordar que hay millones de estos aparatos en el mundo, lo cual aumenta de forma drástica la emisión de gases.



En 2019, el petróleo, el carbón mineral y el gas natural fueron responsables de 83% de las emisiones totales de dióxido de carbono. En 2020, por el confinamiento provocado por la pandemia de covid-19, estas emisiones disminuyeron drásticamente, lo que da una idea clara de lo que provoca el ser humano con todas las actividades que lleva a cabo diariamente. Dicha variación de emisiones se observó al comparar las del año 2019 con respecto a las del 2020 (confinamiento por la pandemia).

La agricultura y la ganadería son otras fuentes importantes para la emisión de gases de efecto invernadero, pues el ganado genera metano en sus heces y, al aumentar la población mundial, también se incrementa la demanda alimentaria. Por su parte, en la agricultura se usan fertilizantes químicos cuyos componentes son generadores de gases de efecto invernadero, los cuales provocan daños a la salud de seres humanos y animales. Incluso pueden llegar a secar las plantas por la erosión del suelo, y en grandes cantidades produce intoxicación por nitratos, los cuales también contaminan el agua.

Sin embargo, aún se pueden tomar acciones para detener el avance del cambio climático. Se deben exigir soluciones a los gobiernos para un mejor control sobre la industria mediante algunas acciones concretas:

- ▶ Establecer acciones para el control de contaminantes desechados por las industrias; vigilar el cumplimiento de las leyes de protección al ambiente y que las industrias infractoras tengan una sanción.
- ▶ Realizar acciones de protección ambiental en coordinación con el Estado y los particulares.
- ▶ Diseñar campañas de concientización y educación ambiental para trabajar individual y colectivamente en la preservación de los recursos naturales y se dé a conocer la importancia que éstos tienen.
- ▶ Limitar los plásticos de un solo uso, es decir, procurar que sean reciclables.
- ▶ Actualizar el transporte público para mejorar su eficiencia y considerar el uso de energías renovables.

De manera individual también se puede aportar un poco para enfrenar esta lucha contra la contaminación:

- ▶ Utilizar la luz eléctrica de manera adecuada y sólo cuando sea necesario.
- ▶ Desplazarse a pie en distancias cortas y evitar el uso de transportes particulares.
- ▶ Evitar plásticos de un solo uso; si esto no es posible, tratar de reutilizarlos.



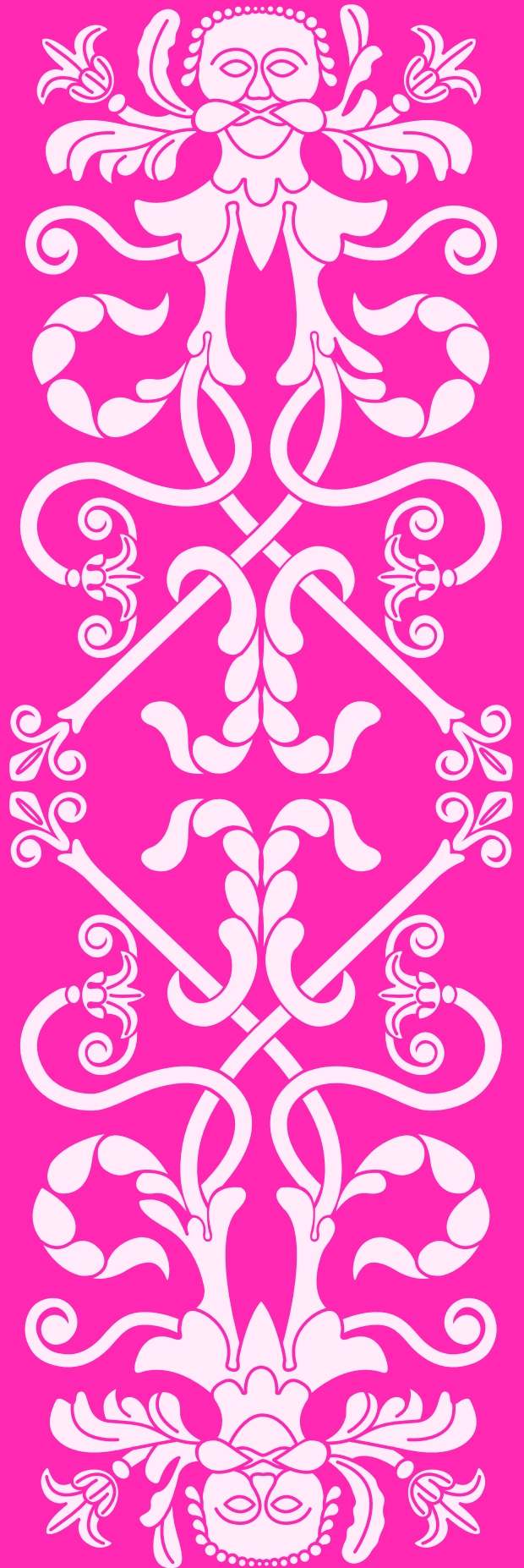
Las actividades humanas sin duda han dejado una huella imborrable en el planeta, pues con el crecimiento de la población aumenta la demanda de muchos productos. Se han utilizado recursos de manera indiscriminada, lo que en conjunto ha traído consecuencias graves, como el cambio climático; algunos daños serán irreversibles. El cambio climático es un fenómeno preocupante, el cual se ha acrecentado con el paso del tiempo y ha causado problemas en todos los ecosistemas del mundo. Las actividades humanas tienen un papel principal en esto y se debe tener responsabilidad para detener este fenómeno que afecta a todos los seres vivos.

Los cambios provocados por el ser humano, como el uso del suelo, también propician este aumento de la temperatura. Un ejemplo de ello es la deforestación, causada por construir edificaciones o para usar el suelo como tierra de cultivo, la cual disminuye la cantidad de árboles que ayudan en la captura de dióxido de carbono; como resultado, aumenta la cantidad de este gas en la atmósfera.



# Cinemática

Desde la perspectiva de Newton, el movimiento de los objetos tiene dos causas: la primera, cuando la fuerza neta que actúa sobre un objeto es igual a cero o nula, y la segunda, cuando la fuerza neta tiene un valor distinto de cero. En ambos casos, el objeto en cuestión tendrá movimientos distintos y, debido a esto, su forma de moverse puede clasificarse principalmente en movimiento rectilíneo uniforme y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.



# Movimiento rectilíneo uniforme

La primera ley de Newton establece que si la fuerza neta aplicada a un objeto es nula, entonces su velocidad es constante. Esto quiere decir que si el objeto está en movimiento, recorrerá distancias iguales en intervalos de tiempo también iguales. Si además el objeto viaja en línea recta, este movimiento tiene un nombre especial: movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Hay diversos ejemplos del MRU en la vida cotidiana: una bicicleta o un automóvil yendo a una velocidad constante sobre un camino recto, una persona en unas escaleras eléctricas o ejercitándose en una cinta para correr a velocidad constante. ¿Cómo puede confirmarse si algo o alguien se mueve con velocidad constante? Una forma de saberlo es medir la posición del objeto cada cierto tiempo y después realizar una gráfica y asignar a los ejes horizontal y vertical las unidades de tiempo y longitud, respectivamente. Si la gráfica tiene la forma de una línea recta, entonces el objeto se mueve con velocidad constante, es decir, corresponde a un MRU.

Por ejemplo, una persona determina, a partir de una videograbación, la posición de una lancha cada segundo; al medirla directamente en la pantalla y hacer una proporción para saber su posición en metros, observa que los puntos rojos en la línea marcan la posición de la popa (la parte trasera de la embarcación) cada segundo. Después, elabora una tabla como la que se muestra y anota en la primera columna los primeros 10 s, y en la segunda, la posición con respecto al punto inicial en metros.

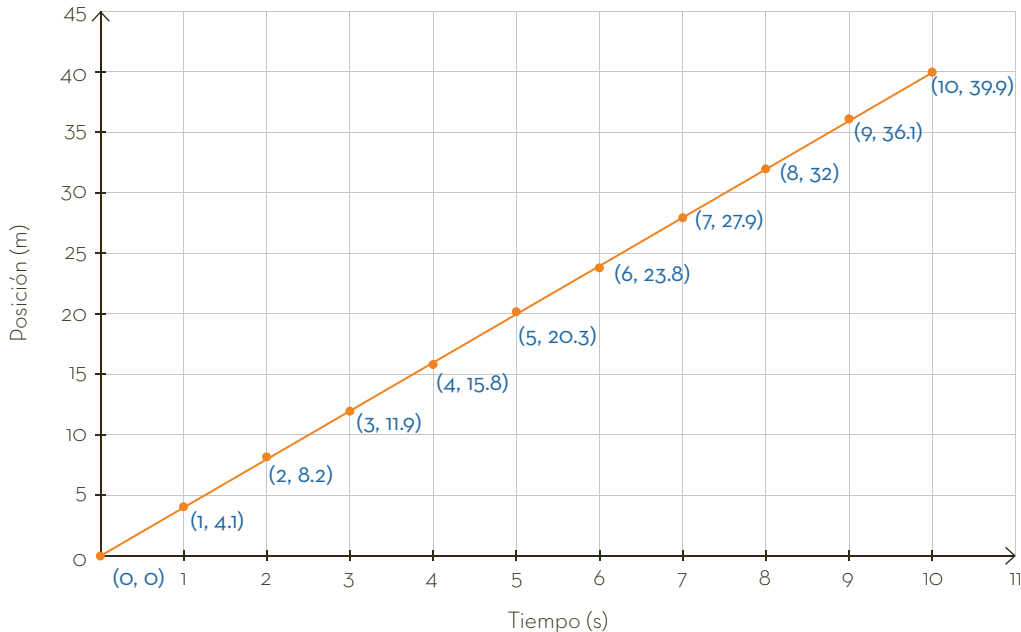
| Tiempo (s) | Posición (m) |
|------------|--------------|
| 0          | 0            |
| 1          | 4.1          |
| 2          | 8.2          |
| 3          | 11.9         |
| 4          | 15.8         |
| 5          | 20.3         |
| 6          | 23.8         |
| 7          | 27.9         |
| 8          | 32.0         |
| 9          | 36.1         |
| 10         | 39.9         |





Al ubicar las coordenadas (tiempo, posición) en un gráfico, se observa la tendencia de la posición del barco con respecto al tiempo. La figura geométrica que mejor se aproxima al intentar unir los puntos resultantes es una línea recta, por lo cual la embarcación sigue un MRU. Si se observan detenidamente los valores de la tabla, en cada segundo el barco se desplaza un promedio aproximado de 4 m.

Gráfico posición-tiempo



Ahora bien, si los puntos resultantes que se observan en la gráfica no se alinean exactamente para producir una línea recta, se debe a que al realizar el experimento influyen diversos factores, hasta cierto punto incontrolables, tales como la medición misma, el aire, el movimiento del agua, entre otros. Los científicos usan diversos métodos para tratar de aproximar las mediciones a un modelo matemático, y establecer relaciones de mayor precisión, como en el caso del MRU.



Para calcular la velocidad, lo primero es conocer la variación de la posición en un determinado intervalo de tiempo. Por ejemplo, si se escoge la posición inicial  $x_i = 8.2 \text{ m}$  y la final como  $x_f = 23.8 \text{ m}$ , para calcular la distancia recorrida se lleva a cabo la diferencia entre ellas:

$$x_f - x_i = 23.8 \text{ m} - 8.2 \text{ m} = 15.6 \text{ m}$$

Luego, se calcula el intervalo del tiempo con respecto a las distancias seleccionadas. El tiempo inicial es  $t_i = 2 \text{ s}$  y el tiempo final,  $t_f = 6 \text{ s}$ . Así, el intervalo del tiempo transcurrido es la diferencia del tiempo final y el tiempo inicial:

$$t_f - t_i = 6 \text{ s} - 2 \text{ s} = 4 \text{ s}$$

Entonces, la velocidad corresponde al cociente de la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido:

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{15.6 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 3.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esto quiere decir que, desde la posición que ocupó la lancha a los 2 s hasta llegar a la posición que indica a los 6 s, la embarcación se desplazó 15.6 m; dicho de otra forma, en 4 s recorrió 15.6 m. Al tomar dos parejas de valores (tiempo, posición) cualesquiera de la tabla y calcular la velocidad, se obtendrá un valor similar al de la página anterior y, por tanto, puede identificarse el desplazamiento como un MRU.

Para corroborar si algún objeto se desplaza con un MRU, debe calcularse su velocidad y verificar que, para distintas parejas (tiempo, posición), el valor obtenido es el mismo o similar. Por ejemplo, si se trata de una persona caminando, se utiliza un gis y un flexómetro o cinta métrica. Primero se marca en el suelo una referencia, la posición inicial de la persona al caminar; después, cada segundo o cada dos segundos se marca la nueva ubicación en movimiento, considerando que, si se establece la ubicación del talón del pie que esté atrás al caminar, siempre se marcará ése. Así se hace hasta llegar a 10 s o 20 s. Una vez identificadas las diferentes posiciones, se mide cada marca del talón hasta la posición inicial.

Los datos se registran en una tabla, tanto el tiempo acordado como la posición. Luego, se elabora una gráfica de posición-tiempo con los datos de la tabla. Al unir los puntos, debe verificarse si la figura geométrica resultante tiene una forma parecida o no a la de una línea recta. En caso de que así sea, la persona se movió con un MRU.

El MRU cuenta con una velocidad constante, lo cual se puede corroborar experimentalmente al registrar las posiciones e intervalos de tiempo, y a la vez se verifica que se recorran distancias iguales en tiempos iguales. Se puede trazar en una gráfica de posición-tiempo cuando el objeto se mueve con un MRU. En tal caso, la unión de los puntos es o se parecerá mucho a una línea recta.

## Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

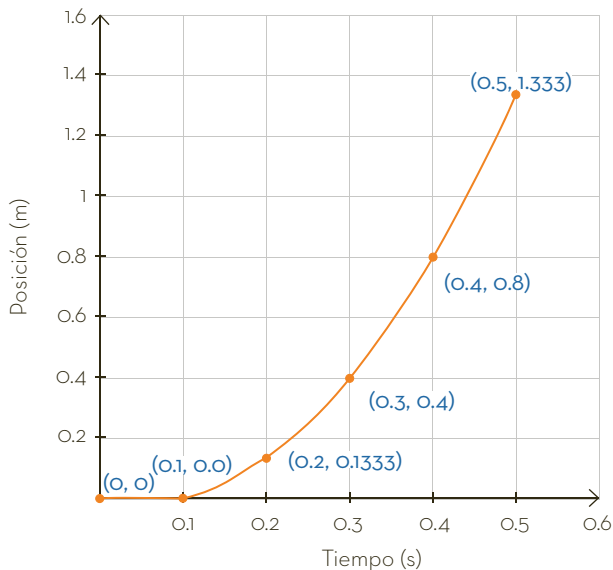
Si la fuerza neta que actúa sobre un objeto no es nula, su velocidad no es constante, entonces se puede decir que hay una variación en su velocidad, lo que se conoce como *aceleración*. Es de importancia analizar cómo esta variable afecta el movimiento de los objetos.

Cuando un objeto presenta una variación en su velocidad, se dice que se manifiesta una aceleración o desaceleración. Este tipo de movimiento tiene un nombre especial: movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Cabe recordar que la aceleración es una cantidad vectorial al igual que la velocidad, así que cuentan con magnitud, dirección y sentido.



Un ejemplo del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es dejar caer un objeto, por ejemplo, una pelota desde la azotea. Si se asume que el aire no afecta el experimento, el objeto se mueve en línea recta desde la azotea hasta el suelo. Al realizar la representación gráfica de este ensayo, se observa que en tiempos iguales no hay desplazamientos iguales, y esto se debe a que la fuerza neta sobre la pelota no es nula a causa de las distintas fuerzas que actúan sobre ella, por ejemplo, la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre ella en todo momento. Si se graba la caída del objeto, se puede analizar su movimiento al medir su posición en diferentes intervalos de tiempo mientras cae a partir de su punto inicial. A continuación se muestra una tabla con algunos datos de la caída de un objeto, donde el intervalo de tiempo medido está en décimas de segundo y la distancia en metros, así como el respectivo gráfico resultante.

Gráfico posición-tiempo

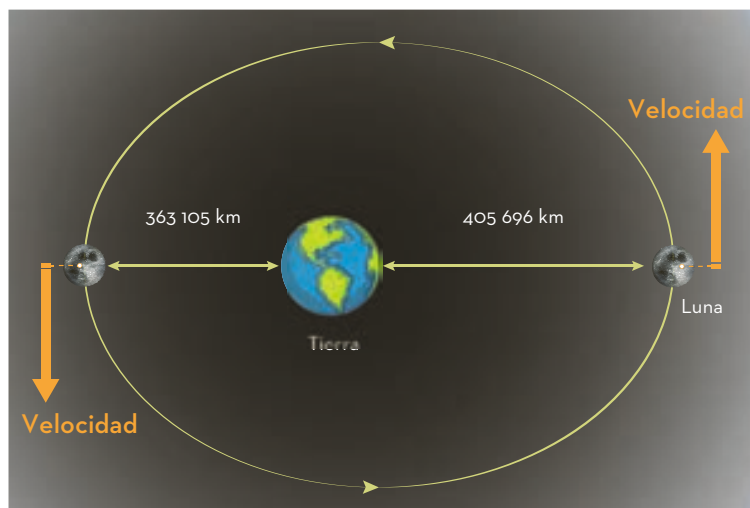


| Tiempo (s) | Posición (m) |
|------------|--------------|
| 0          | 0            |
| 0.1        | 0.0          |
| 0.2        | 0.1333       |
| 0.3        | 0.4          |
| 0.4        | 0.8          |
| 0.5        | 1.333        |

Como se puede observar, la línea que se forma al unir los puntos no es una recta sino una curva llamada *parábola*. Si se unieran los puntos por pares se tendrían sólo diferentes líneas rectas, lo cual no pasaría en un MRU, pero, si se unen todos, se demuestra que el movimiento es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Para calcular la aceleración de un objeto, se tiene la expresión:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$



Otro ejemplo de MRUA es el de la Luna alrededor de la Tierra. Es cierto que la velocidad del satélite en su órbita es prácticamente constante, pero cabe tener en cuenta que la velocidad es una cantidad vectorial. A la magnitud de la velocidad se le conoce como *rapidez*.

En este caso se toma la variación de velocidad en un intervalo de tiempo determinado y, como se puede observar, se calculan las diferencias de velocidad y de tiempo para después obtener un cociente, el cual corresponde al valor de la aceleración. Las unidades que tiene la aceleración se expresan en el sistema internacional como:

$$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Un valor que merece una mención especial es el de la aceleración gravitacional en la Tierra. Se simboliza como  $g_0$ , y corresponde a:

$$g_0 = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En cuanto a la dirección y sentido, se debe considerar siempre que apuntan hacia el centro de la Tierra.



Un objeto tiene un MRUA siempre que su velocidad cambie, ya sea en magnitud, dirección o sentido. Por ejemplo, un auto que acelera de 0 a 60 km/h en 10 s está experimentando un MRUA. A partir de la aceleración y la velocidad puede describirse una gran cantidad de fenómenos de la vida cotidiana, así como predecir sucesos como las llegadas de autobuses, aviones o trenes e, incluso, el paso de cometas o la ocurrencia de eclipses.

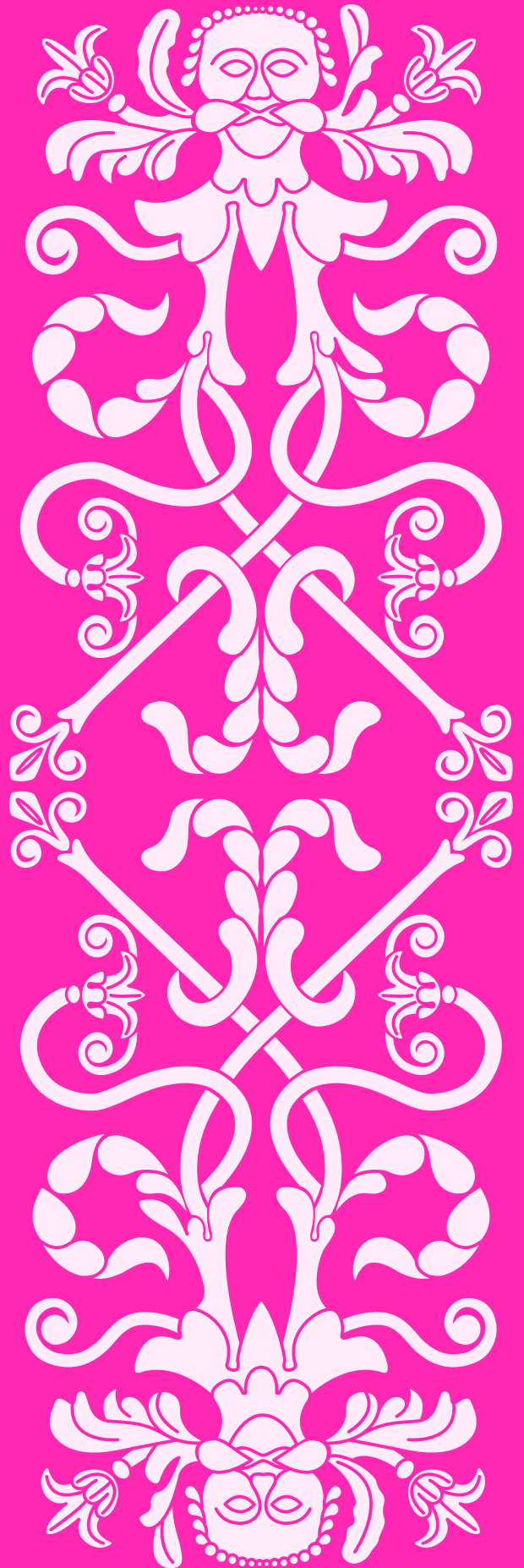
A través del análisis del enunciado de la primera ley de Newton se puede categorizar el movimiento de los objetos en dos grandes grupos: aquellos que tienen un movimiento rectilíneo uniforme y los que cuentan con un MRUA.



# Conservación de la energía mecánica

Un ciclista de montaña es un deportista que usa una bicicleta especial para recorrer espacios naturales agrestes, tales como serranías y bosques, o circular por senderos de subida y bajada.

Los ciclistas transmiten su energía a la bicicleta formando un solo equipo coordinado, llamado *sistema*. Dicho sistema sube la montaña y, al hacerlo, se invierte la energía del ciclista para llegar a la cima. La energía invertida por el deportista se ha acumulado en el sistema y, al descender por la pendiente, la bina entre ciclista y bicicleta no requerirá esfuerzo.



# Energía cinética

Al pedalearla, la bicicleta se mueve y, si lo hace, entonces tiene energía de movimiento. A este tipo de energía se le llama *cinética* y se simboliza como  $E_c$ .

La energía cinética depende de la masa y de la velocidad del objeto debida al movimiento. Por ejemplo, una canica que rueda a 1 m/s y choca con un vidrio no lo rompe, pues tiene poca energía cinética. Sin embargo, si es una bola de boliche, con una masa mucho mayor y que se mueve a 1 m/s, sí lo rompería, pues tiene una gran energía cinética.

La energía cinética también depende de la velocidad del objeto. Como se describió, la canica que rueda a 1 m/s no rompe el vidrio, pero si la misma canica, de masa pequeña, se desplaza a 25 m/s, sin duda romperá el vidrio al chocar contra él.

La energía cinética de una bicicleta, o de cualquier objeto en movimiento, se calcula al multiplicar un medio de la masa en kilogramos (kg) por su velocidad en metros sobre segundos (m/s) al cuadrado. Para ello, se emplea esta fórmula:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Al igual que todos los tipos de energía, la cinética tiene como unidad el Joule (J). Por ejemplo, un ciclista y su bicicleta, con una masa total de 83 kg y una rapidez de 5.5 m/s, tienen una energía cinética de 1255.375 J, de acuerdo con el siguiente cálculo:

$$E_c = \frac{1}{2}(83 \text{ kg})(5.5 \text{ m/s})^2 = 1255.375 \text{ J}$$

En este caso, la masa del sistema (ciclista-bicicleta) no cambia, es 83 kg, pero sí puede variar su velocidad, por lo que la energía cinética del sistema aumenta si la velocidad es mayor o disminuye si ésta es menor.



La energía que tiene un sistema u objeto debido a su movimiento se llama *energía cinética* y depende de su masa y velocidad.



# Transferencia de energía por trabajo

En una competencia de ciclismo, los participantes inician con una cierta velocidad, cuidando que ninguno se adelante más. Cuando suena la campana, a 200 m para el término de la carrera, aumentan su velocidad y, por lo tanto, su rapidez; gana el que realizó más esfuerzo para incrementarla. En este cambio de rapidez, hay una transferencia de energía denominada *trabajo*.



Cuando el ciclista aumenta su velocidad, también incrementa su energía cinética. Este aumento de velocidad y de energía surge porque el deportista pedaleó más rápido y transfirió energía a la bicicleta con sus músculos. Esta transferencia energética (trabajo), se representa con la literal  $W$ . Por ejemplo, si el ciclista junto con su bicicleta tiene una masa total de 83 kg, pasa de una velocidad de 5.5 m/s a 11 m/s, al calcular la energía cinética se obtiene lo siguiente:

Para una velocidad de 5.5 m/s:

$$E_c = \frac{1}{2}(83 \text{ kg})(5.5 \text{ m/s})^2 = 1255.375 \text{ J}$$

Para la de 11 m/s:

$$E_c = \frac{1}{2}(83 \text{ kg})(11 \text{ m/s})^2 = 5021.5 \text{ J}$$

Como se puede apreciar, la energía cinética aumentó cuatro veces y esto es razonable porque la velocidad se elevó al cuadrado.

Ahora bien, para calcular el trabajo realizado al aumentar la energía cinética, se obtiene la diferencia que existe entre la energía cinética final ( $E_{cf}$ ) y la energía cinética inicial ( $E_{ci}$ ):

$$W = (E_{cf} - E_{ci})$$

Por tanto, el trabajo realizado por el ciclista durante su recorrido es la diferencia de la energía cinética final menos la inicial:

$$W = 5021.5 \text{ J} - 1255.375 \text{ J} = 3766.125 \text{ J}$$

Si el trabajo es el cambio de energía, medido en Joules, entonces sus unidades también serán en Joules (J).

El proceso mediante el cual un objeto o sistema transfiere energía a otro, recibe el nombre de *trabajo*, que es la diferencia de la energía cinética final menos la inicial de un objeto o sistema.

# Energía potencial

Existen diversos juegos mecánicos en las ferias, algunos de ellos son famosos, como la montaña rusa, una estructura generalmente muy alta que transporta un carro hasta su punto más elevado por medio de un mecanismo. Al sistema carro-persona se le transfiere energía para subirlo ejerciendo trabajo contra la gravedad que lo jala hacia abajo.

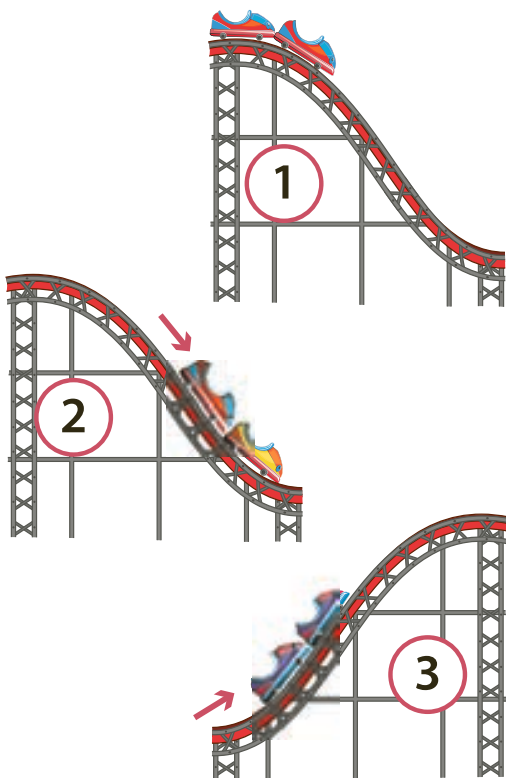
Cuando el carro se encuentra en la parte más alta, gana energía, porque se ha realizado trabajo para subirlo. La energía se almacena en el sistema carro-persona, mismo que, al soltarlo, incrementa su energía cinética y velocidad, por lo cual desciende rápidamente.

A la energía que se transfiere a un objeto o sistema, debido al cambio de posición al elevarlo en contra de la gravedad, por ejemplo, se le llama *energía potencial* ( $E_p$ ). Como su nombre sugiere, tiene el potencial para convertirse en energía cinética. Se calcula de la siguiente manera:

$$E_p = mgh$$

Donde  $m$  es la masa del objeto o sistema, en kilogramos (kg);  $g$  es la aceleración provocada por la gravedad en la Tierra, que es de  $9.81 \text{ m/s}^2$ , y  $h$  es la altura en metros (m). Por tanto, su unidad es el Joule (J).

Para ejemplificar el papel de la energía cinética y de la potencial en la montaña rusa, se puede hacer uso de las imágenes de abajo.



En la primera posición, la energía cinética del carro es menor, y la potencial, mayor. Cuando aumenta la velocidad al descender (segunda posición), la energía cinética aumenta y la potencial disminuye por hallarse el vehículo a menor altura. En la tercera posición, disminuye la energía cinética, dado que el carro sube por la pendiente, pero la energía potencial incrementa al aumentar la altura.

El *skate* o *skateboarding* es un deporte que consiste en deslizarse sobre una tabla con ruedas en una pista con rampas. Si se desea saber cuál es la energía potencial del sistema al subir a lo alto de una rampa de 3.5 m y luego bajar a 2 m, primero se debe considerar la masa del patinador junto con la patineta que, en este ejemplo, es de 70 kg.

La energía potencial a 3.5 m se calcula de la siguiente manera:

$$E_p = (70 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(3.5 \text{ m}) = 2403.45 \text{ J}$$





Ahora se calcula a 2 m:

$$E_p = (70 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m}) = 1373.4 \text{ J}$$

Lo anterior indica que, a mayor altura, la energía potencial acumulada también aumenta, por tanto, puede realizar más trabajo. Así, el trabajo realizado por el patinador corresponde al cambio de la energía potencial respecto a la gravitacional:

$$W = (E_{pf} - E_{pi})$$

Al calcularlo se tiene:

$$W = 1373.4 \text{ J} - 2403.45 \text{ J} = -1030.05 \text{ J}.$$

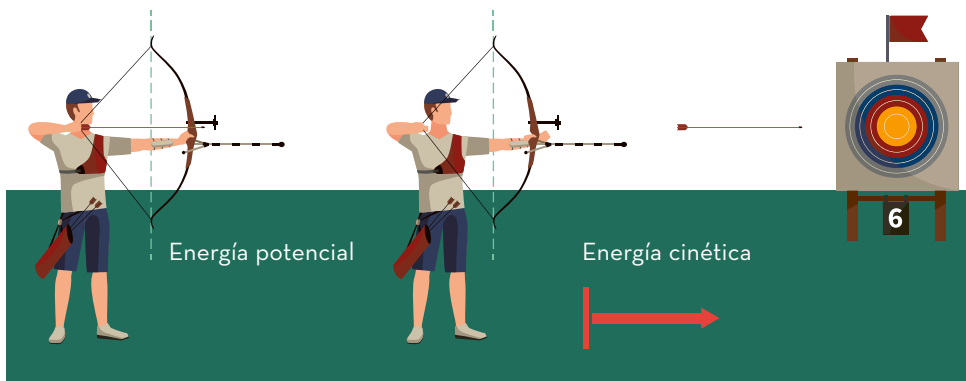
Ahora bien, el signo negativo en el cambio de energía indica que, para llegar a la rampa más alta, el patinador tuvo que realizar trabajo en contra de la gravedad.

La energía potencial se puede entender como el trabajo que se realiza en contra de la gravedad, la cual se almacena a cierta altura con el potencial de convertirse en energía cinética. Así, la energía potencial depende del punto de referencia donde se considere la altura del objeto y, a mayor altura, la energía almacenada también será mayor.

# Energía mecánica

Al apretar un bolígrafo y comprimir un resorte en su interior, se acumula energía potencial que, al liberarse, se transforma en energía cinética. De igual manera, cuando se estira un arco se acumula energía potencial que, al disparar una flecha, se convierte en energía cinética, es decir, de movimiento. La suma de la energía potencial más la energía cinética se conoce como *energía mecánica*.

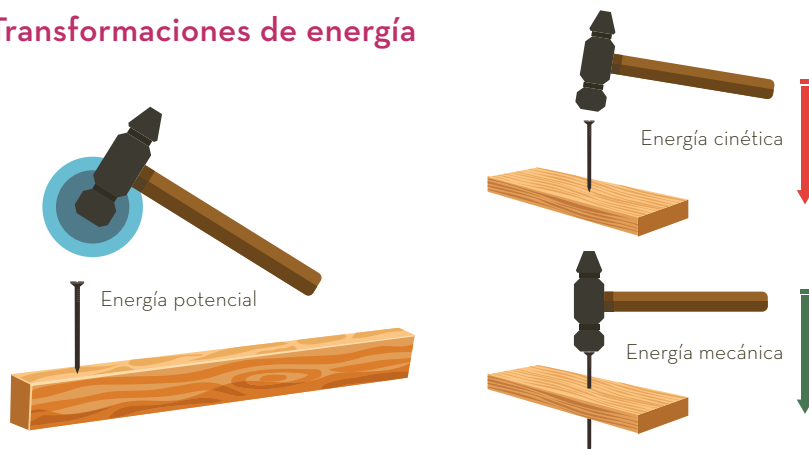
## Energía mecánica



Cuando se levanta un martillo con la mano, también se efectúa un trabajo sobre él y se acumula energía potencial. Después, al golpear con él, se convierte en energía cinética para golpear con fuerza un clavo. A esta transferencia de energía se le conoce como *energía mecánica*, cuya expresión es la siguiente:

$$E_M = E_p + E_C$$

## Transformaciones de energía



La suma de la energía potencial, debido a la posición del artefacto que la contiene, y de la energía cinética, como consecuencia del movimiento, se conoce como *energía mecánica*.

# Conservación de la energía mecánica

En las rampas de skate llamadas de *medio tubo*, como la que se muestra en la siguiente figura, donde los patinadores se deslizan subiendo y bajando de un punto a otro, se da un cambio de energía en virtud de su posición. En la cima de la rampa, los patinadores tienen energía potencial  $E_p$ , la cual al momento de descender se transforma en energía cinética  $E_c$ , y eso les sirve para llegar sin dificultad al otro extremo elevado.

La energía cinética experimenta un aumento progresivo, que es el máximo en el momento de llegar a la parte más baja de la pista, mientras que la energía potencial disminuye en la medida en que se reduce la altura. Por tanto, al llegar a la parte más baja, la  $E_p = 0$ , y la  $E_c$  alcanza el máximo de su valor, es decir, la energía se transforma de potencial a cinética, conservándose.

## Conservación de la energía



La ley de la conservación de la energía dice que la cantidad de energía, en el transcurso del movimiento, es la misma al inicio que a su término, pero en formas diferentes. Esto implica que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

Por ejemplo, si se quiere obtener la velocidad que alcanzará un patinador al descender de una cima cuya altura es de 3.5 m, considerando la masa del sistema patinador-patineta de 70 kg, la fórmula será:

$$E_p = mgh = (70 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(3.5 \text{ m}) = 2403.45 \text{ J}$$

En esta fórmula se tiene solamente la energía potencial, pero se sabe, por la conservación de la energía mecánica, que la energía potencial es igual a la cinética.

$$E_p = E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

Y al despejar la velocidad:

$$E_p = \frac{1}{2} mv^2$$

$$mv^2 = 2E_p$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_p}{m}}$$

En este caso, es:

$$v = \sqrt{\frac{2(2403.5 \text{ J})}{70 \text{ kg}}} = 68.67 \text{ m/s}$$



En la vida real, la energía contenida en el movimiento del patinador, cuesta abajo en una rampa, no es el total de la energía cinética calculada, sino un poco menos debido a que cierta energía mecánica se transforma en térmica. Esto sucede porque existe una fuerza de rozamiento entre las ruedas y la superficie, que se convierte en calor, por lo que la energía cinética disminuye un poco.

La conservación de la energía mecánica se basa en que las energías cinética y potencial tienen una relación inversa, es decir, si hay una disminución de la energía potencial, la energía cinética aumenta en la misma proporción, y la suma de los cambios será igual a cero.

La energía puede manifestarse de diferentes maneras, tales como potencial, la cual se acumula al realizar un trabajo para subir un objeto a cierta altura, o la cinética, la cual es de movimiento. Finalmente, a la suma de ambas energías se le llama *energía mecánica*, donde ésta se conserva al pasar de un estado a otro.

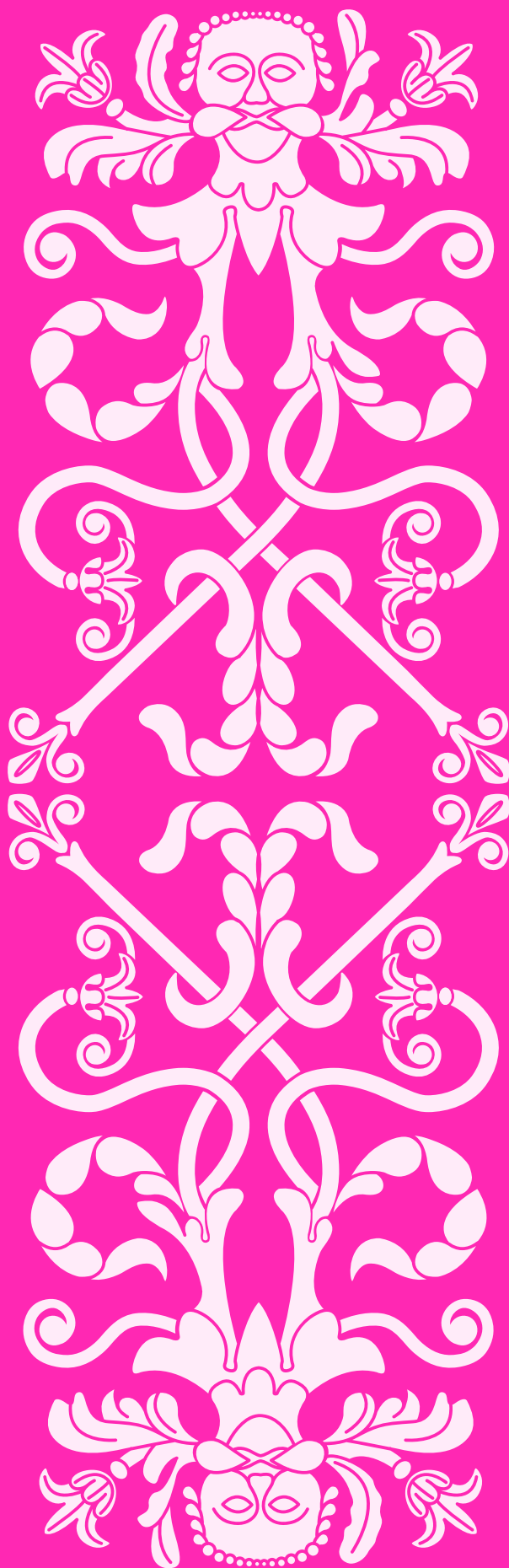


# Constitución de la materia

En la Antigüedad se creía que la materia era todo aquello tangible que ocupaba un lugar en el espacio y además estaba conformada por cuatro elementos: tierra, aire, fuego y agua, en mayor o menor medida.

Con el paso del tiempo, diversas personas descubrieron que la materia se componía de diferentes partículas, las cuales, a su vez, estaban formadas por partículas más pequeñas.

En la actualidad se sabe que todos los objetos involucrados en los fenómenos naturales están constituidos por partículas, como los átomos. El conocimiento que se tiene de estas partículas aún es incompleto, lo cual abre nuevas puertas de investigación para el futuro.



## Avances recientes en la comprensión de la constitución de la materia

Poco a poco, con los avances científicos y tecnológicos, ha sido posible descifrar el comportamiento de los materiales y aprender a manipularlos para el beneficio de la humanidad.

Las propiedades finales de dichos materiales dependen tanto de los elementos que los componen como de su arreglo estructural. Por ejemplo, el diamante es una piedra preciosa que normalmente es incolora; sin embargo, existen diamantes de diferentes colores.

Al analizar detenidamente la estructura de los diamantes, se puede decir que aunque su composición mayoritaria es carbono, el color está determinado por átomos de otros elementos que se quedan atrapados en su interior. Por ejemplo, un diamante azul tiene átomos de boro y un diamante amarillo de nitrógeno.

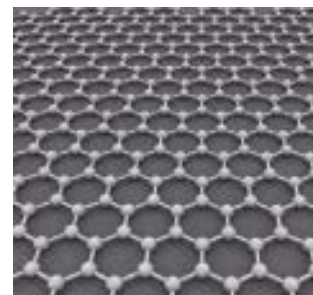


Tanto los diamantes, los cuales son piedras preciosas, como el grafito que se utiliza en los lápices están compuestos principalmente de carbono, pero tienen varias características distintas: los diamantes son duros, mientras el grafito es suave.

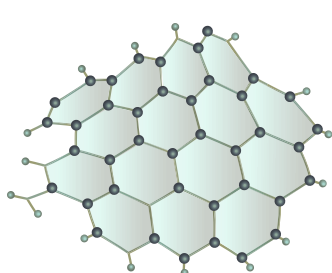
La razón de dichas diferencias se encuentra en cómo se acomodan los átomos de carbono en ambos materiales. En los diamantes, los átomos están muy cerca entre sí y forman una estructura cúbica; en el grafito, los átomos se acomodan como si se encontraran en una colmena de varios pisos.

El estudio de las propiedades de la materia permite manipular la estructura de los objetos. Un caso particular es el del grafeno, descubierto en 2004 por los científicos rusos Andréi Gueim (1958) y Konstantín Novosiólov (1974), quienes, en 2010, ganaron el premio Nobel de Física por dicho descubrimiento.

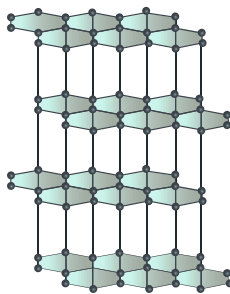
El grafeno es un material que, al igual que el diamante y el grafito, está compuesto de carbono; su estructura está formada por átomos de carbono unidos en celdas hexagonales, como se muestra en la imagen del lado derecho y en la de la siguiente página. Este material es duro, flexible, ligero y muy resistente, incluso 200 veces más que el acero;



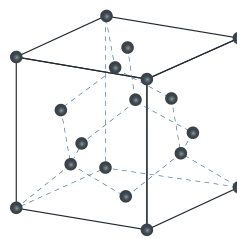
además, es un buen conductor de electricidad. Los investigadores aún siguen explorando las aplicaciones de este material en diferentes campos científicos y tecnológicos.



Grafeo



Grafito



Diamante

Comprender la estructura de los materiales permite analizar sus propiedades y manipularlos. En los últimos 30 años, la comprensión de la estructura de la materia ha permitido una serie de avances científicos y tecnológicos imposibles de imaginar en tiempos pasados. Tal es el caso de los elementos que conforman las pantallas led, los teléfonos celulares o los microprocesadores de las computadoras.

## Proceso histórico de construcción de nuevas teorías

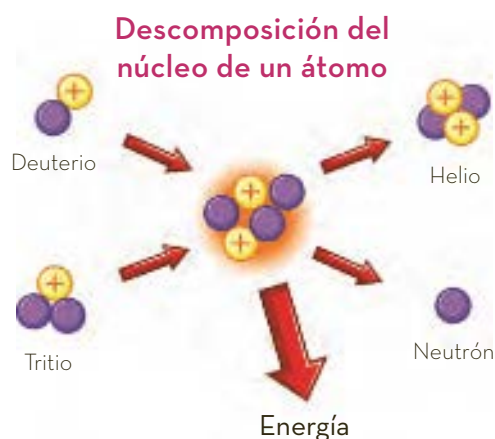
Con el paso del tiempo, ha sido posible formular nuevas teorías para comprender la estructura de la materia desde el punto de vista molecular y atómico. Así, se han desarrollado diferentes técnicas experimentales para estudiar sus propiedades.



Un ejemplo de lo anterior son los estudios realizados por Marie Curie, física, química y matemática polaca (1867-1934), quien acuñó el término *radioactividad*, el cual se refiere a la pérdida de energía durante la descomposición del núcleo de un átomo. Curie descubrió que el núcleo de algunos átomos, conocidos como *inestables*, emite partículas y libera energía.



Gracias a las contribuciones de científicos como Marie y Pierre Curie se pudo avanzar en la comprensión de los átomos, el escalón base para el desarrollo de la física moderna. Ellos abrieron la puerta a investigaciones sobre la estructura de la materia. En la actualidad, ha sido posible obtener nuevos materiales al conocer las propiedades de algunos ya existentes y mezclarlos con otros elementos; esto reduce costos y optimiza procesos.



Prueba de ello es el Vantablack, una pintura negra hecha mediante la manipulación de nanotubos de carbono que absorbe 99.9% de la luz. El Vantablack es sumamente resistente y su diseño fue pensado para la construcción de los telescopios astronómicos de la NASA.



El conocimiento sobre la constitución de la materia es importante para comprender sus propiedades y desarrollar investigaciones y productos que ayuden al bienestar de la humanidad.

El proceso histórico que ha permitido comprender la constitución y las propiedades de la materia es complejo y producto de cientos de años de investigación de mujeres y hombres dedicados a la ciencia. Durante este tiempo, ha habido diversos descubrimientos que han impactado a la humanidad y han permitido comprender el entorno y desarrollar la física moderna. También esto ha hecho posibles la manipulación y desarrollo de materiales que hoy en día constituyen un eje de los avances científicos y tecnológicos.





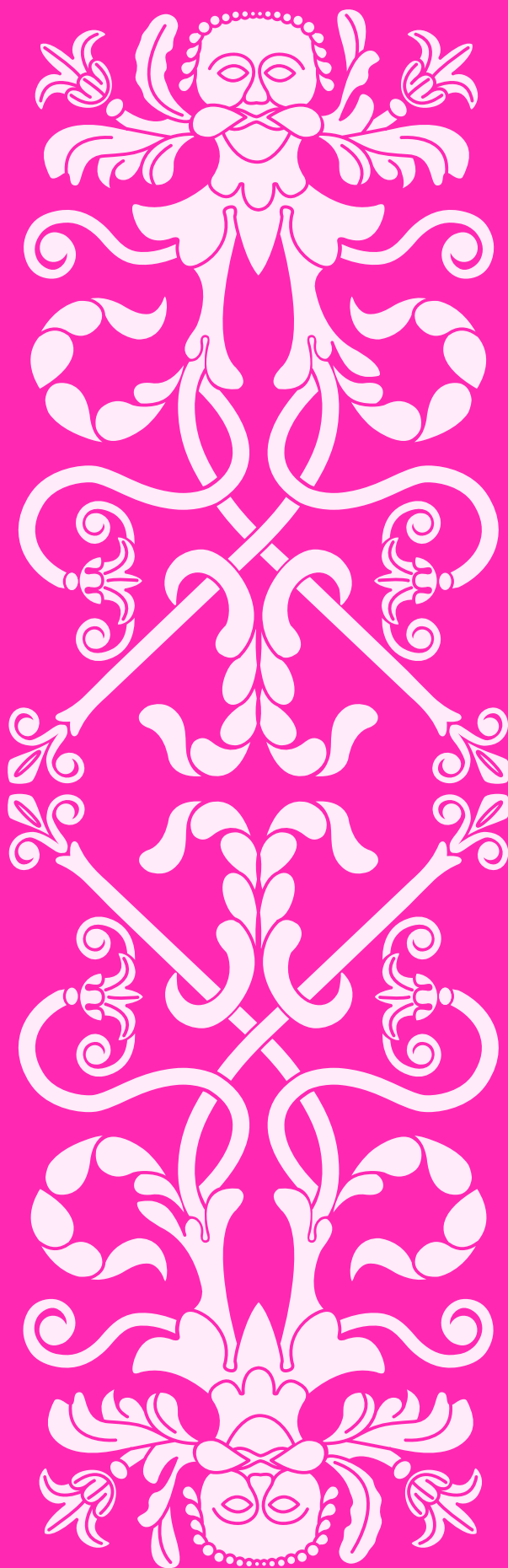
# Cuantificación de la realidad

En Francia, alrededor de 1795, los científicos de la Academia de Ciencias acordaron que las unidades de medida se definieran a partir de cosas que permanecieran estables en la naturaleza (patrones de medición). Así, decidieron que la unidad de masa era mil gramos, donde un gramo era la cantidad de masa contenida en un centímetro cúbico de agua pura en su punto de fusión del hielo (alrededor de los 4 °C).

En la industria, se establecieron estándares en los productos para que fueran compatibles y se favoreciera el intercambio de piezas y materiales.

La ciencia que se encarga de estudiar las mediciones es la metrología.

El Sistema Métrico Decimal evolucionó al Sistema Internacional de Unidades (SI), que fue dado a conocer al mundo en 1960 en la Conferencia General de Pesos y Medidas (CGPM, por sus siglas en francés).



# Magnitudes y unidades físicas

A lo largo de la historia, diferentes personas analizaron el problema que existía en la comunicación de diversas medidas adoptadas para expresar las propiedades de la materia, tanto en el ámbito del conocimiento científico como para hacer las operaciones de la industria y el comercio. Por ello, se establecieron puntos de comparación para generar referencias estandarizadas en las mediciones.

Una *magnitud física* se define como una propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que se expresa mediante un número y una referencia. El hecho de que una propiedad se exprese con un número y una referencia significa que se cuantifica a partir de un patrón conocido como *unidad de medida*. El tiempo, por ejemplo, es una magnitud física que se utiliza para medir la duración, separación o coincidencia de los hechos y acontecimientos, como lo que tarda en caer un objeto desde cierta altura; y ésta, desde la cual cae dicho objeto, es otra magnitud física, conocida como *longitud*. Otro ejemplo de magnitud física es la masa de un objeto.

El Sistema Internacional de Unidades (SI) establece cuáles son los patrones de las magnitudes físicas. Por ejemplo, para la longitud, el patrón o unidad de medida es el metro; para el tiempo, es el segundo; y para la masa, el kilogramo. Cada unidad de medida tiene su nombre y símbolo característico.

El SI se utiliza en casi todos los países del mundo, excepto Estados Unidos, Myanmar y Liberia, y de conformidad en todos los ámbitos del comercio, la industria, las ciencias y la tecnología.



El Sistema Internacional de Unidades establece de forma objetiva las mediciones que las personas hacen a diario; es una convención para comunicarse y realizar, de manera precisa, actividades comerciales, industriales y científicas.



# Unidades básicas y derivadas en el SI

La Conferencia General de Pesos y Medidas estableció magnitudes básicas y derivadas en el SI. Esto facilita la tarea de establecer unidades de medida, pues sólo hay que asignar patrones a las magnitudes básicas para cuantificarlas.

Las siete magnitudes físicas fundamentales son: longitud, tiempo, masa, corriente eléctrica, temperatura, cantidad de sustancia e intensidad luminosa. Cada una de éstas tiene su respectiva unidad de medida y, a partir de ellas, se determinan las *magnitudes derivadas*.

| Magnitud física fundamental | Unidad de medida | Símbolo de la unidad |
|-----------------------------|------------------|----------------------|
| Longitud                    | Metro            | m                    |
| Tiempo                      | Segundo          | s                    |
| Masa                        | Kilogramo        | kg                   |
| Temperatura                 | Kelvin           | K                    |
| Corriente eléctrica         | Ampere           | A                    |
| Cantidad de sustancia       | Mol              | mol                  |
| Intensidad luminosa         | Candela          | cd                   |

Cada unidad de medida de estas magnitudes es una unidad básica o fundamental; cualquier otra magnitud es derivada y su unidad de medida también, pues está compuesta por la combinación de algunas de las unidades básicas.

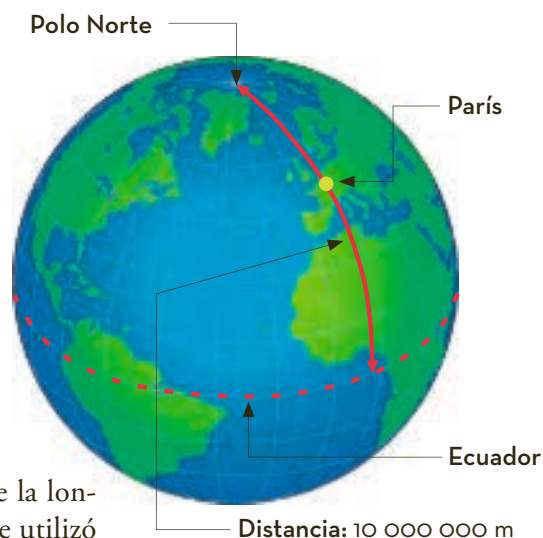
Un ejemplo de ello es la velocidad de un objeto, la cual está compuesta por las magnitudes de longitud y tiempo; la unidad de medida de la longitud es el metro, mientras que el tiempo se mide en segundos. Así, la unidad de medida de la velocidad es metros sobre segundo y se refiere a los metros recorridos en un segundo.

$$\text{Velocidad } (v) = \frac{\text{distancia } (d)}{\text{tiempo } (t)} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## La longitud

Cada unidad base se establece gracias a un acuerdo entre representantes de diversos países. De manera histórica, se ha buscado encontrar patrones para que cualquier persona que mida con una unidad básica, mediante procesos matemáticos, obtenga la misma cantidad cada vez que lo haga. Un ejemplo de esto es el metro, una de las primeras unidades que se establecieron en el mundo mediante el Sistema Métrico Decimal.

En primera instancia se buscó que la unidad de medida de la longitud se relacionara con cantidades naturales, por lo que se utilizó la longitud desde el paralelo conocido como *ecuador* hasta el Polo Norte, que es la longitud del meridiano de París; ésta se dividió entre 10 000 000 y la longitud resultante fue el metro.



Sin embargo, reproducir esa unidad era complicado, por lo que después se estableció un patrón más tangible: una barra hecha de una aleación de platino e iridio que tenía la longitud de un metro. La longitud de la barra fue reproducida para hacer copias y distribuirlas en todos los países que usan el SI.

El patrón dado por dicha barra duró aproximadamente un siglo y fue la base para la unidad de longitud. Al tratarse de un objeto físico susceptible al deterioro y a la manipulación humana, podía variar su longitud con el tiempo; entonces, se decidió cambiar la definición de *metro* con base en los descubrimientos hechos a principios del siglo xx. Fue así como, desde 1983, el metro se definió a partir de una constante física, la velocidad de la luz en el vacío. Esta medida no varía, sin importar quién la use, siguiendo los procesos adecuados para hacerlo. Actualmente, en el SI la definición de *metro* es la siguiente:

El metro es la longitud que recorre la luz en el vacío  
en un tiempo de  $\frac{1}{299\,792\,458}$  segundos.





## El tiempo

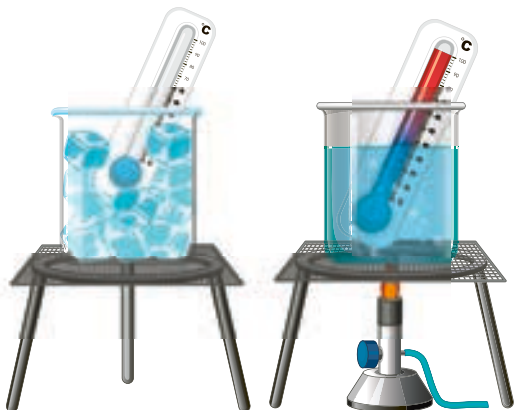
El segundo, al igual que el metro, tuvo varias definiciones durante la historia. La más relevante hace referencia a los fenómenos naturales, concretamente al ciclo del día y la noche; al intervalo de tiempo que dura ese ciclo se le llama *día solar*. La definición tradicional del segundo consistía en dividir el día solar en 86 400 partes utilizando los engranajes de un reloj mecánico. No obstante, su precisión se basaba en la destreza del relojero para reproducirlo.

Después, al mejorar los instrumentos de medición, se observó que los días no siempre duraban lo mismo, pues variaban según la época del año. No fue sino hasta 1967, cuando el segundo se redefinió a partir de una constante física de la naturaleza: el tiempo que necesita el átomo de cesio 133 para efectuar exactamente 9 192 631 770 transiciones.



## La temperatura

Por otro lado, la temperatura se mide de manera común en grados Celsius, cuyo símbolo es  $^{\circ}\text{C}$ . Dicha unidad recibe su nombre en honor al físico y astrónomo sueco Anders Celsius (1701-1744). En la época de Celsius, el siglo XVIII, ya existían los termómetros de mercurio, pero no era la única unidad de medida, por lo que él sugirió una nueva al dividir una columna de mercurio en 100 partes iguales, de manera que por inspección visual era posible determinar el cambio en la temperatura con respecto del cambio en la altura de la columna de mercurio. A cada una de estas divisiones se le llamó *grado* ( $^{\circ}$ ), de ahí su nombre de *centígrado*.



El grado Celsius es una unidad reconocida por el SI; sin embargo, la unidad de medida fundamental para medir la temperatura es el kelvin, cuyo símbolo es K. El kelvin fue propuesto por William Thomson (1824-1907) a mediados del siglo XIX, al retomar trabajos realizados por otros científicos sobre la existencia de una temperatura mínima para las cosas. Esta temperatura, en la escala de Celsius, corresponde a  $-273.15^{\circ}\text{C}$ .

El término *temperatura mínima* significa que ningún material o sustancia puede tener una temperatura menor a ese valor. El kelvin tiene el mismo tamaño que el grado Celsius, sólo que su cero está recorrido a la temperatura mínima, por lo que la escala kelvin no tiene temperaturas negativas; de ahí su denominación de *escala absoluta*. Actualmente, el SI define al kelvin con base en algunas constantes físicas de la naturaleza.

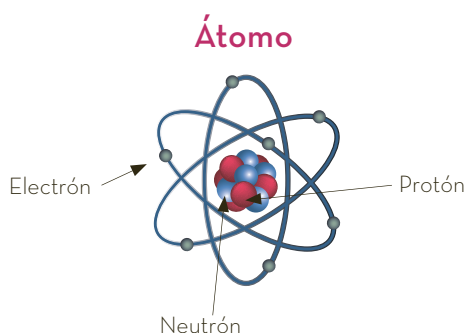
## La corriente eléctrica

El ampere, cuyo símbolo es A, es la unidad de la corriente eléctrica. Percibir esta magnitud física es fácil: es la sensación que se experimenta cuando de repente se siente una descarga eléctrica (conocida comúnmente como “toques”). Esas cosquillas que se presentan cuando hay una leve descarga eléctrica se deben a los electrones que se están moviendo de un lugar a otro y pasan a través del organismo.



El electrón es una partícula elemental de la materia y es parte de los átomos que conforman las cosas. Cuando se frota un globo en la cabeza de alguien se presenta un fenómeno curioso: se levantan los cabellos; dicho fenómeno se explica gracias a los electrones, pues al frotar el globo se genera estática por el exceso de éstos, ya sea en el globo o en la cabeza.

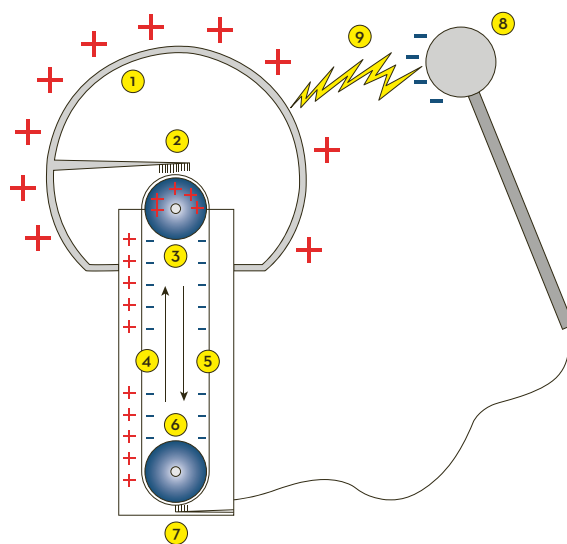
La materia está constituida por átomos, los cuales tienen la siguiente composición:



En el SI, el *ampere* se entiende como la intensidad de corriente constante o cantidad de electrones (específicamente  $6.241509074 \times 10^{18}$  electrones) que circulan en dos conductores paralelos colocados en el vacío separados un metro entre ellos, donde se produce una fuerza igual a  $2 \times 10^{-7}$  N/m.

A partir de 2019, el ampere se define en términos de la unidad de carga elemental ( $e = 1.602176634 \times 10^{-19}$  C) de la siguiente manera:  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ .

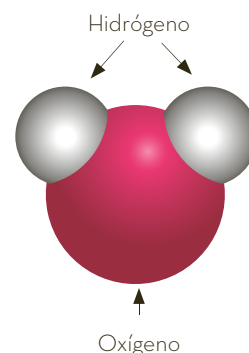
## Generador de Van de Graaff



Este aparato electrostático inventado por Robert J. Van de Graaff acumula grandes cantidades de carga eléctrica en la superficie de una esfera metálica hueca. Así, permite observar el comportamiento de las cargas eléctricas.

## La cantidad de sustancia

Otra de las magnitudes fundamentales en el SI es la cantidad de sustancia. Esta magnitud física se refiere a cuántas entidades elementales existen en una cantidad determinada de materia. Por ejemplo, cuántas moléculas de agua hay en un vaso lleno de este líquido. Las entidades elementales se entienden como las más pequeñas de la materia. En el caso del agua, son moléculas que tienen dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno.



La unidad de medida de la cantidad de sustancia es el mol, cuyo símbolo es mol, y representa exactamente  $6.02214076 \times 10^{23}$  entidades elementales, por lo que un mol de agua representa exactamente  $6.02214076 \times 10^{23}$  moléculas de agua, cada una conformada por un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno. La expresión " $\times 10^{23}$ " expresada en notación científica, significa que al número 6.02214076 hay que multiplicarlo 23 veces por 10, esto es recorrer el punto decimal hacia la derecha 23 lugares. A los lugares que no tengan números expresados se les coloca un 0:

$$1 \text{ mol} = 6.02214076 \times 10^{23} = 6022140760000000000000000$$



## La intensidad luminosa

La candela, cuyo símbolo es cd, es la unidad de medida de la intensidad luminosa, la cual se entiende como la potencia de la longitud de onda de una fuente luminosa. Se puede visualizar una candela al pensar en que la intensidad luminosa de una vela encendida tiene aproximadamente 1 cd en cualquier dirección.



## La masa

La última en pasar de un patrón representado por un objeto físico a ser medida a partir de constantes físicas fue la unidad de medida de la masa, el kilogramo. Esto sucedió el 16 de noviembre de 2018, en la 26ª Conferencia General de Pesos y Medidas.



Antes de su redefinición, el kilogramo era la masa que contenía una pequeña pesa hecha de una aleación de iridio y platino resguardada en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en París, y cada país tenía una copia fiel de esa pesa. Antes de que el *si* existiera, el kilogramo era la masa de un litro de agua pura.

El Sistema Internacional de Unidades agrupa siete unidades básicas con las cuales se miden las siete magnitudes físicas reconocidas, cualquier otra es una composición de algunas de estas magnitudes y unidades básicas. Las unidades de medida de las magnitudes fundamentales se definieron, en un principio, a partir de características de fenómenos naturales o de objetos en la naturaleza.

Actualmente, cada unidad de medida fundamental se define a partir de constantes físicas de la naturaleza. Una *constante física* es un número relacionado con la propiedad de un fenómeno o sistema y, sin importar quién la mida, siempre tiene el mismo valor; por ejemplo, la velocidad de la luz.

La necesidad humana de establecer las medidas y, con ello, tener certeza en el comercio, la industria y la ciencia, derivó en la creación de una convención mundial que fijara los puntos de referencia; así se originó el Sistema Internacional de Unidades (SI), en el que existen siete magnitudes físicas fundamentales con sus unidades correspondientes. Cualquier otra magnitud física, con su unidad de medida, es composición de las magnitudes fundamentales y sus unidades.

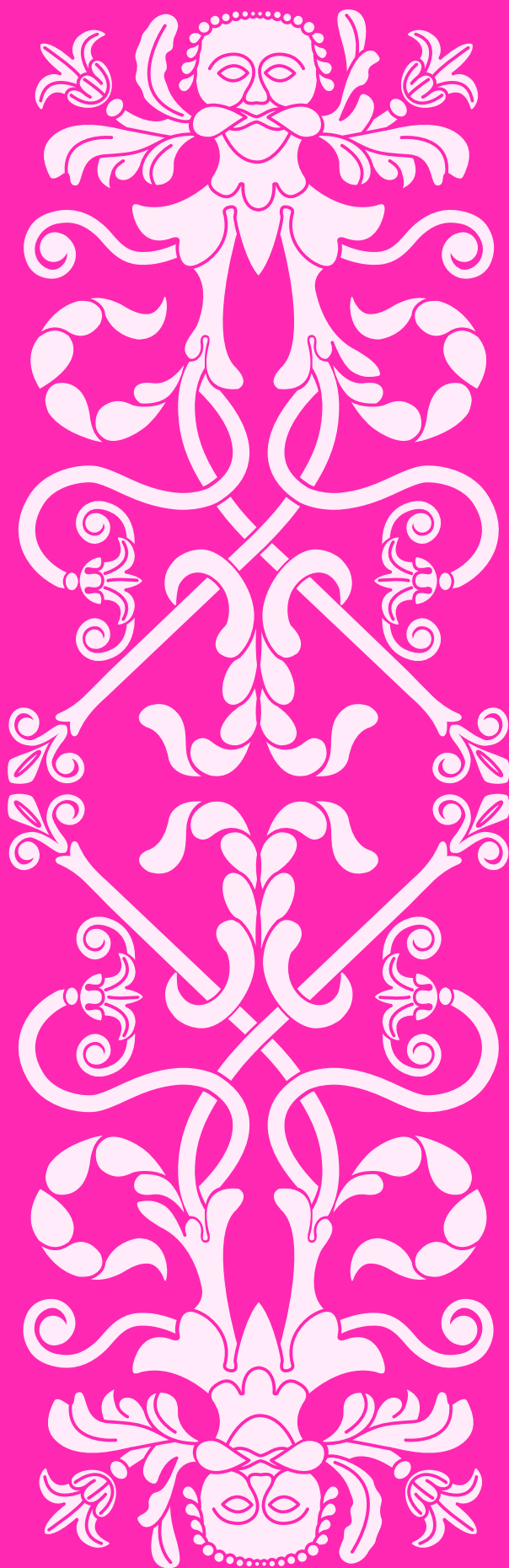




# Desarrollo científico y tecnológico

El ser humano siempre ha buscado explicaciones para los fenómenos que ocurren a su alrededor; de este modo, la física surgió como una ciencia que ayuda a entender los fenómenos naturales relacionados con la materia y la energía, tales como el movimiento de los cuerpos, el calor, la electricidad, la luz, el sonido, entre otros.

Habilidades como la comparación y la experimentación han jugado un papel preponderante en los inventos que, hoy en día, contribuyen a tener un ambiente moderno, tecnológico y con avances científicos cada vez más importantes que benefician a todas las personas.



## Contribuciones al conocimiento científico y tecnológico en el ámbito nacional

El conocimiento científico y tecnológico en México data de la época prehispánica. Desde entonces, se han realizado diversos estudios gracias a los cuales nuestro país ha tenido avances importantes relacionados con la ciencia y la tecnología. Además, se han fundado institutos y universidades en donde los conocimientos han sido aprovechados para beneficiar a la sociedad mexicana actual.

Durante la época prehispánica, los mayas desarrollaron un eficiente sistema de escritura, utilizaron un peculiar signo para identificar el cero y crearon un calendario. La observación de los astros fue de vital importancia; por ello, en sus ciudades tuvieron observatorios con forma de pirámide desde los cuales estudiaron los movimientos del Sol, la Luna y Venus. Sin duda, sus conocimientos sobre astronomía son las aportaciones más reconocidas de esta civilización.



Por su parte, los mexicas también hicieron grandes aportaciones, por ejemplo, descubrieron la duración del año solar gracias al estudio del comportamiento del Sol. Además, elaboraron calendarios que utilizaron para organizar actividades como la siembra y la cosecha.

Luego, durante la Conquista española la ciencia novohispana se sujetó a las ideas europeas y al estudio de las propiedades de algunos metales como el oro y la plata. Durante la época colonial y a pesar del dominio de la Iglesia católica sobre la educación, ésta tuvo avances significativos. Hacia 1551 se fundó la Real y Pontificia Universidad de México para españoles, criollos y en menor medida indígenas, donde se impartieron cátedras generales de medicina y cursos, también generales, de matemáticas y de física.

Durante los siglos XVI y XVII, los mayores aportes científicos y tecnológicos estuvieron relacionados con la astronomía y con la producción de metales preciosos, es decir, las técnicas empleadas en su explotación.



En esa época destacaron los estudios del matemático y astrónomo Francesco Maurolico (1494-1575) sobre el ciclo solar y el ciclo lunar, y los de Bartolomé de la Hera y de la Varra (1576-s. f.) sobre los planetas. Enrico Martínez (1550-1635), por su parte, estudió los fenómenos celestes y muchos otros colaterales que fueron posibles gracias al empleo de instrumentos científicos.

Durante el periodo de la Ilustración, también hubo en México importantes avances en ingeniería y astronomía. Entre los científicos célebres de esta época destacó el astrónomo José Antonio de Alzate y Ramírez (1737-1799), quien fue uno de los primeros observadores de los fenómenos atmosféricos. Este científico también tuvo vocación por las ciencias exactas: matemáticas, física y astronomía.

Años más tarde, se inauguró el Colegio de Minería y, con ello, fue posible abrir el primer laboratorio de física en México.

Durante el periodo de la Independencia (1810-1821), el desarrollo científico se detuvo por completo. Tiempo después, con el comienzo de la industrialización, resurgieron los avances científicos. El Gobierno mexicano ofreció educación pública y Gabino Barreda quedó a cargo de reformar la educación e integró materias como matemáticas, química y física al programa de estudios en las escuelas secundarias.

Así, gracias a la fundación de nuevas universidades, institutos de investigación y la Academia Mexicana de Ciencias, entre otros centros de investigación, surgieron importantes avances científicos y tecnológicos.

Cabe mencionar que muchas mujeres y hombres en México se han dedicado al estudio del campo científico de la física y sus contribuciones han enriquecido otras tantas investigaciones.



La primera mujer graduada en física fue Alejandra Jáidar Matalobos (1938-1988), quien estudió en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM); centró sus estudios en aplicar métodos y técnicas de física nuclear. Con sus aportaciones, se inició la difusión de textos científicos, lo cual ayudó que se creara una colección de libros de ciencias dirigido a lectores sin formación científica.

Quizá la mayor aportación de Jáidar fue la construcción del acelerador de partículas Van de Graaff en el Instituto de Física de la UNAM, con el que actualmente se llevan a cabo diversos estudios de análisis de materiales.

Por su parte, el físico Manuel Sandoval Vallarta (1899-1977) fue fundador de la ciencia nuclear en México e hizo diferentes contribuciones al estudio de los rayos cósmicos. Además, fue reconocido con el Premio Nacional de Ciencias y Artes en 1959.



El ingeniero Rodolfo Neri Vela (1952) recibió el título en ingeniería mecánica-eléctrica en la UNAM y cuenta también con estudios en termodinámica e ingeniería espacial. Como resultado de sus estudios, fue el primer ciudadano mexicano en viajar al espacio exterior; participó como especialista en la Misión STS-61-B del trasbordador espacial Atlantis, en 1985.

Rodolfo Neri Vela colaboró con la Agencia Espacial Europea para el lanzamiento de la Estación Espacial Internacional, la cual se encuentra en órbita alrededor de la Tierra.

En la actualidad, nuestro país cuenta con muchas físicas y físicos notables. Algunas de ellas son la física Ana María Cetto Kramis, dedicada al área de la mecánica cuántica y la biofísica de la luz; la astrónoma Julieta Norma Fierro Gossman, especialista en física y astrofísica; Julia Tagüeña Parga, quien se dedica a estudiar las propiedades físicas de diversos materiales; Antígona Segura Peralta, otra excelente científica mexicana, quien colabora en el Laboratorio Virtual de Planetas, un proyecto del Instituto de Astrobiología de la Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (NASA, por sus siglas en inglés).



Entre otros físicos mexicanos podemos citar a Juan Manuel Lozano Mejía, especialista en mecánica clásica; Alberto Bajaras Celis, quien estudió la gravitación; y Miguel Alcubierre Moya, dedicado al estudio de los agujeros negros.

En el desarrollo de la física mexicana, han colaborado mujeres y hombres, y gracias a sus aportaciones se han llevado a cabo importantes avances científicos y tecnológicos. En la actualidad, hay diferentes universidades en las cuales se estudia física y cada vez hay más mujeres que se interesan por esta ciencia.

## Contribuciones al conocimiento científico y tecnológico en el ámbito internacional

La física se encarga del estudio de la materia y la energía, así como de sus interacciones. Las diversas áreas de estudio de la física son la termodinámica (estudio de la energía y sus transformaciones), la mecánica (estudio de los fenómenos relacionados con el equilibrio y movimiento de los cuerpos), el electromagnetismo (fenómenos relacionados con la electricidad y el magnetismo) y la óptica (ciencia que estudia la luz, sus características y manifestaciones). La física también estudia el espacio y el tiempo, las reacciones entre átomos y partículas, la luz y la materia a escala atómica.

Conocer las aportaciones de la física y sus avances científicos y tecnológicos propicia una mayor comprensión de esta ciencia y su impacto en la sociedad. A lo largo de su historia y a nivel internacional, México ha contado con una gran cantidad de mujeres y hombres que han contribuido, con sus conocimientos y sus estudios, al enriquecimiento del campo de la física.





En cuanto a su historia general, la física se inició en la Antigüedad, en las primeras civilizaciones donde hombres y mujeres observaban fenómenos naturales y, en particular, los movimientos de los astros. Los registros históricos indican que los griegos buscaron explicar el movimiento de las estrellas y de los planetas e identificaron las constelaciones.

Algunos de los griegos que contribuyeron notablemente con sus investigaciones, al estudiar el movimiento de las estrellas, planetas y constelaciones, fueron los siguientes filósofos:



- Tales de Mileto (624-546 a. n. e.) matemático y filósofo, afirmó que el fundamento de la naturaleza es el agua, predijo un eclipse de Sol e hizo observaciones acerca del magnetismo.
- Empédocles (495-435 a. n. e.) propuso que los cuerpos estaban conformados por cuatro elementos: aire, tierra, fuego y agua.
- Demócrito (460-370 a. n. e.) propuso que todos los cuerpos estaban compuestos por partículas pequeñas e invisibles para el ser humano y las denominó *átomos*.
- Arquímedes (287-212 a. n. e.), considerado el padre de la mecánica, desarrolló los principios fundamentales de la palanca y de la flotación de los objetos.
- Ptolomeo (100-170) exploró las propiedades de la luz.

Varias de las aportaciones de los griegos a la física permitieron el desarrollo científico y tecnológico en la sociedad.

Durante la Edad Media se registró poco avance científico, pero los árabes, herederos de los aportes de los griegos, indagaron y desarrollaron conocimientos en matemáticas y en física. Sus contribuciones en el campo de la óptica fueron el punto de partida para el estudio sobre la luz y la visión.

En los siglos XIII y XIV floreció la ciencia medieval, pues se fundaron las universidades y se redescubrió la obra de Aristóteles. Con ello, posteriormente, hubo grandes aportaciones de científicos famosos como Copérnico (1473-1543), Johannes Kepler (1571-1630), Galileo Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1643-1727).



Posteriormente, la ciencia física avanzó de forma vertiginosa y, de nuevo, se hicieron grandes aportaciones.

Un ejemplo es el del físico alemán Albert Einstein (1879-1955), quien publicó su teoría general de la relatividad y revolucionó la visión que se tenía acerca del espacio, la energía, la materia y el tiempo.

Los conocimientos, las aportaciones y los estudios científicos de esa época también fueron compartidos por personas dedicadas a esta área. Está el caso de Emmy Noether (1882-1935), de origen judío, quien, con sus estudios sobre matemáticas, contribuyó notablemente al álgebra y a la física. Un teorema lleva su apellido, el cual permite entender el problema de la conservación de la energía en la teoría general de la relatividad.



Por su parte, la fisicoquímica polaca, nacionalizada francesa, Marie Curie (1867-1934), no sólo fue la primera mujer en ganar el premio Nobel de Física en 1903, sino que ocho años después, en 1911, recibió también dicho galardón en Química. Sus contribuciones están relacionadas con la radioactividad y con el descubrimiento de un elemento químico, el radio.

Las investigaciones que Marie Curie realizó junto a su esposo, el físico francés Pierre Curie (1859-1906), dieron origen a una nueva disciplina científica: la física nuclear, cuyas aplicaciones se encuentran, principalmente, en el área médica, por ejemplo, en algunos tratamientos contra el cáncer.



La física es un pilar importante en la sociedad, tanto en el ámbito científico como en el tecnológico. Los avances y el desarrollo científicos han conducido a innumerables beneficios para las actuales generaciones. Si bien es importante este reconocimiento, también es indispensable cuidar, respetar y preservar estas aportaciones ya que la sociedad continuará haciendo uso de ellas en el futuro.

## Influencia del conocimiento científico y tecnológico en la sociedad

El conocimiento científico y tecnológico ha sido de gran ayuda para desarrollar instrumentos, herramientas y procedimientos que impulsan el avance y progreso de la sociedad.

La tecnología es la aplicación del conocimiento científico, a través de técnicas y procesos, para satisfacer las necesidades humanas y es uno de los factores más determinantes en los procesos de cambio social. La relación entre el conocimiento científico y la tecnología trae como consecuencia una mejora en la vida de las personas, de manera individual y colectiva. Esto se ha visto desde la Antigüedad, pues las civilizaciones se han beneficiado con los descubrimientos y las invenciones a lo largo de la historia.





La sociedad moderna cuenta con grandes avances en los que ha influido la física; por ejemplo, la tecnología necesaria para las comunicaciones, para la fabricación de teléfonos celulares, de televisores, de computadoras, entre otros, así como para la modernización de todo tipo de vehículos o transportes.



También podemos observar cómo ha cambiado la tecnología en el área de la agricultura, pues, en muchos lugares, ahora se ocupan máquinas sofisticadas para simplificar tareas como la preparación de la tierra, la siembra y la cosecha, que son actividades esenciales para la agricultura, pero extenuantes para el ser humano. Desde la Antigüedad se habían inventado sistemas de riego que en su momento cubrieron algunas necesidades, pero que hoy son obsoletos.



Otra aportación importante de la física a la sociedad se materializa en la construcción de edificios y puentes, cuyas estructuras son capaces de resistir la fuerza de fenómenos naturales como los sismos o pesos de gran carga.

Una contribución de la física de suma importancia al campo de la medicina es el uso de aparatos de rayos X utilizados para ver los huesos y los órganos internos e identificar si existe alguna alteración en ellos. Gracias a los aportes de científicas y científicos, en la actualidad se cuenta con una serie de instrumentos y aparatos necesarios para los estudios médicos, muchos de los cuales ayudan a recuperar la salud.



La tecnología y el conocimiento científico se han desarrollado a lo largo de la historia humana. Ambos campos ayudan a resolver problemas para sobrevivir y adaptarse al medio, así como para hacer más fáciles las tareas diarias. El conocimiento científico y tecnológico está en constante cambio, pues busca cubrir las interminables necesidades de la sociedad.

La física es una ciencia que se relaciona con diferentes aspectos de la vida. Por ejemplo, un problema de salud que aqueja a la humanidad es el cáncer, pero, gracias a las aportaciones de Marie Curie y de otros científicos, en la actualidad se cuenta con aparatos de rayos X que ayudan a realizar estudios de mastografía y visualizar las glándulas mamarias; técnica empleada para detectar el cáncer de mama.

Así, las contribuciones de científicas y científicos son indispensables para el desarrollo de la sociedad. Conocer estos antecedentes históricos ayuda a entender y valorar las innovaciones científicas y tecnológicas que benefician a las personas.



# Dinámica del Sistema Solar

En Mesoamérica, la civilización maya estudió los movimientos del Sol, las fases de la Luna y otros cuerpos que podía observar en el firmamento. Con ello, creó uno de los calendarios más precisos de la humanidad y estableció las épocas para la siembra y cosecha.

En el continente europeo, se propusieron modelos que ubicaban a la Tierra inmóvil en el centro del Universo y otros en los que el Sol y la Luna giraban alrededor de la Tierra.

En el siglo xvi, el astrónomo polaco Nicolás Copérnico (1473-1543) propuso el modelo heliocéntrico, con el Sol en el centro del Universo.

Fue el primero en explicar que los movimientos de los cuerpos celestes eran un reflejo directo de la rotación y traslación de la Tierra.



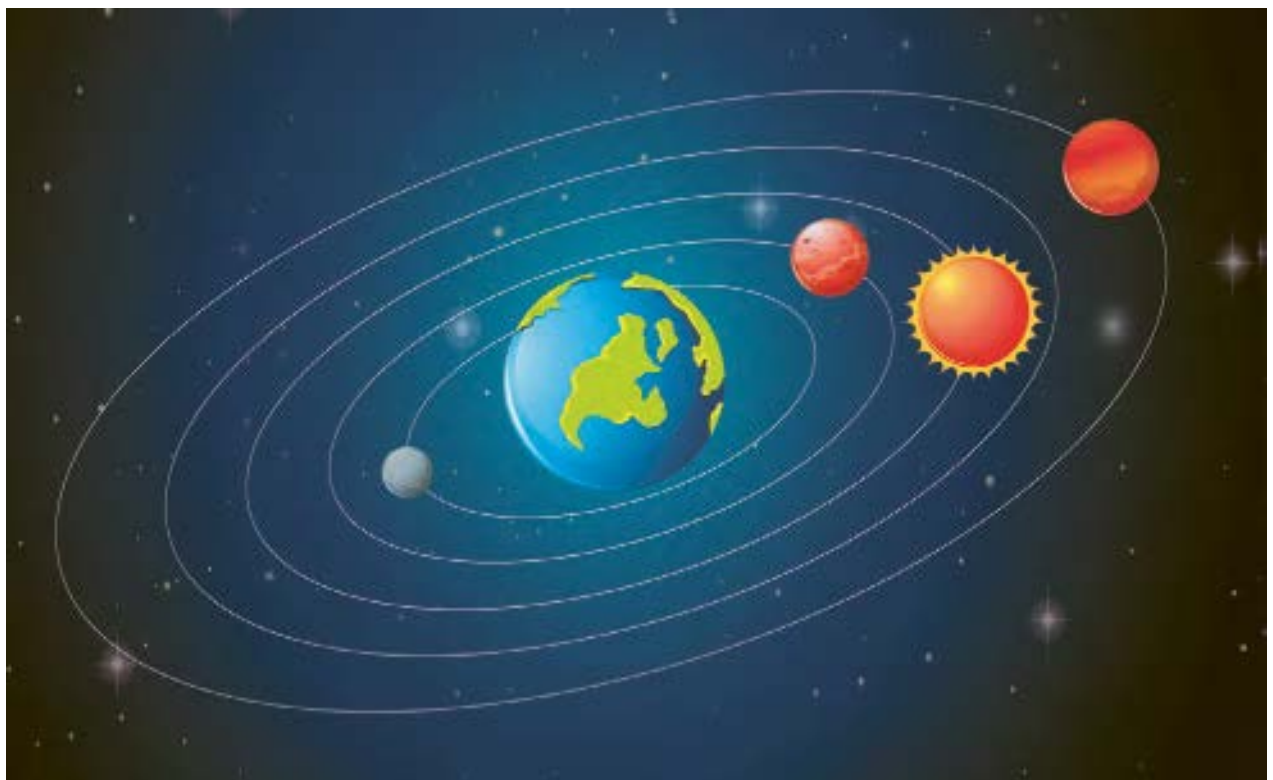
## Movimiento de los planetas: leyes de Kepler

El movimiento de los planetas fue un tema que interesó desde la Grecia antigua hasta Copérnico. Después, otros científicos, como el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601), dieron continuidad al estudio de la posición de los astros en el Universo.

En su época, Brahe realizó el registro más preciso de las posiciones de los planetas con ayuda de una brújula y un sextante (instrumento que permite medir el ángulo existente entre dos objetos), además de otros instrumentos de su invención. Pero sus observaciones, cálculos e ideas no contribuyeron a que se aceptara el modelo propuesto por Copérnico.

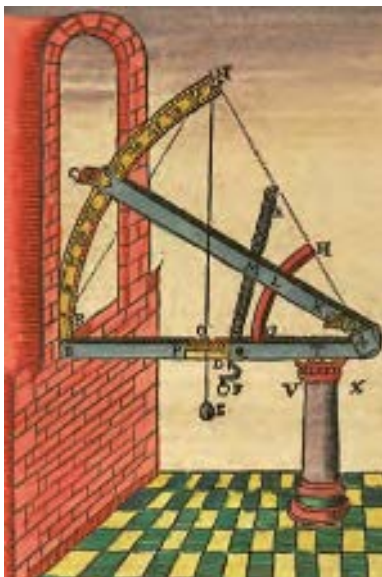
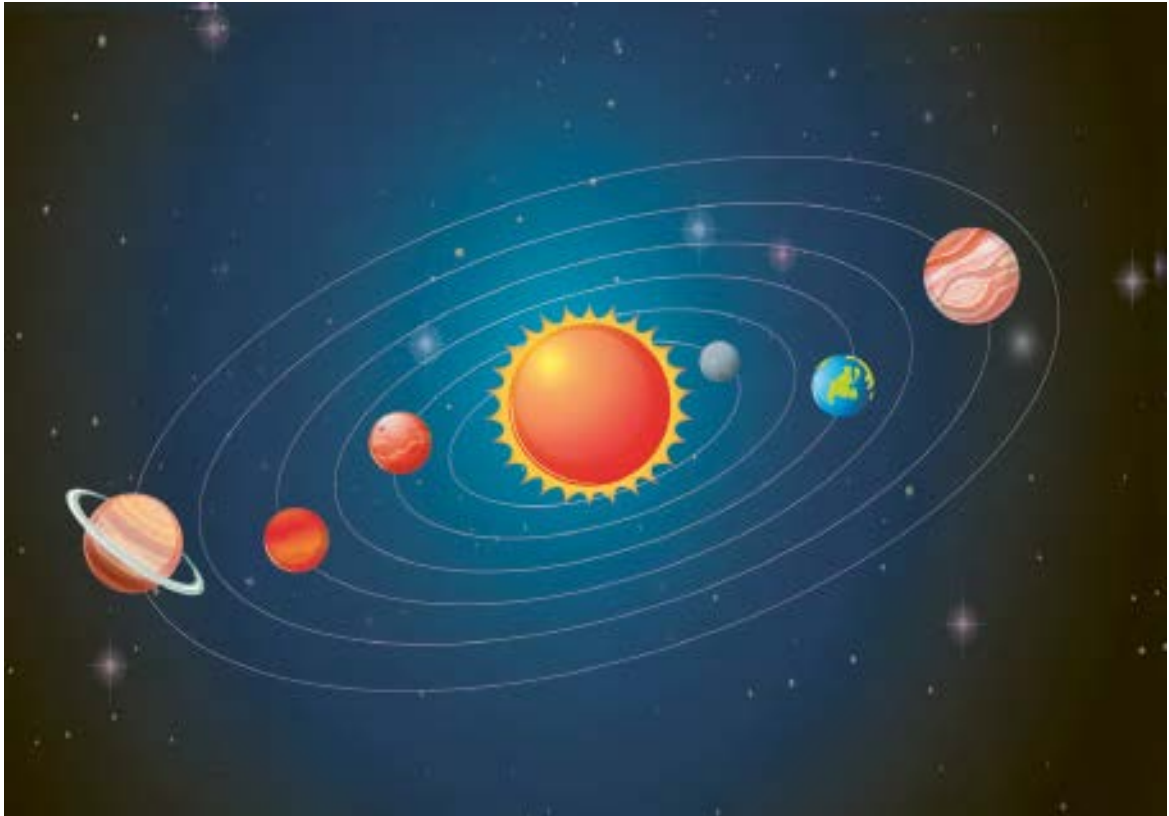
Por esta razón, construyó un nuevo modelo donde puso nuevamente a la Tierra en el centro del Universo; la Luna y el Sol giraban alrededor de la Tierra y los planetas Mercurio, Marte, Júpiter y Saturno lo hacían alrededor del Sol, en órbitas con forma de circunferencia.

El modelo de Aristóteles (Grecia, siglo IV a. n. e.), con la Tierra en el centro del sistema, tenía la desventaja de que no podía describir con precisión el movimiento de los planetas.





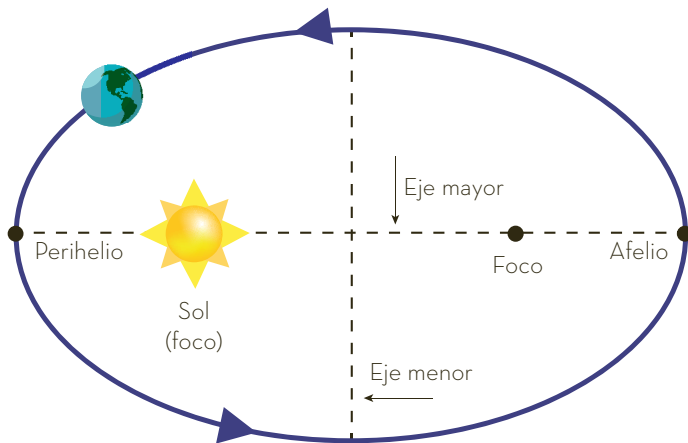
En el modelo de Copérnico, los planetas Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno (aún no se descubrían Urano ni Neptuno) giraban en torno al Sol.



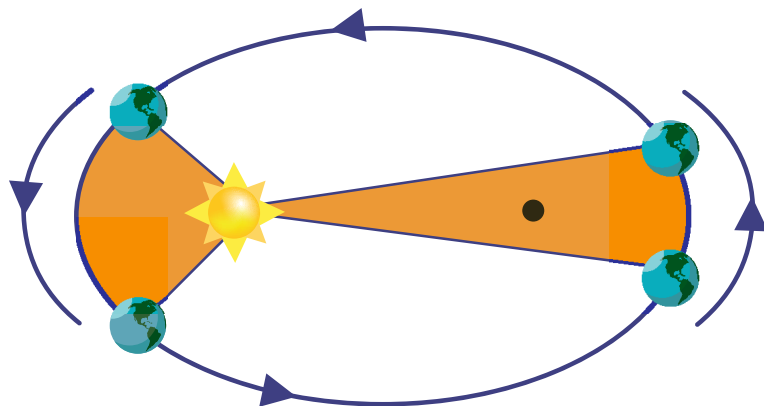
Tycho Brahe invitó a trabajar como asistente al astrónomo alemán Johannes Kepler (1571–1630). Tras fallecer Brahe, Kepler retomó los datos obtenidos por su maestro y observó el movimiento del planeta Marte con las relaciones geométricas entre este planeta y el Sol. Sus conclusiones lo llevaron a fortalecer el modelo de Copérnico y a proponer las siguientes leyes:

► **Primera ley.** Los planetas describen órbitas elípticas en las que el Sol se encuentra en uno de sus focos. Las elipses tienen forma alargada, un eje mayor, un eje menor y dos focos, como se muestra en la imagen.

La trayectoria que se forma con el movimiento planetario es una elipse. Al punto de la órbita más cercano al Sol se le denomina *perihelio* y al más lejano, *afelio*.

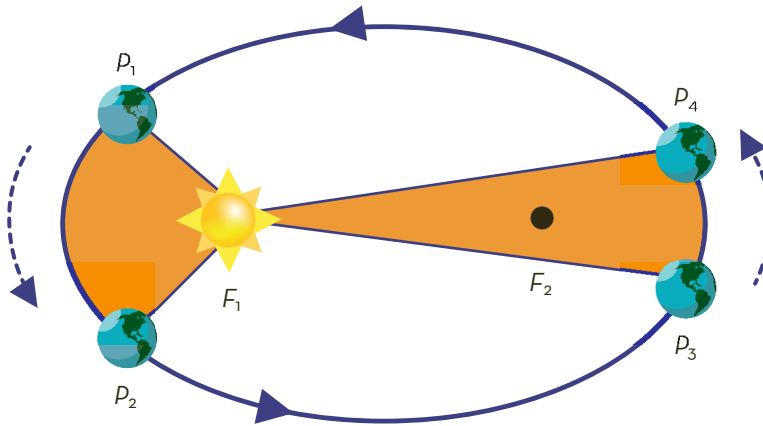


De acuerdo con la propuesta de Copérnico, la Tierra rota sobre su propio eje y tarda 365 días con seis horas en trasladarse por su órbita elíptica alrededor del Sol. Marte tarda 687 días porque está más lejos del Sol. En 1609, Johannes Kepler observó la variación de la rapidez del movimiento de cada planeta en el transcurso de la órbita. Observó que los planetas se mueven más lentamente a medida que están más lejos del Sol y más rápido cuando se encuentran más cerca de él. Con estas observaciones, formuló su segunda ley.



► **Segunda ley.** Cuando el planeta se mueve en su órbita alrededor del Sol, recorre áreas iguales en tiempos iguales. Dichas áreas están en función del radio vector que va de uno de los planetas al Sol.

En la siguiente imagen se observa cómo el planeta tarda el mismo tiempo en pasar de  $P_1$  a  $P_2$  que de  $P_3$  a  $P_4$ . La velocidad es mayor en el tramo  $P_1$  a  $P_2$  que en el tramo  $P_3$  a  $P_4$ .



Después de retomar los trabajos de Tycho Brahe, Kepler enunció su tercera ley, que guarda relación con el movimiento de los planetas.

► **Tercera ley.** El cuadrado del periodo de un planeta ( $T^2$ ), es decir, el tiempo que tarda en completar una órbita, es directamente proporcional al cubo de su distancia media al Sol ( $r^3$ ).

En términos matemáticos, esta ley se puede escribir así:

$$T^2 = k \cdot r^3$$



Tycho Brahe



Johannes Kepler

Donde:

- $T$  = Periodo del planeta alrededor del Sol
- $k$  = Constante de proporcionalidad que depende de la masa del Sol
- $r$  = Distancia promedio del planeta al Sol, es decir, la longitud del semieje mayor de su órbita

Los estudios de Tycho Brahe, sin duda, fueron muy importantes para Kepler. También lo fue la influencia del modelo propuesto por Copérnico. Con sus leyes, Kepler pudo hacer los cálculos necesarios para sustentar su investigación y publicar otros estudios, como las tablas astronómicas. Su trabajo contribuyó a la aceptación del modelo heliocéntrico.

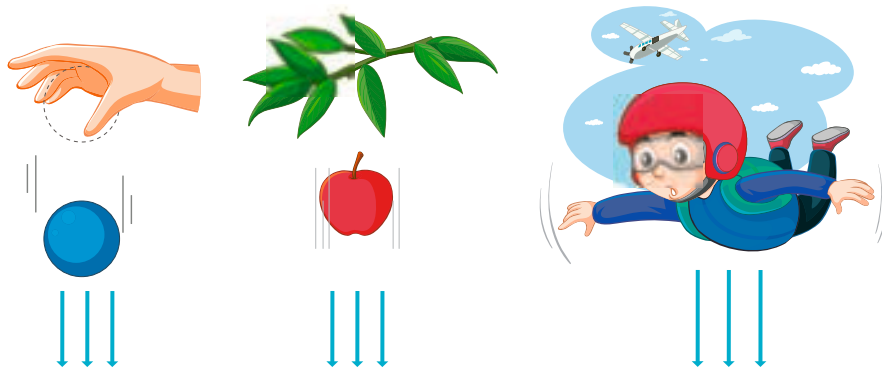
# Fuerza de gravedad: ley de gravitación universal de Newton

Las leyes de Kepler explican el movimiento de los planetas en torno al Sol en órbitas elípticas, pero no mencionan qué fuerza actúa para que esto sea posible.

Kepler pensaba que había una fuerza similar a la de un imán que estaba en el Sol y que arrastraba a los planetas a girar con él. Sin embargo, esto no era posible porque los planetas no se salen de sus órbitas para ir al Sol, continúan en ellas.

Las leyes de Kepler fueron retomadas por el astrónomo Edmund Halley (1657-1742), quien intentó resolver cómo un objeto puede mantenerse en movimiento en la trayectoria elíptica en torno al Sol. Halley se acercó al físico inglés Isaac Newton (1643-1727) para tratar de resolver el cuestionamiento.

Newton hizo una teoría en la que explica cómo los objetos se atraen mutuamente. Propone que las cosas con mayor masa tienen un poder de atracción mayor a los cuerpos con menor masa; ese poder lo denominó *fuerza de atracción gravitacional*.



Con sus estudios, Newton formuló la ley de la gravitación universal, la cual explica que todos los objetos en el Universo se atraen entre sí con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. En el lenguaje matemático, esto se expresa como:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Donde:

- $F$  = Fuerza de atracción gravitacional
- $m_1$  y  $m_2$  son las masas de los cuerpos que interactúan
- $G$  = Constante de gravitación universal

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

- $r^2$  = Distancia de separación entre los cuerpos respecto a sus centros de masa





En la actualidad, se sabe que la masa de los astros genera la fuerza de atracción y no el magnetismo, como lo pensaba Kepler. El Sol y los planetas se atraen, pero no chocan porque entre los planetas hay una fuerza de inercia, la cual genera una fuerza centrífuga que equilibra la de atracción y mantiene a los planetas en su órbita.

Con la ley de gravitación universal, formulada por Isaac Newton, se puede explicar cómo es posible poner una gran cantidad de satélites de comunicación e investigación orbitando en torno a la Tierra.



Actualmente, la ley de la gravitación universal se utiliza para explicar cómo el Sol ejerce una fuerza de atracción sobre el planeta, por qué la Luna gira alrededor de la Tierra y cómo se da el movimiento de las mareas debido a la atracción que ejercen la Luna y el Sol sobre los océanos de la Tierra.



En la historia de la humanidad, ha habido diferentes modelos que han intentado explicar la posición de los astros en el Universo. Las leyes propuestas por Kepler y la ley de gravitación universal fortalecen el modelo propuesto por Copérnico y se aplican para cometas, asteroides, satélites artificiales, estaciones espaciales, entre otros objetos espaciales.



## Efecto invernadero

En la vida cotidiana las personas experimentan diferentes sensaciones; por ejemplo, pueden sentir frío por las mañanas y, poco a poco, conforme avanza el día y los rayos del sol inciden en la Tierra, perciben calor.

De igual manera, al tomar ciertos objetos, se percibe que algunos suelen estar más calientes o más fríos, o se puede percibir cómo un objeto frío, poco a poco, se calienta o uno caliente se enfría.

Palabras como *frío*, *caliente*, *temperatura* y *calor* coloquialmente se emplean para caracterizar a algunos objetos o situaciones, pero en realidad están relacionadas con algunas de sus características físicas.

# Calor, radiación y temperatura

Para múltiples actividades diarias, es importante conocer qué es el calor, algunas de sus formas de transmisión y su diferencia respecto a la temperatura.

Se denomina *calor* a la transferencia de energía térmica de un cuerpo con mayor temperatura hacia otro con menor temperatura. Si se colocan las manos alrededor de una taza que contiene té caliente, se transfiere energía de la taza, que está a una mayor temperatura, a las manos, que tienen una menor temperatura. Cuando se colocan las manos en una botella de agua que estuvo en el congelador, la transferencia de energía se mueve de las manos, que tienen mayor temperatura, a la botella, con menor temperatura.

Si se coloca la taza con té caliente sobre una superficie, el calor de la taza fluirá hacia la superficie, con menor temperatura; esta transferencia de calor se detendrá cuando la taza y la superficie estén a la misma temperatura, lo que se conoce como *equilibrio térmico*.

A los materiales que permiten a la energía propagarse con facilidad se les denomina *conductores térmicos*, por ejemplo, los metales, como el acero, el hierro, el cobre, entre otros. Por el contrario, a los materiales que no permiten esta propagación de la energía se les denomina *aislantes*, como el plástico, la lana, la madera o el vidrio.

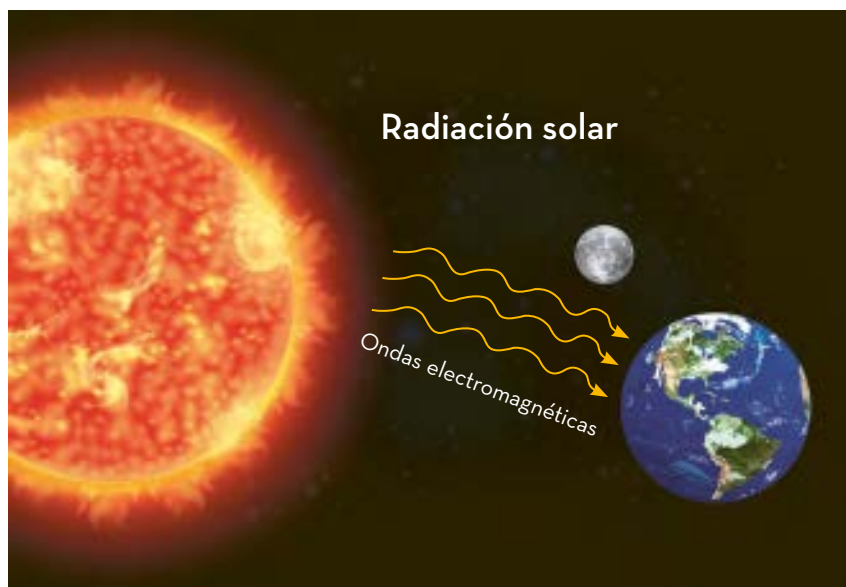
Por ejemplo, los sartenes están elaborados con materiales que son térmicos, como el acero, para lograr la cocción uniforme de los alimentos. Sin embargo, el mango de estos utensilios se hace con un material aislante, el cual evita las quemaduras al sujetarlo.



La radiación es otra manera de transferir el calor y, para ello, se emplean ondas electromagnéticas o partículas que transportan energía, las cuales, al incidir en un cuerpo, hacen que aumente la energía cinética de las partículas que lo constituyen.

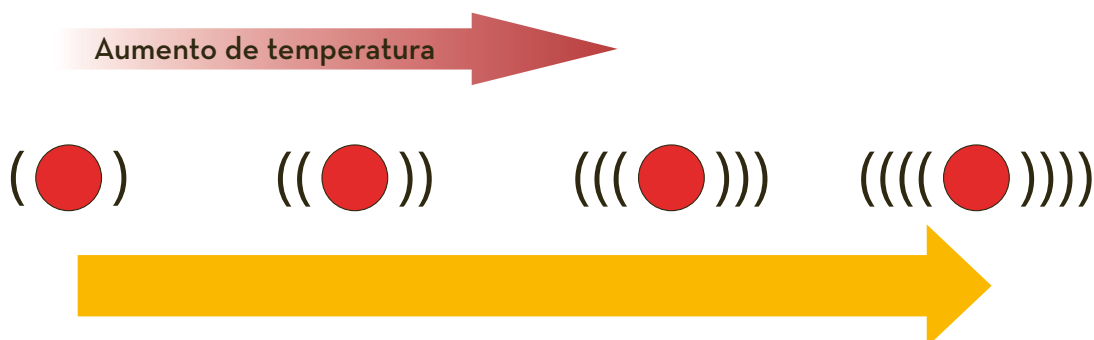
Una de las principales energías radiantes es la procedente del Sol. Por ejemplo, cuando se expone el cuerpo al Sol, sobre la piel inciden ondas electromagnéticas, como las infrarrojas o las ultravioleta, como se ve en la imagen, que transmiten calor, y esto puede producir quemaduras en la piel. Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío y en medios materiales.

El mecanismo de transferencia de calor mediante radiación es importante para entender cómo se comporta el clima de nuestro planeta.

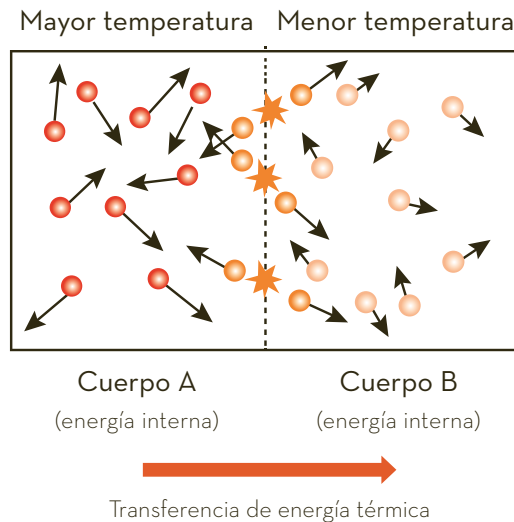


Una vez aclarado qué es el calor, se puede retomar el modelo de partículas para explicar su diferencia con la temperatura. Todos los cuerpos tienen partículas en movimiento, lo cual se debe a la energía cinética que poseen. La temperatura es el resultado de dicho movimiento y se define como el promedio de la energía cinética de todas las partículas en movimiento al interior de un cuerpo.

Un cuerpo con mayor temperatura tiene, en promedio, más energía cinética que un cuerpo con menor temperatura. Al aumentar la temperatura de un cuerpo, aumenta el movimiento de sus partículas y, por lo tanto, su energía térmica, como se muestra en la siguiente imagen. En ella se observa (las rayas curvas representan las vibraciones) cómo las partículas de un cuerpo sólido vibran con mayor rapidez al incrementar su temperatura.



La energía térmica se transfiere de un cuerpo con mayor temperatura (más caliente) a otro con menor temperatura (más frío). En otras palabras, disminuye la energía interna del cuerpo con mayor temperatura y aumenta la del cuerpo con menor temperatura.



La transferencia de energía se mantiene hasta que las temperaturas de ambos cuerpos se igualan. Cuando esto sucede, se dice que ambos cuerpos se encuentran en equilibrio térmico.

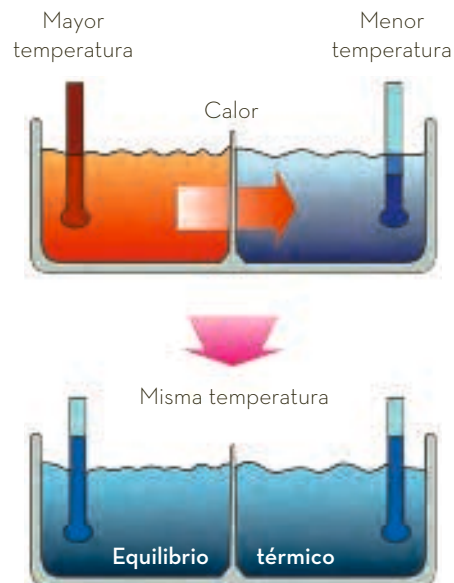
Para medir la temperatura de un cuerpo se emplean los termómetros, los cuales son instrumentos que se basan en lo descrito. Cuando se usa un termómetro, éste se pone en contacto con el cuerpo al que se requiere medir la temperatura hasta que ambos llegan al equilibrio térmico.

El primer termómetro fue desarrollado por el astrónomo italiano Galileo Galilei (1564-1642); posteriormente, se creó el termómetro de mercurio, uno de los más usados a lo largo de la historia. En la actualidad hay muchos tipos de termómetros, como los que detectan el calor del cuerpo a distancia, llamados *infrarrojos*.

En la imagen se observa el funcionamiento de un termómetro de mercurio; para que éste mida la temperatura de una persona tiene que estar en contacto con ella. Cuando esto sucede hay una transferencia de calor de la persona al termómetro hasta alcanzar la misma temperatura.

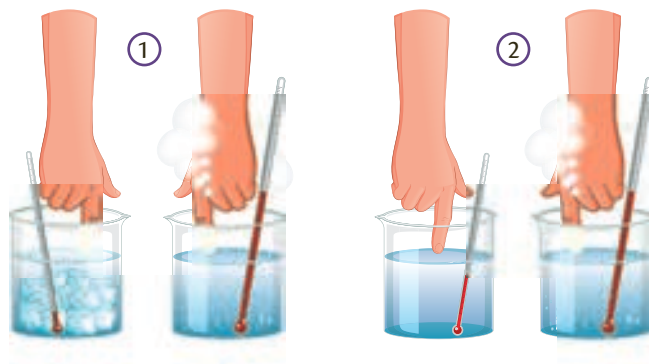
La temperatura indica qué tan caliente o frío está un objeto. Por ejemplo, si se acerca la mano a la estufa encendida, se dice que está caliente o que tiene una temperatura alta; y cuando se toca un cubo de hielo, se dice que ésta es baja.

Los términos *caliente* o *frío* no son exactos, ya que lo que siente la piel no es la temperatura, sino la transferencia de calor, que llega a la mano. Esto se puede demostrar con un simple experimento.





Se tienen tres recipientes, uno con agua fría, otro con agua caliente pero, soportable, y uno más con agua a temperatura ambiente. Ahora, se introduce un dedo en el recipiente con agua fría y un dedo de la otra mano se sumerge en el que tiene agua caliente. Después, se dejan ambos dedos sumergidos durante 2 minutos.



Transcurrido el tiempo, el dedo sumergido en el agua fría se saca y se introduce en agua con temperatura ambiente (sin sacar el dedo que esta en el agua caliente), la sensación que se percibirá es que esa agua está caliente. Si se hace lo mismo con el dedo sumergido en el agua caliente, se sentirá fría, por lo que *caliente y frío* son términos relativos.

Por lo anterior, para referirse a la temperatura de un objeto se utilizan los termómetros y las escalas termométricas. Los termómetros tienen una escala graduada en la que se puede ver reflejada la temperatura que se midió al cuerpo en cuestión.

La siguiente imagen muestra algunos termómetros, los más comunes se usan para medir la temperatura corporal de las personas y los animales. Sin embargo, hay termómetros que miden la temperatura del ambiente o de los alimentos, entre otras cosas.



Termómetro de lámina bimetálica



Termómetro de gas



Termómetro de termopar



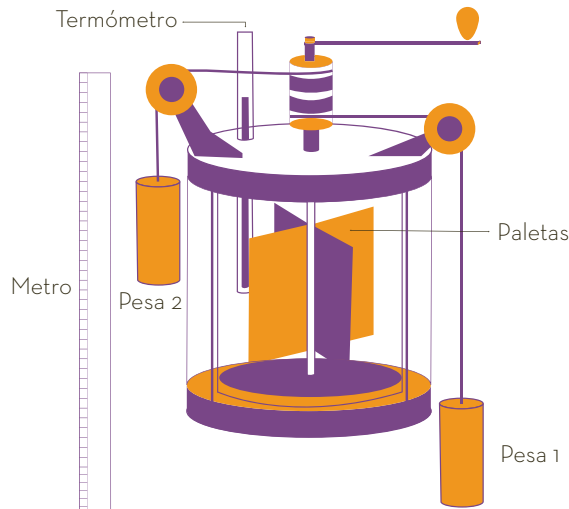
Pirómetro



En el Sistema Internacional de Unidades (SI), se usa la escala Celsius para medir la temperatura. Esta escala se divide en 100 partes iguales empezando desde cero, que es la temperatura de congelación del agua, y hasta los 100 grados, que es la temperatura de ebullición del agua al nivel del mar. Dicha escala es llamada Celsius en honor a su creador, el científico suizo Anders Celsius (1701-1744).

Otras escalas para medir la temperatura son las del alemán Gabriel Daniel Fahrenheit (1686-1736) y la del irlandés William Thomson Kelvin (1824-1907), quienes propusieron distintos puntos de referencia.

El físico inglés James Prescott Joule (1818-1889) llevó a cabo entre los años 1840 y 1850 una serie de experimentos que le permitieron establecer la relación entre energía térmica y energía cinética. Con ellos pudo comprobar que una variación específica en la temperatura es producto de determinada cantidad de energía cinética añadida al sistema.



En el interior del dispositivo (que se muestra en la imagen), Joule colocó una rueda de paletas unidas a unas pesas. Cuando las pesas caen por efecto de la gravedad, hacen girar la rueda que agita el agua. La agitación provoca un aumento en la temperatura del agua.

El joule (J), o julio, es la unidad con la que se mide el calor. Luego de muchos experimentos, Joule concluyó que se requieren 4.15 J para generar la cantidad de calor necesaria para aumentar 1 °C la temperatura de 1 g de agua a nivel del mar, valor que conocemos como *caloría*.

En los empaques de alimentos es común encontrar información acerca de su contenido energético. Para los alimentos, este registro está en kilojoules (kJ) o en kilocalorías (kcal), que equivalen a 1000 cal.

| Información nutrimental                                             |                                                  |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Porciones por envase 8                                              |                                                  |
| Cantidad por porción                                                |                                                  |
| Contenido energético kcal (kj)                                      | 0.1 kcal                                         |
| <b>Proteínas</b>                                                    | 16 g                                             |
| <b>Grasas (lípidos)</b>                                             | 1.8 g de las cuales<br>1.5 g de grasas saturadas |
| <b>Total de carbohidratos</b>                                       | 4 g de las cuales<br>4 g de azúcares             |
| <b>Fibra dietética</b>                                              | 0 g                                              |
| <b>Sodio</b>                                                        | 460 mg                                           |
| <b>Vitamina</b>                                                     | 0 g                                              |
| <b>Calcio</b>                                                       | 0 g                                              |
| *Los porcentajes de valores diarios se basan en una dieta de 2 kcal |                                                  |

Existe una relación entre el calor y la temperatura, porque el calor es energía en movimiento que se transfiere de un cuerpo con mayor temperatura a otro con menor temperatura. Conocer distintos materiales conductores y aislantes nos permite entender por qué la cubierta de un invernadero generalmente está fabricada con vidrio o algún otro aislante, o por qué al construir una vivienda se emplea poliestireno expandido, también llamado *unicel*, un material que impide que las viviendas transfieran su calor al exterior cuando hace frío.

## Efecto invernadero y sus causas

En un invernadero se cultivan plantas bajo el control de algunas condiciones ambientales, por ejemplo, luz, temperatura o humedad. Los invernaderos son construcciones cerradas y compuestas principalmente por una estructura de metal, madera o concreto que sostiene una cubierta transparente o translúcida de vidrio o plástico que permite el paso de la radiación solar. Esta cubierta evita que el calor se transmita al aire frío del exterior.

Cuando la radiación solar llega al suelo, éste se calienta, lo que provoca un aumento de la temperatura del aire del interior, además de ceder radiación que escapa al exterior. Esto es importante porque no hay suficiente transmisión de calor a través del techo y paredes del invernadero, por lo que la temperatura del interior sigue aumentando.

En la imagen se observa un invernadero donde las plantas que se encuentran en el interior absorben la radiación solar y, al mismo tiempo, el suelo calienta el aire con una temperatura mayor que la del aire exterior.



Por los procesos anteriores, en los invernaderos se crea un clima artificial óptimo para el desarrollo de las plantas. En el planeta Tierra sucede algo semejante a lo que ocurre en los invernaderos.

La Tierra es el único planeta en el Sistema Solar donde se desarrolla la vida y, hasta ahora, los científicos no han descubierto otro igual en dicho sistema. Esto se debe, entre otras cosas, a que tiene agua y aire en abundancia, además de que, principalmente, obtiene energía del sol en forma de luz visible.

El planeta Tierra está rodeado por una atmósfera que se extiende unos 700 km por encima de la superficie terrestre, y es la que hace posible que se mantengan las diferentes condiciones de temperatura que favorecen la vida. La atmósfera es una capa compuesta de gases que absorben sólo una pequeña parte de la luz visible del sol.

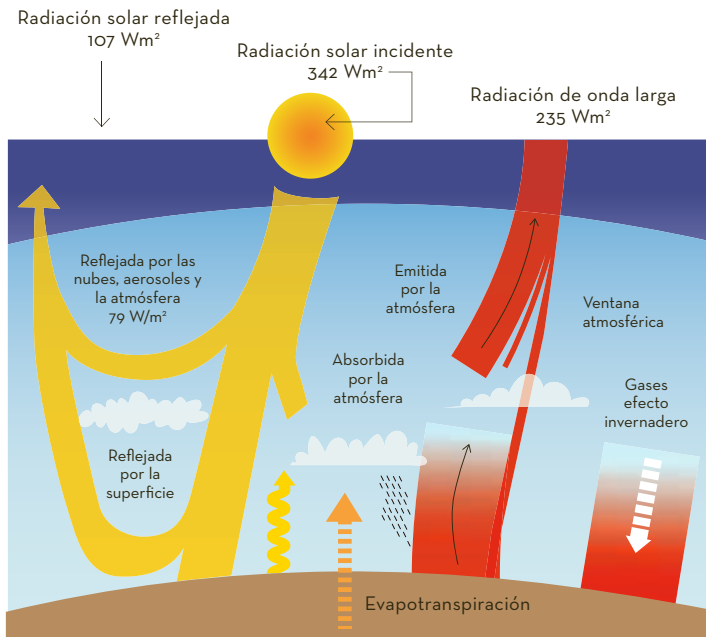
Dicha capa está compuesta principalmente de gases, como el nitrógeno, oxígeno y vapor de agua. Otros componentes de la atmósfera



son el dióxido de carbono, el metano, el óxido nitroso y los clorofluorocarbonos (CFC). Estos últimos se conocen como *gases de efecto invernadero*.

Los CFC son compuestos químicos que provienen principalmente de los sistemas de refrigeración y de los aerosoles comunes. A grandes concentraciones tienen la capacidad de destruir la capa de ozono ( $O_3$ , formada por átomos de oxígeno) que se sitúa entre 10 km y 50 km de la superficie terrestre.

Cuando la energía del sol llega a la atmósfera, la atraviesa y calienta la superficie de la Tierra. La superficie del planeta emite energía al espacio en forma de radiación infrarroja.



Parte de esta radiación es retenida por los gases atmosféricos y otra es emitida en todas direcciones, por lo que parte de ella regresa a la superficie terrestre. Este fenómeno se conoce como *efecto invernadero*, y ocasiona que se eleve la temperatura del planeta.

La imagen muestra cómo la temperatura de la superficie de la Tierra depende del balance entre la energía solar que recibe y el calor (radiación en vatios por metro cuadrado [ $\text{Wm}^2$ ]) que emite.

Sin los gases de efecto invernadero, la temperatura promedio de la superficie de nuestro planeta se encontraría a  $33^\circ\text{C}$  por debajo del promedio, es decir, la Tierra estaría congelada con una temperatura inferior a  $-18^\circ\text{C}$ .

Sin el efecto invernadero natural, nuestro planeta no sería como es hoy en día, ya que no tendría las condiciones necesarias para la vida como la conocemos.

En las últimas décadas, la concentración de los gases de la atmósfera ha aumentado considerablemente como resultado de las actividades habituales e industriales del ser humano y, con ello, se ha alterado el efecto invernadero natural, incidiendo también en el clima global.

El efecto invernadero es muy importante, pues mantiene la temperatura terrestre en las condiciones necesarias para el adecuado desarrollo de la vida; sin él, el planeta Tierra probablemente sería muy distinto a como es en la actualidad. La quema de carbón, petróleo y gas natural, que liberan gran cantidad de dióxido de carbono, la tala inmoderada y la generación de otros gases como los CFC, originan que el efecto invernadero se acentúe, lo que provoca un calentamiento global.





# Energía solar

La energía solar se transfiere a la Tierra tanto en forma de luz como de calor por radiación. La energía radiante puede ser captada mediante paneles solares, los cuales convierten la energía solar en electricidad para uso cotidiano.

La radiación solar es una fuente de energía renovable que puede tener diversos usos, tales como la cocción de los alimentos, el calentamiento de los hogares e incluso la generación de energía eléctrica a gran escala. La tecnología diseñada para su captación es cada vez más eficiente, limpia y rentable, lo que la convierte en una opción atractiva para muchos países del mundo.

## Aprovechamiento de la energía solar para uso cotidiano

El aprovechamiento de la energía solar se remonta a la Antigüedad, cuando la gente ya utilizaba la luz solar para calentar sus viviendas o secar ropa y alimentos. Durante el Imperio romano las personas ocupaban el vidrio en las ventanas para aprovechar la luz solar y mantener el calor en las viviendas. Sin embargo, fue en el siglo xix cuando se desarrollaron los primeros sistemas de energía solar con fines prácticos, como el horno solar. A lo largo del siglo xx, la tecnología para aprovechar esta energía evolucionó con la invención de los paneles solares utilizados para transformarla en energía eléctrica y usarla en casas, comercios e industrias. Su uso es cada vez más recurrente e impulsado por la creciente preocupación acerca del cambio climático y la necesidad de reducir la dependencia de los combustibles fósiles.

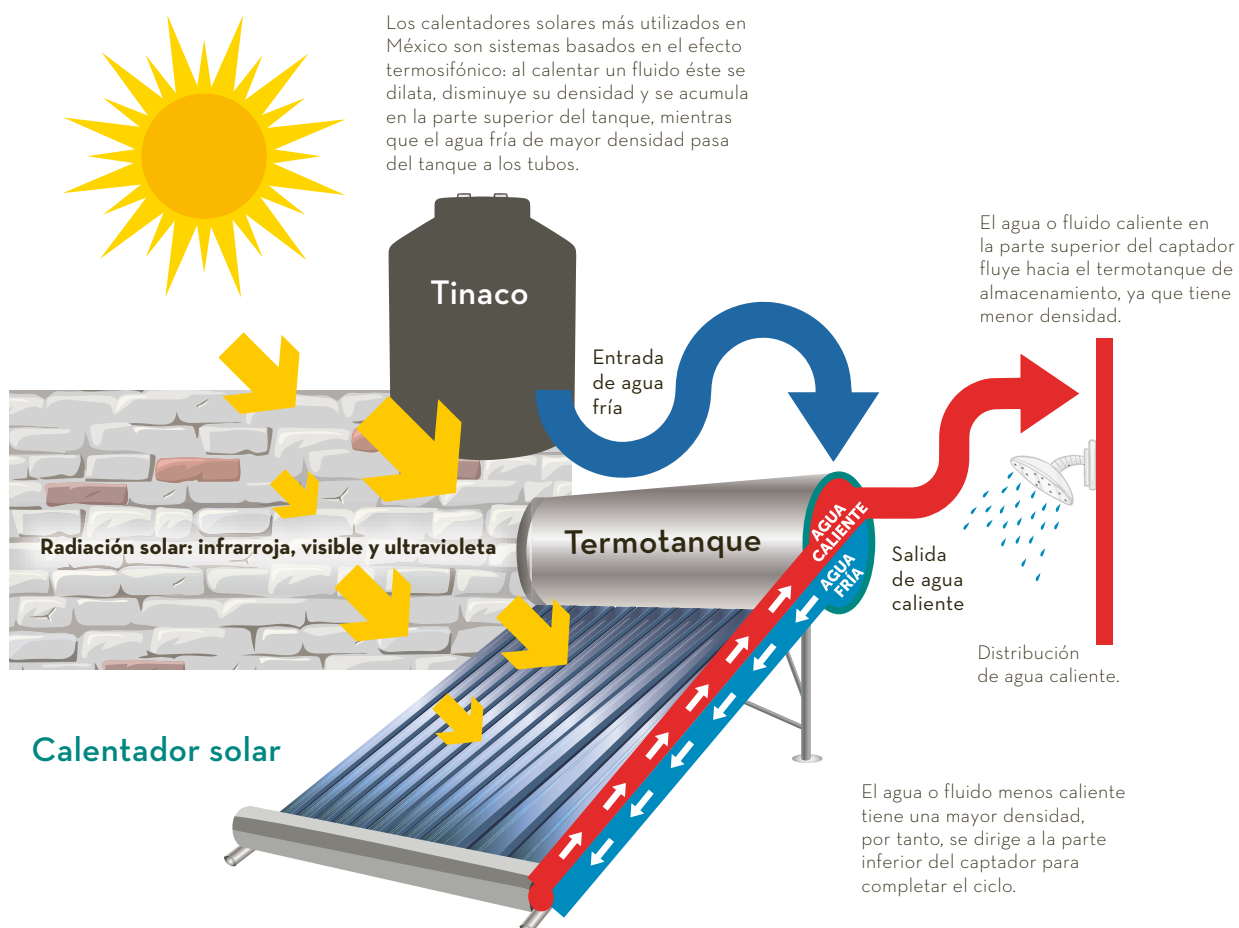


A continuación, se presentan algunos artefactos de la vida cotidiana que aprovechan las propiedades de la energía calorífica solar.

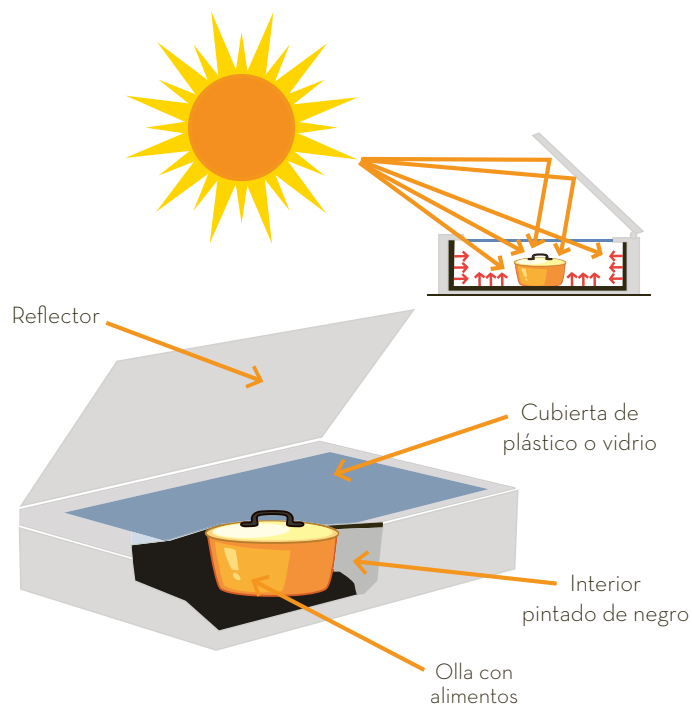
El calentador de agua utiliza la radiación solar colectándola en tubos que transfieren la energía calorífica hacia el agua que circula en su interior. Un calentador está montado en una base, generalmente inclinada, de tal forma que se expone la mayor parte de la superficie de los tubos a la luz solar durante el día. Este artefacto se conecta a un tanque de captación, de tal modo que el agua caliente pasa de los tubos al tanque por *convección natural*. Esto quiere decir que a medida que se calienta el líquido, disminuye su densidad y el agua caliente fluye rápidamente del colector hacia el tanque.

Los calentadores solares son una alternativa para evitar o disminuir el uso de gas y electricidad, con la finalidad de cuidar el medio ambiente. Existen calentadores comerciales, pero con el conocimiento de su funcionamiento es posible construir uno con materiales sencillos de conseguir.

Los calentadores solares más comunes en México incorporan sistemas basados en el efecto termosifónico, el cual consiste en calentar una sustancia, ésta se dilata, disminuye su densidad y fluye hacia arriba.



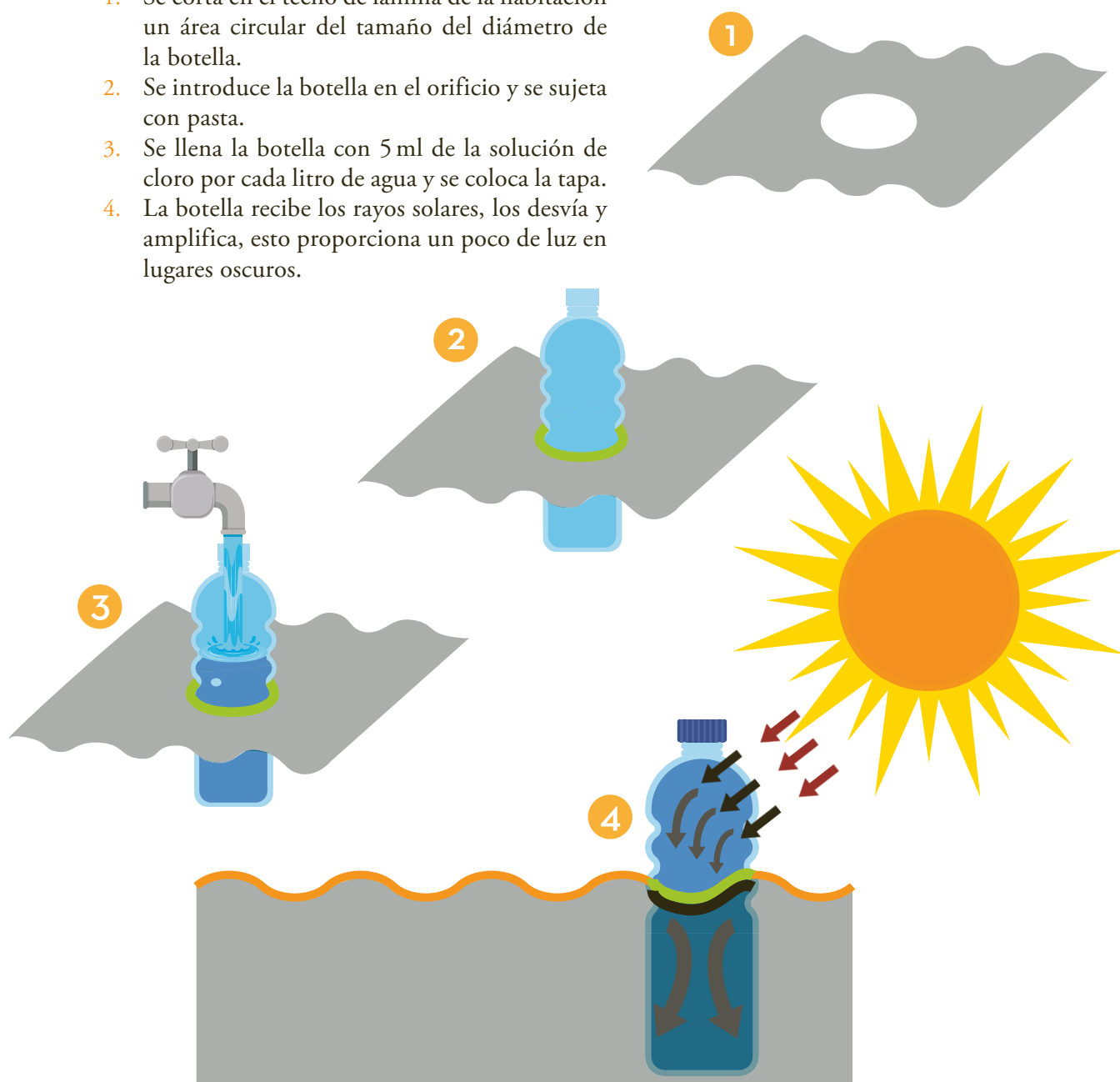
El horno solar utiliza la radiación del sol concentrándola en un espacio aislado, el cual alcanza altas temperaturas que sirven para cocinar alimentos. Es recomendable cambiar la posición del horno cada hora siguiendo el movimiento del astro. El horno consta de un contenedor o caja dentro de otra y un aislante de papel o cartón que se coloca entre ellas para evitar que el calor se escape. Dentro de la caja se pone la olla con los alimentos, se recubre con plástico o vidrio y se orientan hacia ella los rayos solares mediante la incorporación de reflectores en los costados de la caja. El horno solar no produce contaminación ni emisión alguna que dañe al planeta. Existen hornos comerciales y también se pueden fabricar con relativa facilidad.



La botella solar es otro dispositivo diseñado para aprovechar la luz del sol e iluminar áreas internas sin electricidad. Se elabora con una botella de vidrio llena con agua y solución a base de cloro para limpieza que se coloca en un lugar con acceso directo a la luz solar. La luz atraviesa el agua con la solución de cloro y se dispersa en el espacio, lo que proporciona una fuente de luz natural. Este dispositivo es útil, en especial, dentro de habitaciones con techo de lámina en zonas rurales o remotas donde no hay acceso a la electricidad, y también se puede utilizar como una alternativa sustentable a la iluminación eléctrica en algunas habitaciones urbanas. La botella solar es fácil de instalar y no requiere mantenimiento, por ello es una solución económica, accesible y sostenible para la iluminación.

Las imágenes muestran cómo se instala y funciona una botella solar:

1. Se corta en el techo de lámina de la habitación un área circular del tamaño del diámetro de la botella.
2. Se introduce la botella en el orificio y se sujeta con pasta.
3. Se llena la botella con 5 ml de la solución de cloro por cada litro de agua y se coloca la tapa.
4. La botella recibe los rayos solares, los desvía y amplifica, esto proporciona un poco de luz en lugares oscuros.



Un invernadero solar es una estructura que utiliza la energía del sol para mantener un ambiente cálido y húmedo, necesario en la producción de cultivos. Además, esta opción se usa en el secado de frutas y verduras para acelerar el proceso de deshidratación mediante la retención del calor. La instalación del invernadero solar debe tener un sistema de ventilación para regular tanto la temperatura como la humedad, y un sistema de seguimiento solar para asegurarse de que la luz entre de manera eficiente. Otro factor para tomar en cuenta en el diseño es que el invernadero debe tener una superficie plana para colocar las frutas y verduras a secar, y debe permitir una circulación adecuada de aire para evitar la formación de moho o la descomposición de los alimentos. El uso de un invernadero solar permite preservar los alimentos porque el proceso de secado es más rápido y eficiente que los métodos tradicionales. También es sustentable porque reduce la dependencia de la energía eléctrica.



El Sol es indispensable para la vida humana y cotidiana; su energía luminosa y calorífica se aprovecha con ayuda de numerosos aparatos, como calentadores y hornos. Los paneles fotovoltaicos que usan la energía solar y la convierten en energía eléctrica alimentan innumerables dispositivos y contribuyen así a un futuro de respeto hacia el medio ambiente.

La radiación solar que llega al planeta es usada y aprovechada con diferentes tecnologías en beneficio de la comunidad y del medio ambiente. Dichos avances y usos están regulados por instituciones que pretenden su aprovechamiento y un uso más eficiente de tal energía, al mismo tiempo que se mitiga el cambio climático.

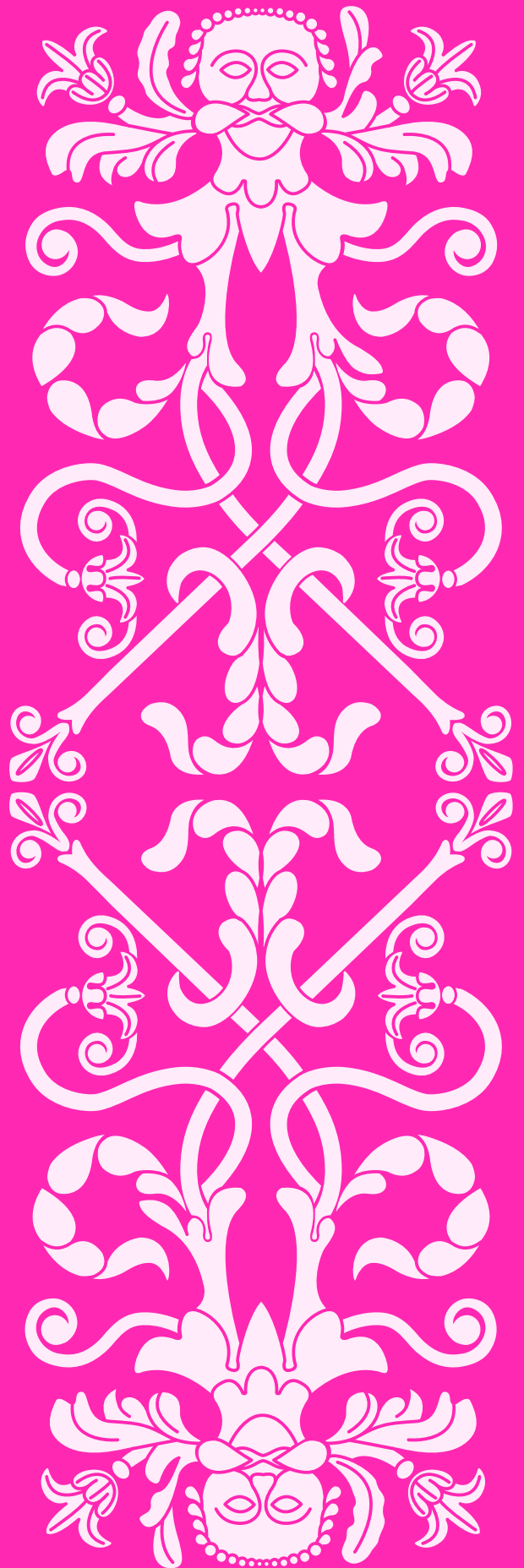




# Energía térmica

Si en un día nublado, en un salón de clases, se decide cerrar la puerta para que no entre el aire frío, los estudiantes notarán que poco a poco el frío disminuye. Al mediodía es muy probable que sientan calor y se tenga que abrir la puerta.

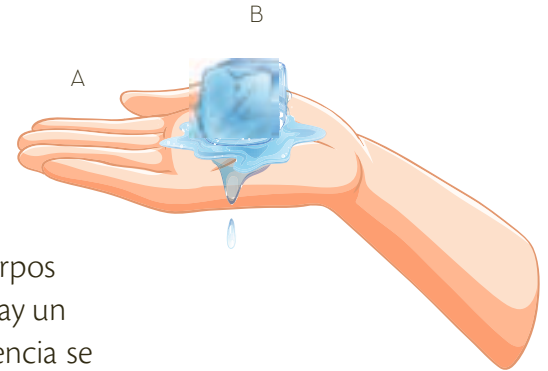
Frío y calor son expresiones que se utilizan de manera coloquial para denotar el aumento o disminución de la temperatura en el medio ambiente. Sin embargo, en física, estos términos tienen un significado diferente.



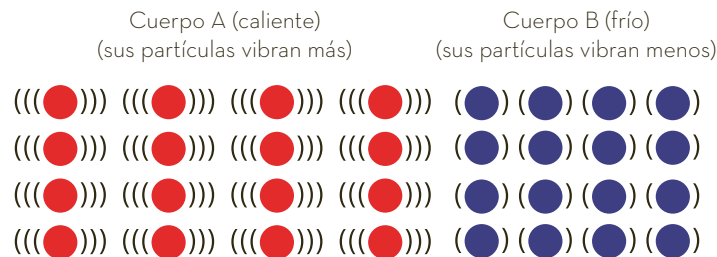
# Calor

Para comprender qué es el calor se puede observar el siguiente ejemplo: si se saca un hielo del congelador y se coloca sobre una mano, ésta comienza a enfriarse y el hielo a derretirse.

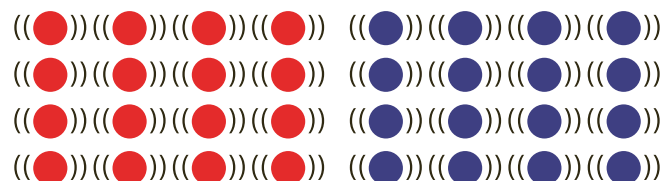
En el ejemplo anterior, hay una interacción entre dos cuerpos que están en contacto, el hielo y la mano, entre los cuales hay un proceso de transferencia de energía térmica. Esta transferencia se conoce como *calor*, y va del cuerpo “más caliente” a otro “más frío”. La mano se enfría porque transmite calor al hielo.



La transferencia de energía térmica (o calor) se puede explicar con el modelo de partículas. En la siguiente imagen, el cuerpo A (más caliente) es la mano, y el cuerpo B (más frío) es el hielo. Las partículas del cuerpo A tienen mucho movimiento y, por tanto, mayor energía cinética que las del cuerpo B.



Las partículas que vibran más golpean a las que vibran menos y hacen que su vibración aumente, por lo que aumenta su temperatura. En el mismo instante en que sucede esto, las partículas que vibran más pierden energía al chocar con las partículas que vibran menos, lo que ocasiona que disminuya su temperatura.



Otro ejemplo es cuando el cuerpo humano produce energía térmica que se percibe como calor que se transfiere al medio ambiente. Con la utilización de una chamarra, gorro, suéter o una bufanda en un lugar frío, la energía no puede transferirse fácilmente al medio ambiente, entonces se queda en el cuerpo y así se percibe una sensación acogedora.

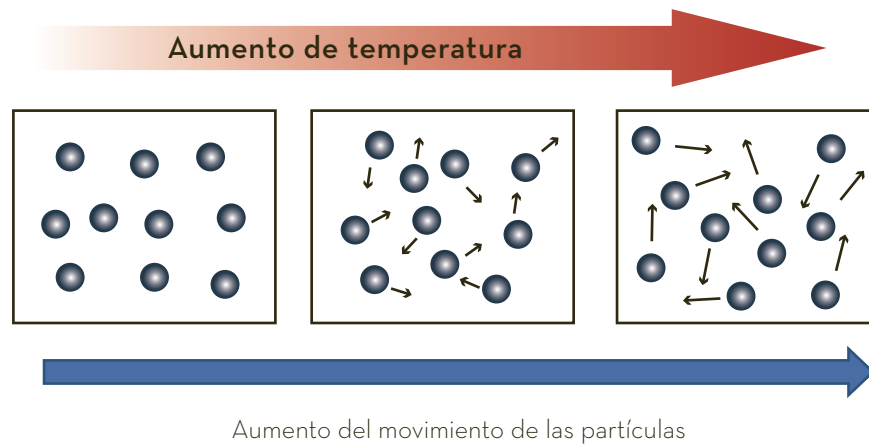
Pasa lo mismo cuando cierran las puertas de una habitación y eso impide que la energía se transfiera fuera de ella; en otras palabras, que el calor se vaya o disipe.

En conclusión, las prendas de vestir y la habitación no producen el calor, sólo dificultan que éste se transfiera de un medio a otro, en este caso, al medio ambiente.



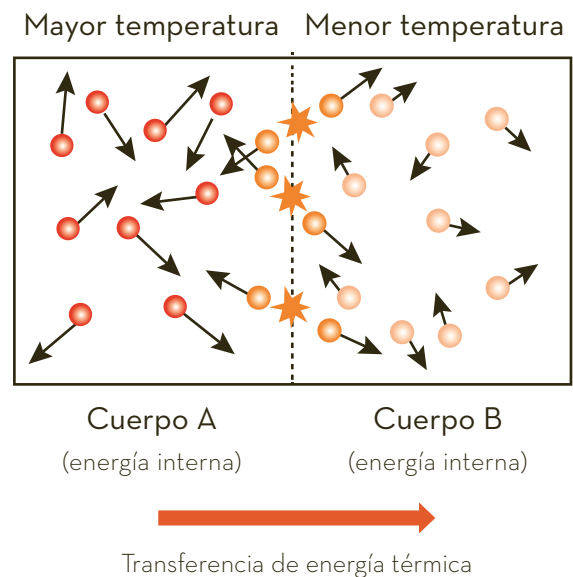
Una vez aclarado qué es el calor, se puede retomar el modelo de partículas para explicar su diferencia con la temperatura. Todos los cuerpos poseen partículas en movimiento, lo cual se debe a la energía cinética que tienen. La *temperatura* es el resultado de dicho movimiento y se define como el promedio de la energía cinética de todas las partículas de un cuerpo.

Un cuerpo con mayor temperatura tiene más energía cinética, en promedio, que un cuerpo con menor temperatura. Al aumentar la temperatura, aumenta el movimiento de sus partículas y, por tanto, su energía térmica, como se muestra en la siguiente imagen.



La energía térmica se transfiere de un cuerpo con mayor temperatura (más caliente) a otro con menor temperatura (más frío).

La transferencia de energía se mantiene hasta que las temperaturas de ambos cuerpos se igualan. Cuando esto sucede, se dice que ambos cuerpos se encuentran en equilibrio térmico.



El calor es la transferencia de energía de un cuerpo que tiene mayor temperatura a uno de menor temperatura hasta igualarlas para llegar a un equilibrio térmico. La temperatura es el promedio de la energía cinética de las partículas de un cuerpo.

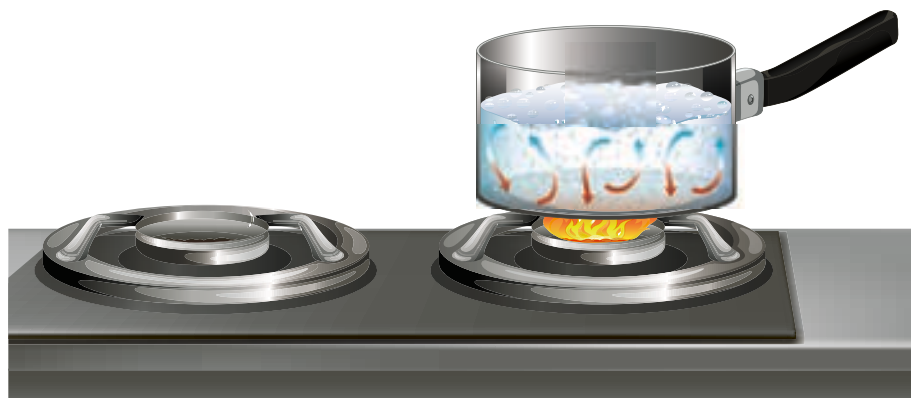
## Formas de transferencia de calor

La energía térmica se transfiere mediante la interacción entre dos cuerpos, o bien de un sistema al medio ambiente que le rodea. A continuación, se analizan tres maneras de cómo se llevan a cabo esas transferencias: conducción, convección y radiación.

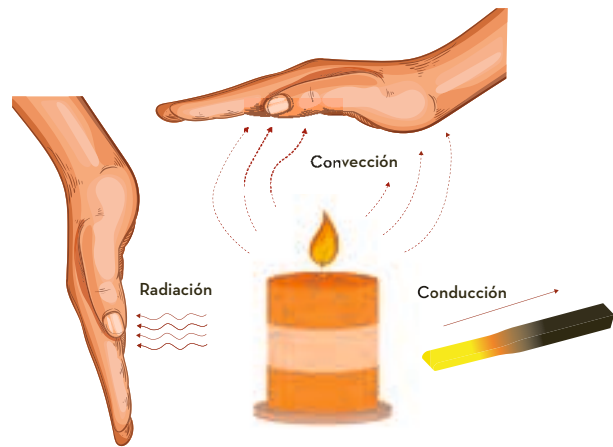
La transmisión de calor por *conducción* se lleva a cabo cuando existe contacto entre dos objetos que están a diferente temperatura. Por ejemplo, cuando se cocina carne en un sartén. Por lo general, el sartén está a una temperatura mucho mayor que la carne, por lo que, al entrar ambos cuerpos en contacto, hay una transferencia térmica entre ambos.



La transmisión de calor por *convección* ocurre cuando un fluido entra en contacto con un objeto de mayor temperatura, el cual cede calor al de menor temperatura mediante el movimiento de sus partículas. Por ejemplo, cuando se calienta agua en un recipiente. Al aumentar la temperatura en la base del recipiente, el agua que está en contacto con ella también aumenta y, al hacerlo, se eleva, desplaza el agua fría de la superficie hacia abajo y genera una corriente circular o de convección.



En otro ejemplo, si se enciende una vela o una fogata y se acerca una mano a la flama, por un lado se percibe poco calor, pero si se coloca encima de la llama directamente, se sentirá un calor excesivo, esto se debe a que el calor va hacia arriba debido a la convección del aire.



Por último, la transmisión de calor por *radiación* se lleva a cabo sin que haya contacto entre dos cuerpos, es decir, se transmite incluso en el vacío; se produce debido a la radiación generada por un cuerpo y absorbido por otro.



Cuando los rayos del sol viajan y chocan contra un objeto, una parte de esta radiación se absorbe y otra parte se refleja, por lo que su entorno se calienta. La ropa negra absorbe más energía porque no refleja los rayos, y se calienta más que la ropa blanca debido a que esta última refleja más energía de la que absorbe.

El calor se transmite de un objeto a otro por tres maneras diferentes: conducción, convección y radiación. La transferencia de calor por el contacto directo de los objetos con diferentes temperaturas se llama *conducción*. La *convección* se refiere a transferencia de calor por movimiento de un fluido, que se desplaza de abajo (mayor temperatura) hacia arriba (menor temperatura). La *radiación* se refiere al calor transferido entre el objeto que la irradia hacia el que la absorbe; éstos no necesitan estar en contacto para que la energía fluya.



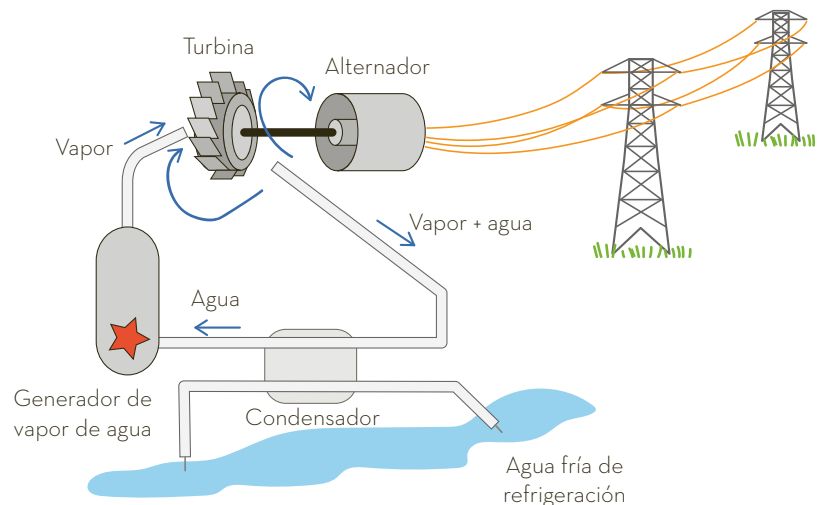
# Máquinas térmicas

Los medios de transporte han evolucionado desde las viejas locomotoras de vapor hasta los modernos automóviles que funcionan con motores de combustión interna. Las locomotoras de vapor convierten la energía calorífica en energía de movimiento.



El ser humano ha construido diferentes dispositivos llamados *máquinas térmicas*. Estas máquinas transforman el calor en trabajo mecánico. Para lograrlo, requieren energía en forma de calor, un sistema de alta temperatura, y parte de ella la transforman en trabajo mecánico con el cual mueven ciertos objetos, por ejemplo, un automóvil, el cual adquiere movimiento gracias a su motor de combustión interna.

A continuación se verá un sistema térmico formado por varios dispositivos y sustancias, como turbina, alternador, agua, vapor de agua, generador de vapor y condensador de agua o refrigeración:

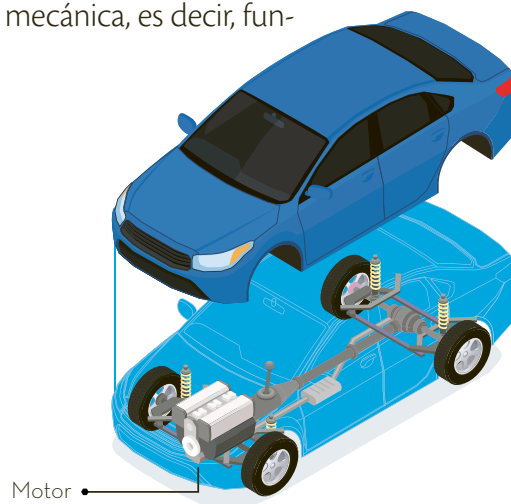


Una máquina térmica es cualquier dispositivo que convierte energía calorífica en energía mecánica (de movimiento), pero hay que tomar en cuenta que una parte del calor suministrado a la máquina se perderá en el ambiente.

# Motor de combustión interna

La mayoría de los automóviles que circulan por las calles se mueven gracias a la energía proveniente de los combustibles, como la gasolina y el diésel; el motor que tienen es una máquina que transforma la energía química de la gasolina en energía térmica que, a su vez, se transforma en energía mecánica, es decir, funcionan con un motor de combustión interna.

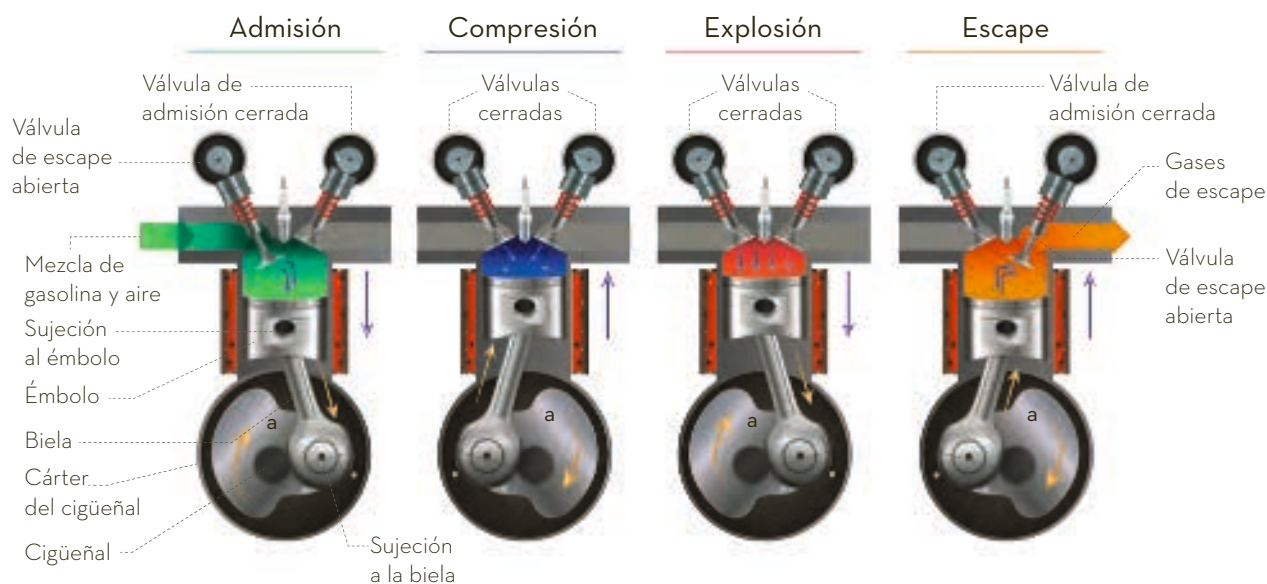
Un motor de combustión interna transforma la energía química de un combustible en energía térmica o calorífica que se transforma en energía mecánica de movimiento. La mayoría de los automóviles con motor de gasolina utilizan un ciclo de cuatro tiempos. Este ciclo teórico se denomina *ciclo de Otto*, en honor al ingeniero alemán Nikolaus Otto (1832-1891), quien construyó uno de los primeros motores de gasolina exitosos.



El ciclo comienza al momento en que se mueve el pistón, el cual provoca que la válvula de entrada se abra y deje pasar una mezcla de aire con combustible; éste es el primer tiempo (*de admisión*). Cuando el pistón se mueve hacia arriba, comprime la mezcla de aire con combustible, éste es el segundo tiempo (*de compresión*).

Después, la bujía prende una chispa y provoca una explosión del combustible en el émbolo, éste es el tercer tiempo (*de explosión*), lo que empuja al pistón hacia abajo. Cuando éste llega a la parte baja, la válvula de escape se abre, dejando salir gases.

## Motor de cuatro tiempos





El rendimiento o eficiencia de estas máquinas oscila entre 20% y 25% de la energía suministrada, lo cual implica que por lo menos 75% de la energía se desperdicia y se va a la atmósfera, aumentando la temperatura global de la Tierra y contaminando el ambiente.



El motor de combustión interna es una máquina térmica que transforma la energía química que arde dentro de una cámara en energía térmica y después en energía mecánica para mover un auto. Sin embargo, tal ciclo también tiene sus desventajas por las emisiones a la atmósfera de gases contaminantes que ocasionan un aumento de la temperatura del planeta.

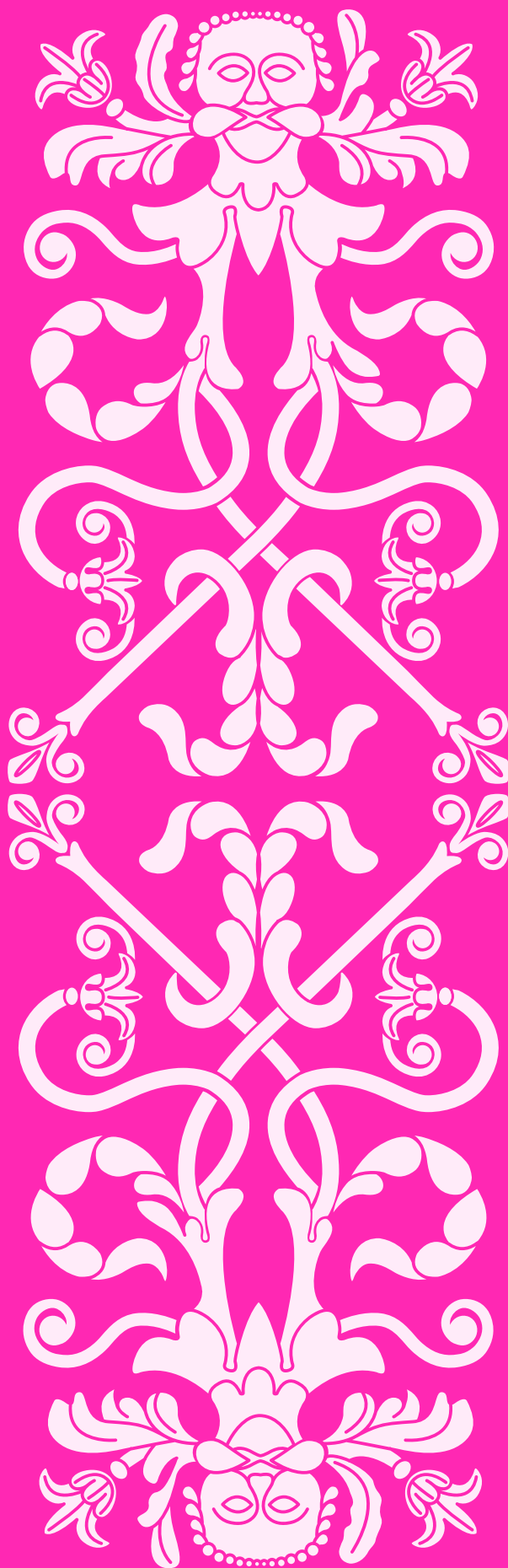


El calor es una forma de energía que se transfiere de un objeto a otro debido a una diferencia de temperatura, la cual se lleva a cabo de un objeto de mayor temperatura a uno de menor temperatura. El calor se transfiere de tres formas diferentes: conducción, convección y radiación. Dicha transferencia se encuentra en máquinas que convierten la energía química en energía térmica y ésta, en energía mecánica; por ejemplo, el motor de cuatro tiempos de un automóvil, donde una parte pequeña del calor suministrado se convierte en trabajo útil y del cual se dice que tiene una eficiencia baja, pues la mayor parte del calor suministrado, producto de la combustión, se disipa en la atmósfera, lo que provoca el calentamiento global y genera gases contaminantes.



# Equilibrio

Desde el punto de vista de la física, el equilibrio mecánico es un estado en el que las fuerzas que actúan sobre un objeto, al sumarlas, dan como resultado cero, por lo que un cuerpo que está en equilibrio mecánico se encuentra en estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme. El estudio del equilibrio mecánico es fundamental para entender cómo funcionan las máquinas y los sistemas mecánicos en general, y es sumamente importante en la construcción de edificaciones.

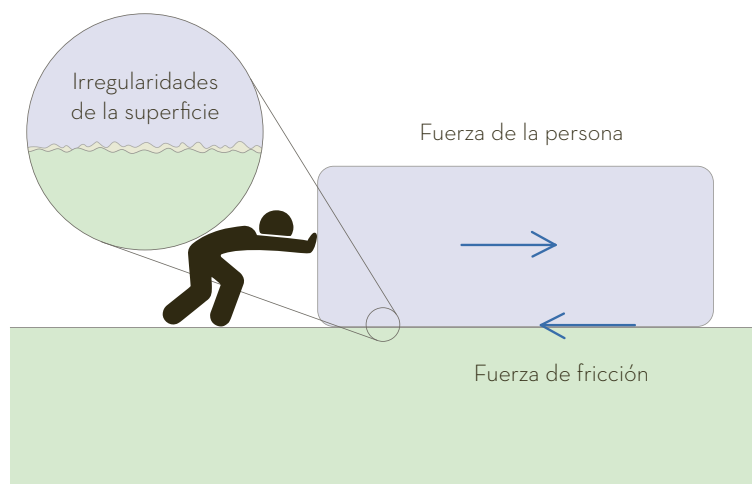


# Fuerza de fricción

La fricción es una fuerza presente en la vida cotidiana. Permite caminar, sujetar objetos y realizar muchas otras tareas. Cuando las ruedas de una bicicleta están en contacto con el suelo, la fricción hace que rueden y se desplacen, si se intentara hacer lo mismo en una pista de hielo, las ruedas se resbalarían y no avanzarían, ya que la fuerza de fricción en el hielo es prácticamente nula. Otro ejemplo similar son los pies contra el suelo, en la planta de los pies se ejerce la fuerza de fricción del suelo, esa fuerza es la que permite desplazarse al caminar.



La fricción es una fuerza que genera oposición al movimiento de dos objetos que tienen contacto. Las irregularidades en las superficies de los objetos y las interacciones moleculares entre ellos causan la fuerza de fricción.



La fricción puede ser estática o cinética. La estática es la fuerza que se opone al movimiento inicial de los objetos, mientras que la cinética es la fuerza que se opone al movimiento continuo de los objetos una vez que ya están en movimiento.



La fricción estática es una fuerza mayor a la cinética, esto se corrobora al empujar algo pesado, pues se necesita más fuerza para que el objeto comience a moverse. La fuerza de fricción juega un papel importante en el equilibrio mecánico de un cuerpo o en el de un sistema de cuerpos, ya que a menudo ayuda a mantener la estabilidad y previene el movimiento no deseado. Por ejemplo, al caminar sin la fricción sería complicado mantener el equilibrio. Además, la fricción también ayuda a reducir la velocidad de los objetos en movimiento, lo que es especialmente útil en aplicaciones como los frenos de los vehículos y los sistemas de amortiguación. Puesto que la fuerza de fricción se opone al movimiento, se debe restar la fricción al realizar los cálculos de la fuerza resultante.

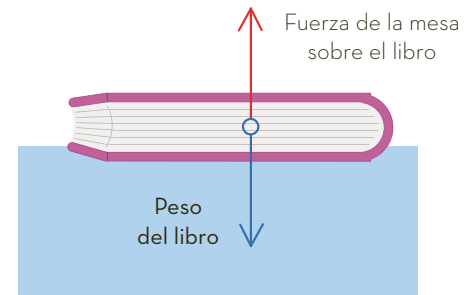


La fricción es una fuerza compleja que tiene un impacto significativo en el equilibrio mecánico y en el movimiento de los cuerpos. Su comprensión y control son esenciales en una variedad de situaciones, por ejemplo, al caminar o sujetar objetos con las manos.



# Fuerzas en equilibrio

Diariamente se ven objetos que tienen equilibrio mecánico, también conocido como *equilibrio de fuerzas*, y un ejemplo es el de un libro sobre una mesa. En principio, su propio peso actúa sobre él, pero también la fuerza de la mesa, al estar en contacto con éste. De esta forma, el peso se anula con la fuerza de contacto, lo que provoca un equilibrio de fuerzas, y el resultado es que el libro no se mueve.



Un cuerpo o sistema de cuerpos puede tener dos tipos de equilibrio: estático y dinámico. El *equilibrio estático* se refiere a que un cuerpo o sistema de cuerpos no experimenta cambios en su posición o velocidad, es decir, se encuentra en reposo. Por otro lado, el *equilibrio dinámico* se refiere a que un cuerpo o sistema de cuerpos se mueve con un movimiento rectilíneo uniforme, en otras palabras, tiene una velocidad constante. Es importante considerar, en ambos casos, que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo o sistema se anulan unas a otras, es decir, su suma es igual a cero.

Un ejemplo más complejo sobre fuerzas en equilibrio está en las ejercidas sobre un puente colgante. Cuando una persona camina sobre él, los cables o cuerdas se tensan de tal forma que las fuerzas de tensión se distribuyen y anulan el peso de la persona dándole estabilidad, pero para poder pasar de un lado a otro, si alguna cuerda se rompe, el puente dejará de ser estable y la persona podría caerse.

En la imagen se observa que cada cable en el puente está equilibrado al actuar fuerzas de tensión en la misma dirección y magnitud, pero en sentido contrario.

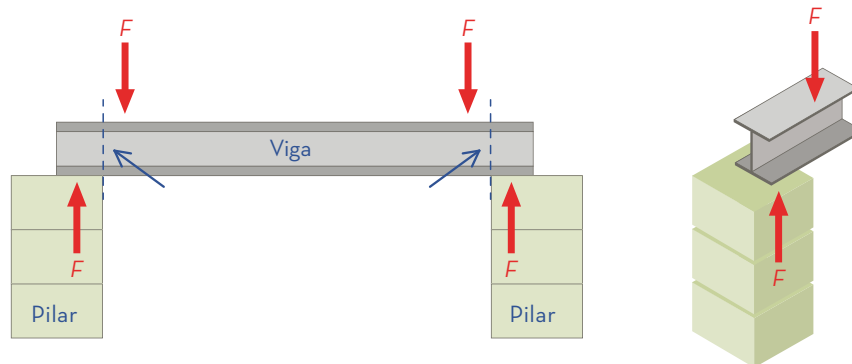


También existen fuerzas en equilibrio en la estructura de una edificación, donde el peso de cada material es neutralizado por la tensión y compresión. Así, las columnas inferiores neutralizan el peso de los techos, de los muros y de las columnas de los pisos más altos; mientras que el acero interno redistribuye el peso, y con la tensión que hay en él se logra neutralizar la estructura.

En caso de que un elemento se rompa, el equilibrio de fuerzas cambia y puede ocurrir el derrumbe total de la estructura.



Observa en el esquema la representación de las fuerzas de compresión que se equilibran.



El equilibrio de fuerzas está presente en diferentes situaciones, y en la vida diaria es esencial para realizar actividades cotidianas, como caminar, correr y mantener el equilibrio. También lo es en la construcción, en el diseño de estructuras seguras y estables, como puentes y edificaciones.

La fuerza de fricción actúa sobre un objeto, y lo hace como una fuerza que ayuda a mantener el equilibrio o como una fuerza resistiva que se opone al movimiento: en particular, la fuerza de fricción es esencial para la estabilidad de los objetos en reposo, pues ayuda a evitar que se deslicen o se resbalen. Además, ésta también juega un papel importante en la dinámica de los objetos, pues se opone al movimiento y, como consecuencia, afecta la velocidad y la aceleración del objeto. Sin embargo, en algunas situaciones es deseable minimizar la fricción, por ejemplo, en los vehículos, para reducir el consumo de combustible, o en las máquinas para incrementar su eficiencia. Por tanto, es importante comprender cómo dicha fuerza afecta el equilibrio y el movimiento de los objetos para poder controlarla y manejarla de manera eficaz.





## Equilibrio térmico

Cuando el ser humano comenzó a manipular el fuego, se dio cuenta de su potencial para cocinar alimentos, mantener el calor dentro de su hogar y repeler a los animales peligrosos. Con el tiempo, aprendió a utilizarlo de manera efectiva en su vida cotidiana. Lo anterior permitió evolucionar y desarrollar nuevas tecnologías, como la metalurgia, la cerámica y la agricultura, lo que finalmente le llevó a crear civilizaciones complejas y avanzadas.

Fue hasta finales del siglo XVIII cuando se construyeron máquinas de vapor para facilitar trabajos mecánicos, como el telar, la hiladora y la automatización de otras labores en fábricas. Con la invención de la máquina de vapor, la Revolución Industrial se desencadenó y cambió la forma de producción y de vida. Este hito (acontecimiento puntual y significativo) permitió una mayor producción de bienes, lo que a su vez impulsó la economía global y el crecimiento demográfico, cambiando el mundo para siempre.

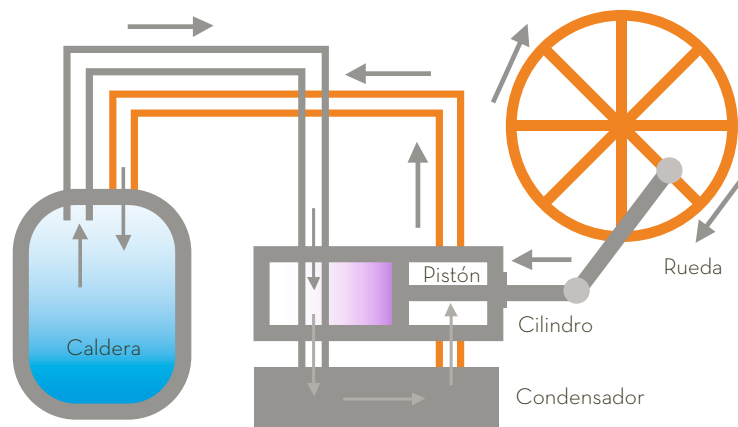


# Equilibrio térmico y temperatura

Con la invención de la máquina de vapor, las personas comenzaron a conocer más acerca de su funcionamiento, lo que les permitió facilitar ciertos trabajos mecánicos utilizando la temperatura para producir vapor en una concentración adecuada. Este vapor era capaz de mover el pistón de un motor.



En una máquina de vapor hay una caldera para colocar el carbón. La combustión del carbón genera calor en la caldera, que a su vez calienta el agua y produce vapor. Este vapor asciende por las tuberías hasta empujar un pistón. Al moverse el pistón, activa los mecanismos que impulsan la rueda de transmisión. A lo largo del tiempo, la máquina de vapor experimentó diversas modificaciones para mejorar su eficiencia, lo cual permitió obtener más movimiento con menos carbón y, de esta manera, reducir los costos de producción.



Por otro lado, algunas personas dedicadas a la ingeniería y a la ciencia iniciaron una búsqueda para encontrar nuevas formas de combustión y energía, lo que llevó a la invención de motores más avanzados. Sin embargo, a pesar de los avances tecnológicos y de ingeniería, en ese momento no se comprendía completamente qué era la temperatura ni cómo medirla. Además, se solía pensar que el calor y la temperatura eran prácticamente lo mismo.

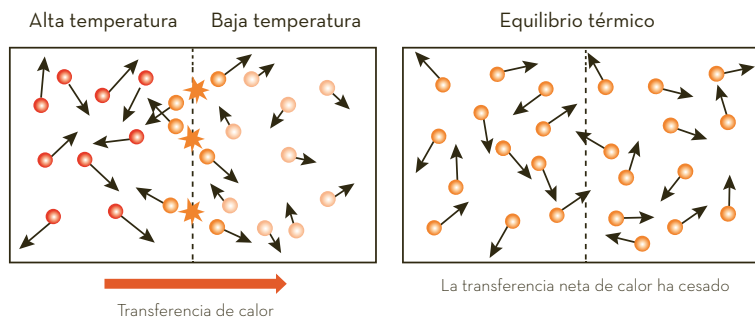
Con el paso de los años, personas de diferentes campos de la ciencia e ingeniería realizaron varios descubrimientos sobre la estructura de la materia. El modelo de partículas permitió comprender la diferencia entre calor y temperatura, conceptos que se revisarán más adelante.

Este modelo afirma que la materia que forma objetos como un lápiz, un vaso, e incluso sustancias como el agua, está constituida por partículas minúsculas (actualmente se sabe que esas pequeñas partículas son los átomos y las moléculas).

Con base en el modelo de partículas, cuando dos objetos entran en contacto, las partículas de uno de ellos comienzan a chocar debido a que nunca están en reposo. Si las partículas de un objeto se mueven más rápidamente que las del otro, al momento de unirse, chocarán. Después de un tiempo, las partículas de ambos objetos se moverán de manera muy similar.

Para comprender esto, es necesario entender que cuando las partículas se mueven generan energía en movimiento, es decir, energía cinética. Sin embargo, no todas las partículas tienen la misma cantidad de energía cinética.

Para medir la energía cinética promedio de las partículas de un cuerpo respecto a otro se utiliza la temperatura. De esta manera, cuando se ponen en contacto dos recipientes cuyas temperaturas son distintas, ocurrirá lo que se ejemplifica con el modelo de partículas hasta que ambos recipientes tengan la misma temperatura. Cuando igualan su temperatura se dice que alcanzan el equilibrio térmico.



En la imagen anterior, se observa que cuando dos cuerpos están en contacto y cada uno tiene diferente temperatura, se produce una transferencia de energía térmica (energía cinética) desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el de la menor.

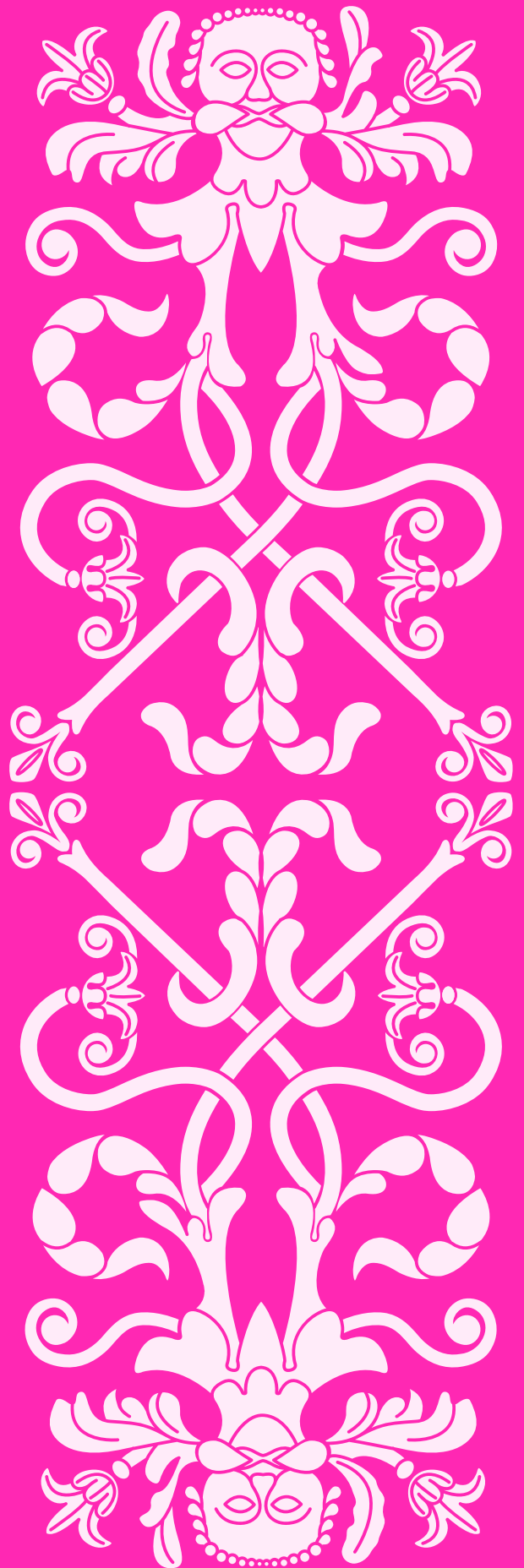
Con el modelo de partículas de la materia se puede explicar lo que ocurre con dos objetos que están en contacto y alcanzan el equilibrio térmico, es decir, igualan sus temperaturas.

El equilibrio térmico se refiere al proceso en el cual dos objetos que inicialmente tienen diferentes temperaturas entran en contacto y, a medida que pasa el tiempo, las partículas de ambos objetos intercambian energía cinética a través de choques hasta que alcanzan la misma temperatura. Esto ocurre debido a que las partículas siempre están en movimiento y la diferencia de energía cinética entre los objetos se nivelará hasta lograr el equilibrio térmico.



# Estructura de la materia

Una de las primeras definiciones de *materia* hace referencia a todo aquello que ocupa un lugar en el espacio, posee masa y volumen. En ese sentido, se puede decir que todo lo tangible está compuesto por materia en estado sólido, líquido, gaseoso o plasma. La materia, a su vez, está formada por pequeñas estructuras llamadas *átomos*.



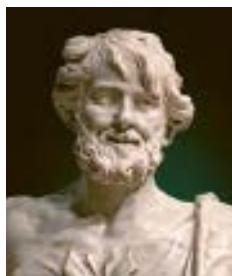


# Teorías sobre la estructura de la materia

A lo largo de la historia, han existido personas que se han preguntado acerca de la naturaleza de las cosas, ya sea por su afán de conocer, sobrevivir o por el placer innato de descubrir algo. Una de estas preguntas es: “¿De qué están compuestas las cosas?”. La respuesta parecería obvia: “de materia”; sin embargo, si todo está hecho de materia, ¿por qué hay materiales u objetos cuyas características físicas difieren bastante unas de otras?

Esto hace pensar en diferentes tipos de materia que conforman objetos con características diversas; por lo tanto, es necesario profundizar más para dar una respuesta más completa. Durante siglos, diversos pensadores e investigadores han intentado responder qué constituye las cosas. Gracias a estos esfuerzos, el avance tecnológico y científico ha dado pasos agigantados desde el siglo pasado.

La primera persona en definir el concepto de *átomo* fue el griego Demócrito, en el siglo v a. n. e.; él argumentó que los objetos estaban constituidos por pequeñas partículas rígidas a las cuales llamó *átomos*, que significa “no se puede dividir”. Demócrito tenía razón, aunque tuvieron que pasar cientos de años para que su aportación fuera reconocida.



Aristóteles (384-322 a. n. e.) negó la idea de Demócrito y afirmó que la materia estaba compuesta de cinco elementos: agua, tierra, fuego, aire y éter o quintaesencia.

En el siglo xvii, sir Isaac Newton (1643-1727) definió a la materia como una unidad sólida compuesta de partículas móviles, las cuales eran tan resistentes que no podían romperse en piezas más pequeñas.



Posteriormente, diversos científicos dedicados a la ciencia comenzaron a descubrir, a través de la experimentación, algunas propiedades indirectas de estas entidades llamadas átomos y a conocer un poco más su estructura interna.

Para principios del siglo xx, se puede apreciar una importante evolución en el estudio de las propiedades de la materia, a tal grado que los científicos se convencieron completamente, gracias a la evidencia experimental, de la existencia de los átomos.

# Antecedentes que dieron origen a los modelos atómicos

Las personas que estudiaron la estructura de la materia y encontraron evidencia acerca de la existencia del átomo propusieron modelos conforme a los hallazgos de sus experimentos. Los más representativos del siglo xix fueron John Dalton, seguido por Joseph John Thomson, luego por Ernest Rutherford y, posteriormente, Niels Bohr, quien propuso su modelo a principios del siglo xx.



Uno de los primeros en considerar que la materia se divide en pequeñas partículas indivisibles fue Demócrito, quien además acuñó el término de *átomo*. Sin embargo, fue hasta 1808 cuando el químico inglés John Dalton (1766-1844) retomó el concepto olvidado de los antiguos griegos y lo empleó para formular su propia teoría atómica, la cual consta de tres apartados, como se muestra en la imagen de la derecha.

Hoy en día se sabe que ninguno de los tres postulados de Dalton es completamente cierto, pero gracias a ellos fue posible ahondar en el desarrollo de teorías y modelos atómicos.

A continuación, se muestran los símbolos utilizados por Dalton para representar algunos de los elementos y algunos compuestos comunes.

**Teoría atómica**

**1808**

**JOHN DALTON**

- 1. LOS ELEMENTOS**

ESTÁN FORMADOS DE PARTÍCULAS INDIVISIBLES LLAMADAS ÁTOMOS.
- 2. LOS ÁTOMOS**

DE UN ELEMENTO SON IGUALES ENTRE SÍ Y TODOS POSEEN LAS MISMAS PROPIEDADES, ADemás DE QUE SON DIFERENTES A LOS ÁTOMOS DE OTRO MATERIAL PURO.
- 3. LA UNIÓN DE ÁTOMOS**

DE DIFERENTES TIPOS DA COMO RESULTADO UN COMPUESTO, POR EJEMPLO, EL AGUA QUE ESTÁ COMPUESTA POR ÁTOMOS DE OXÍGENO E HIDRÓGENO.

## Símbolos usados por Dalton para representar los elementos y compuestos



Joseph John Thomson (1856-1940) propuso su modelo atómico basado en observaciones y experimentos con un tubo de rayos catódicos, el cual usó en 1897 para estudiar la estructura de los átomos. Durante sus experimentos, Thomson descubrió que estos rayos eran partículas cargadas negativamente, lo cual sugería que los átomos también contenían cargas negativas. A partir de estos resultados, Thomson propuso su modelo atómico, conocido como el modelo de la esfera de J. J. Thomson, el cual postulaba que los átomos eran esferas macizas de material positivo donde se encontraban distribuidas las cargas negativas.



Ernest Rutherford (1871-1937) quiso analizar el interior del átomo y realizó un experimento para investigar la estructura de algunos de ellos. En ese momento, el modelo atómico más aceptado era la esfera de J. J. Thomson; sin embargo, había algunas dudas sobre su validez. Rutherford decidió utilizar en su experimento partículas alfa y una hoja delgada de oro; esto le permitió obtener una visión mucho más clara de la estructura atómica y sentar las bases para el desarrollo de su propio modelo.



El modelo atómico del físico danés Niels Bohr (1885-1962) se originó a partir del fenómeno de la emisión espectral. Bohr descubrió que los espectros de luz emitidos por los átomos eran muy distintos a los espectros producidos por la luz blanca, lo cual sugería que los átomos tenían estructuras únicas y definidas.

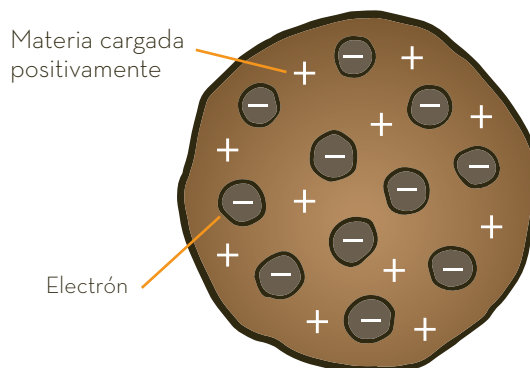
A partir de esta observación, Bohr propuso en 1913 su modelo atómico, el cual postulaba que los electrones orbitaban alrededor del núcleo atómico en ciertas órbitas específicas, y que la emisión y la absorción de luz estaban estrechamente relacionadas con estos estados orbitales. Este modelo revolucionó la comprensión de la estructura atómica y sentó las bases para el desarrollo de la teoría cuántica del átomo.

El estudio de dichas propiedades permitió el desarrollo de diferentes modelos atómicos, los cuales, eventualmente, derivarían en la estructuración de la física moderna.

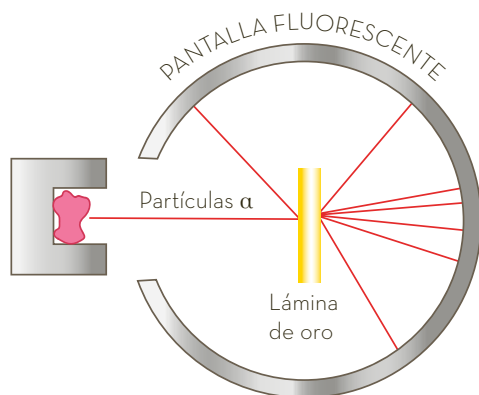
# Modelos atómicos y de partículas

El primer modelo atómico formal es el de Dalton, el cual consiste en una serie de esferas rígidas e indivisibles cuyas propiedades físicas están ligadas al elemento que conforman. Según este modelo, las propiedades de los átomos de cada elemento permanecerían iguales entre sí.

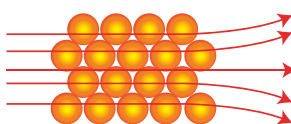
Después de Dalton, en 1897, J. J. Thomson realizó una serie de experimentos relacionados con las propiedades eléctricas de los átomos y demostró que, contrario a lo que se creía, dentro del átomo existen partículas aún más diminutas con carga negativa, las cuales denominó *electrones*. Este resultado llevó la propuesta de un modelo donde el átomo es una masa con carga positiva incrustada de electrones con cargas negativas. A este modelo se le conoció como “puñ de pasas”, como se muestra en el dibujo lateral.



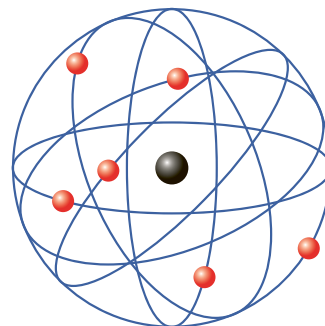
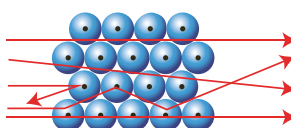
En 1911, Ernest Rutherford modificó la idea de que el átomo es una estructura rellena. A través de un experimento en el cual se bombardeó una lámina de oro con partículas alfa, Rutherford descubrió que el átomo tenía un núcleo formado por partículas con una masa muy similar a la del átomo, y que los electrones estaban girando a gran distancia alrededor de dicho núcleo. La lámina de oro experimentó un comportamiento inesperado al reflejar algunas partículas alfa, lo que llevó a la conclusión de que el átomo tenía un núcleo pequeño y denso en su centro.



Átomos de Thomson



Átomos de Rutherford



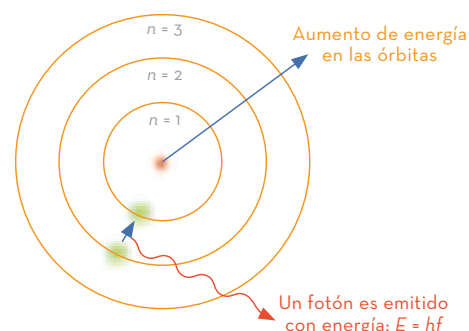
En 1913, Bohr retomó el trabajo de Newton sobre las propiedades de la luz visible, pensando en la relación entre los colores del espectro y las propiedades de los átomos. Un *espectro de emisión* es el conjunto de los colores visibles al descomponer determinada luz, como el arcoíris que se origina al descomponer la luz solar al pasar por un prisma.

En el siglo XIX, se descubrió que la luz emitida por los gases de elementos químicos producía un espectro de emisión extraño y discontinuo, donde sólo se observaban rayas.

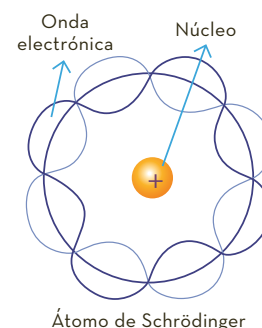
La imagen siguiente representa lo descrito anteriormente, en comparación con el espectro continuo.



Con estas evidencias, Bohr propuso un modelo atómico en el cual los electrones están confinados en órbitas correspondientes a diferentes niveles energéticos. Los electrones sólo pueden subir a otro nivel energético cuando reciben energía del exterior, por ejemplo, si reciben luz de una longitud de onda determinada; al no corresponder a su nivel energético de forma permanente, regresan a su nivel desprendiendo energía en forma de luz, como se muestra en la imagen lateral:



Gracias a los modelos atómicos de Thomson, Rutherford y Bohr se logró explicar el comportamiento de los átomos y las partículas que los componen (protones, electrones). Este conocimiento continúa en constante desarrollo; por ejemplo, actualmente se sabe que el electrón se comporta como una onda en su movimiento alrededor del núcleo (modelo de Heisenberg y Schrödinger) y que no es posible predecir su trayectoria exacta.



El estudio de la estructura de la materia permitió descubrimientos revolucionarios, gracias a los cuales hoy es viable analizar la composición de los diferentes elementos y sus propiedades. A diferencia de lo postulado en la Antigüedad, los átomos que conforman a la materia no son partículas indivisibles, a éstos los integran partes todavía más pequeñas. Las relaciones y propiedades de dichas partículas no sólo han permitido la creación de diferentes modelos atómicos, con el paso del tiempo también propiciaron la creación de nuevas disciplinas que conforman la llamada física moderna.



# Fenómenos meteorológicos extremos

Los fenómenos meteorológicos como la precipitación pluvial, el viento, los huracanes, los tornados, entre otros, se generan entre la atmósfera y la superficie de la Tierra con una ocurrencia relativamente regular. Sin embargo, algunos de estos eventos son considerados extremos, debido a que presentan condiciones por encima de lo habitual. Por ejemplo, la intensidad del movimiento del viento, la velocidad de un tornado o de un huracán, e incluso la cantidad de precipitación pluvial. Aunque son eventos naturales, la sociedad también influye en la generación de estos fenómenos meteorológicos extremos en el mundo.





## Causas de fenómenos meteorológicos extremos

La emisión excesiva de gases de efecto invernadero provoca un incremento en la temperatura de nuestro planeta, lo cual desencadena fenómenos meteorológicos extremos, tales como el derretimiento de los glaciares en los polos.

Los fenómenos meteorológicos son el resultado de la combinación de diversos elementos (temperatura, presión atmosférica, viento, humedad, nubosidad, insolación y precipitación pluvial) y factores del clima (latitud, altitud, circulación general atmosférica, superficie continental y oceánica) que se presentan tanto en la atmósfera como en la superficie continental y oceánica de la Tierra, como puede observarse en la imagen. Así, se producen fenómenos meteorológicos tales como huracanes, tornados, tormentas, olas de calor y frentes fríos, entre otros.





La combinación de los anteriores elementos y factores del clima permitieron que en lugares como el desierto de Lut, en Irán, en 2005, se registraran temperaturas de 70 °C. Como contraparte, en junio de 2018, en la Antártida Oriental, la temperatura marcó -100 °C. Uno de los sitios donde llueve más en el mundo es López de Micay, en Cauca, Colombia, que registra 13 100 mm/año. Como comparación y ejemplo de lo anterior, Tabasco es el estado que registró la mayor cantidad de precipitación en México; en los doce años del periodo 2010-2021 sumó un total de 28 797 mm, según indicó en 2022 la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat).

En la imagen se observa un pluviómetro, que permite medir la cantidad de precipitación.



El informe del programa europeo sobre el cambio climático Copernicus (C3S) refirió que el 2022 fue el quinto año más caluroso desde que se tiene registro, y se caracterizó por la aparición de ciertos fenómenos meteorológicos extremos como sequías e inundaciones.

Algunos de los efectos registrados en 2022 fueron los siguientes: inundaciones inusuales en Pakistán y China (Asia), precipitaciones intensas en Nigeria (África), en Gran Bretaña aumentó la temperatura, y en España, Francia y Portugal (Europa) se registraron sequías. Por su parte, en América Latina y el Caribe se experimentó el fenómeno de La Niña (enfriamiento de las aguas del océano Pacífico), por lo cual no se originaron los intensos huracanes de siempre, y en la Antártida se registró la mayor pérdida de hielo en los últimos 44 años.

Según los expertos, las causas de los fenómenos meteorológicos extremos son el calentamiento del planeta y el cambio climático como consecuencia de actividades humanas y, principalmente, las relacionadas con la emisión de gases de efecto invernadero que han provocado un aumento global de la temperatura media de la Tierra.

Una de las consecuencias de los fenómenos meteorológicos extremos para las comunidades es el aumento en la intensidad de los eventos y de los daños ocasionados, pues se corre el riesgo de que la infraestructura, las viviendas y otras construcciones no resistan el embate de la naturaleza. De esta forma, un huracán puede generar niveles de precipitación muy por encima del promedio, lo cual puede verse reflejado en que las inundaciones cubran una mayor superficie del terreno, como se observa en la siguiente imagen.



Para reducir los fenómenos meteorológicos extremos, tales como el calentamiento global o los cambios climáticos, se requiere que las sociedades en el mundo reduzcan las emisiones de CO<sub>2</sub> y otros gases de efecto invernadero. Adicionalmente, es necesario llevar a cabo medidas de mitigación y adaptación con base en la generación de información para realizar análisis de riesgos.

Los fenómenos meteorológicos extremos, como huracanes, tornados, tormentas, olas de calor y frentes fríos, son el resultado de la combinación de diferentes elementos y factores del clima en la atmósfera y la superficie terrestre. Estos fenómenos pueden variar ampliamente en diferentes lugares, con ejemplos extremos.

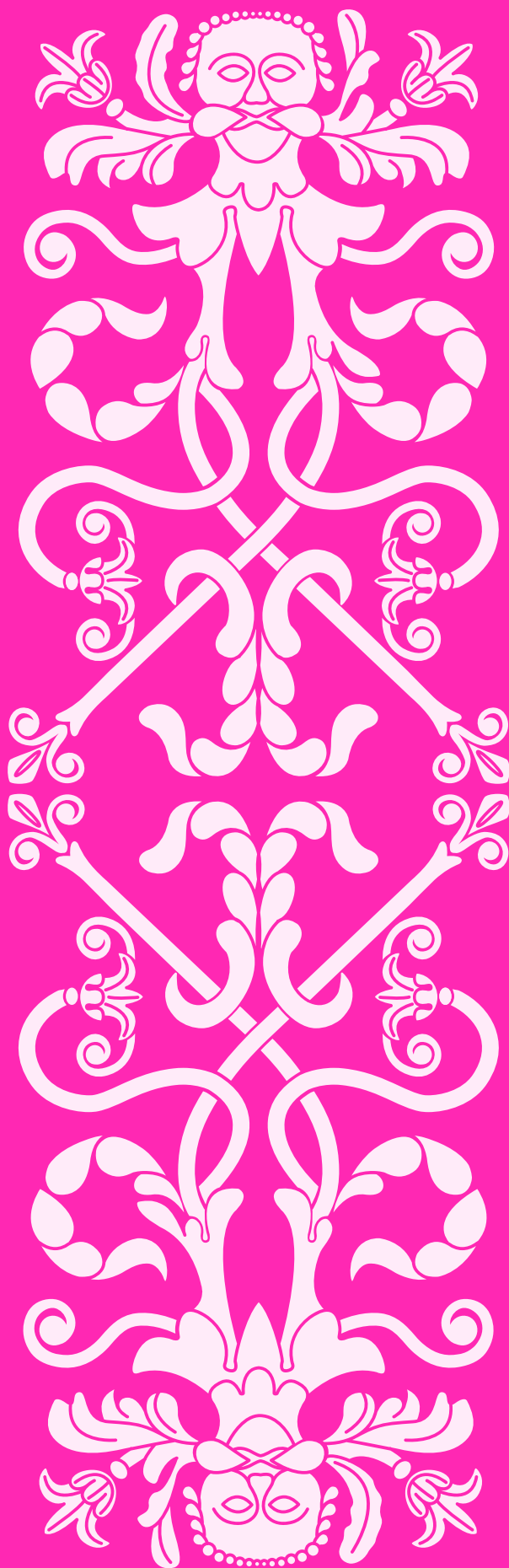
Para mitigar y adaptarse a estos fenómenos extremos, es necesario reducir las emisiones de CO<sub>2</sub> y otros gases de efecto invernadero, así como implementar medidas de mitigación y adaptación basadas en la generación de información y análisis de riesgos. Estas acciones son fundamentales para abordar el calentamiento global y los cambios climáticos en todo el mundo.



# Fuentes de energía

Gran parte de la energía utilizada en el mundo proviene de los hidrocarburos (petróleo y gas natural); al utilizarlos, se tiene como subproducto dióxido de carbono, dañino para el medio ambiente. Hay otras fuentes de energía, naturales e inagotables, que emiten pocos contaminantes. Dichas energías son eólica, solar, hidráulica, biogás, mareomotriz, geotérmica y nuclear; de esta última, existe un debate sobre si puede o no considerarse energía limpia, dado que, si bien podría ser una fuente de energía inagotable por sus grandes reservas de uranio-235, también genera residuos radioactivos.

México se encuentra entre los diez primeros países del mundo más atractivos y con mayor inversión en energías renovables. Según la Secretaría de Energía (Sener), se tiene proyectado un crecimiento, en los años venideros, de 128.86% respecto a la generación de energía que se tuvo en el 2014. Por otra parte, a nivel global, se han tomado acciones para acelerar la transición a la energía limpia, y líderes de todo el mundo se reúnen periódicamente para incrementar la inversión en energías renovables.



## Fuentes de energía no fósiles

La transición hacia el uso de energías renovables es saludable porque tendrá efectos positivos en el cuidado del medio ambiente; es decir, reducción de gases contaminantes, desaceleración del calentamiento global y mitigación del cambio climático. Sin embargo, para que tenga efecto, se necesitan fuentes renovables de energía, que son aquellas que no desaparecen al transformar su energía en “energía útil”, es decir, aquellas proporcionadas por la naturaleza, por ejemplo, el Sol, que emite una energía ilimitada y la cual se puede captar en paneles solares para transformarla en energía eléctrica y ser usada en donde se requiera.

Estas fuentes renovables de energía también reciben el nombre de *energías limpias* o *verdes*, debido a que no generan residuos contaminantes o, aun generándolos, son más eficientes que las fuentes no renovables. Pero también es cierto que requieren grandes extensiones de tierra para su instalación, lo cual provoca el desplazamiento de comunidades enteras, así como daños al entorno y a la fauna local.

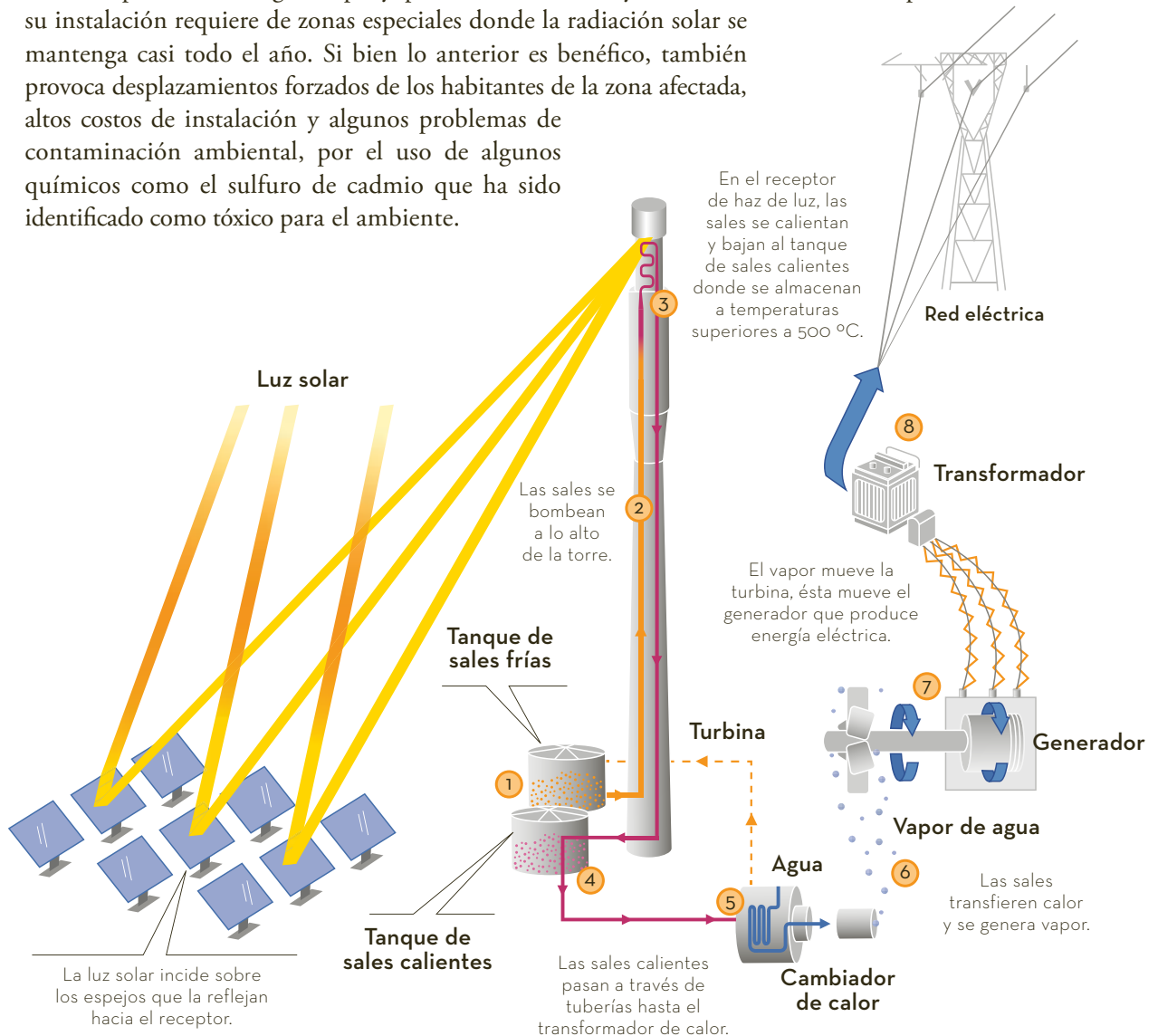


Las principales fuentes de energía renovable son:

- **Energía solar:** el Sol es nuestra principal fuente de energía y su producción se genera en grandes cantidades. La energía solar llega en forma de radiación y se usa en dispositivos como estufas, hornos, calentadores de agua, entre otros. Uno de los usos más destacados es la conversión de la energía solar en energía eléctrica mediante centrales solares térmicas y paneles fotovoltaicos.

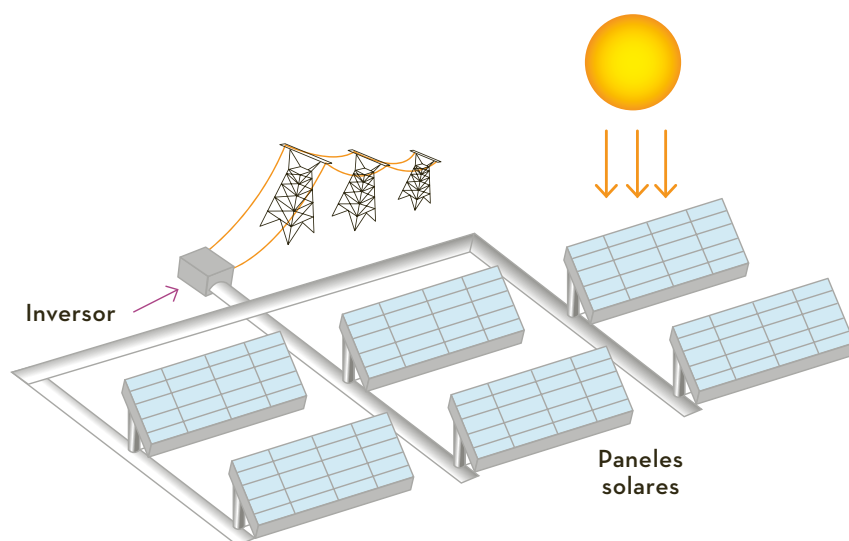


- **Centrales solares térmicas:** estas centrales eléctricas utilizan la radiación solar para hacer hervir agua y utilizar el vapor para mover turbinas que generan energía eléctrica. Este tipo de centrales producen energía limpia y, prácticamente, no hay desechos contaminantes, pero su instalación requiere de zonas especiales donde la radiación solar se mantenga casi todo el año. Si bien lo anterior es benéfico, también provoca desplazamientos forzados de los habitantes de la zona afectada, altos costos de instalación y algunos problemas de contaminación ambiental, por el uso de algunos químicos como el sulfuro de cadmio que ha sido identificado como tóxico para el ambiente.





- **Centrales fotovoltaicas:** los paneles fotovoltaicos, también llamados *celdas solares*, son materiales que emiten electrones cuando incide la luz sobre ellos y crean una corriente eléctrica. A este fenómeno se le llama *efecto fotoeléctrico*. La corriente eléctrica generada por los paneles fotovoltaicos puede consumirse en el acto o acumularse en un sistema de baterías; suelen colocarse sobre un artefacto mecánico que se orienta por el Sol y con la finalidad de que los rayos siempre incidan perpendicularmente en el panel.



En México, actualmente, hay nueve centrales de generación con energía solar fotovoltaica y se encuentran distribuidas en diferentes estados de la República Mexicana con alta incidencia de energía solar. Es energía con baja emisión de contaminantes, pero requiere grandes extensiones de tierra, por lo que en algunos sitios disminuye la tierra cultivable, desvía cauces de ríos y ocasiona el desplazamiento de comunidades hacia las ciudades.

- **Paneles solares:** existe en el mercado una gran variedad de estos dispositivos que se pueden instalar en los techos y las ventanas de las casas y son una solución para tener energía eléctrica limpia en muchos hogares, o en lugares alejados de las centrales eléctricas como refugios de montaña, sistemas de bombeo de agua de comunicaciones e instalaciones ganaderas, entre otros. Sin embargo, hay que considerar también que la fabricación de paneles solares implica emisiones nocivas al medio ambiente y a la salud, al extraer y procesar materia prima como el acero, silicio, cobre y aluminio para su elaboración. Por otra parte, si bien durante su funcionamiento no se genera contaminación directa, sí lo hace cuando dejan de funcionar, pues la falta de reciclaje ensombrece el saldo positivo en reducción de contaminantes.

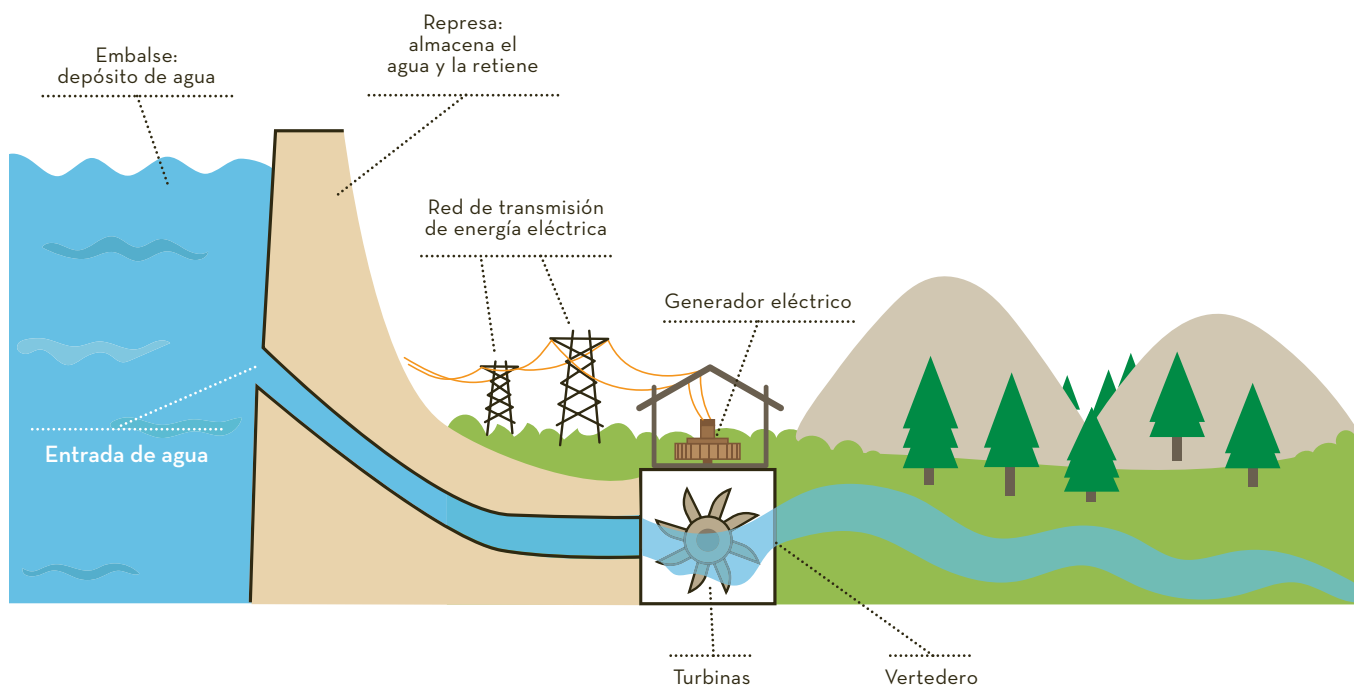
► **Energía eólica:** se obtiene mediante un aerogenerador, el cual requiere de una estructura de enormes dimensiones que aprovecha las corrientes de aire en la atmósfera terrestre con velocidades del viento de entre 5 m/s y 12 m/s para producir energía útil. Alcanza una capacidad de energía similar a la de 1000 kg de petróleo y sus turbinas tienen un ciclo de vida muy largo antes de ser retiradas para su desecho. En general, tiene efectos positivos en el cuidado del medio ambiente, porque durante su proceso no produce gases tóxicos, ni residuos sólidos. Sin embargo, los aerogeneradores, gigantescos, han ocasionado problemas a la fauna local. Estos dispositivos, al estar ubicados en zonas propensas a ser rutas migratorias o hábitats de aves, pueden causar colisiones fatales o lesiones significativas a las poblaciones de estos animales.

Los parques eólicos, conjunto de instalaciones eólicas, necesitan de ambientes que proporcionen vientos constantes y con velocidades altas, como es el caso del Istmo de Tehuantepec, en una región denominada La Ventosa, perteneciente a los estados de Oaxaca y Veracruz, donde las torres y sus hélices, de enormes dimensiones, fueron instaladas a menos de 1 km de las poblaciones aledañas. Si bien se genera energía útil y limpia, ello ha ocasionado que los habitantes cercanos a ellas abandonen la siembra de sus tierras, con el consecuente desplazamiento forzado de muchas familias. La siguiente imagen muestra la existencia de aerogeneradores en México (producción de energía en megawatts [MW]).



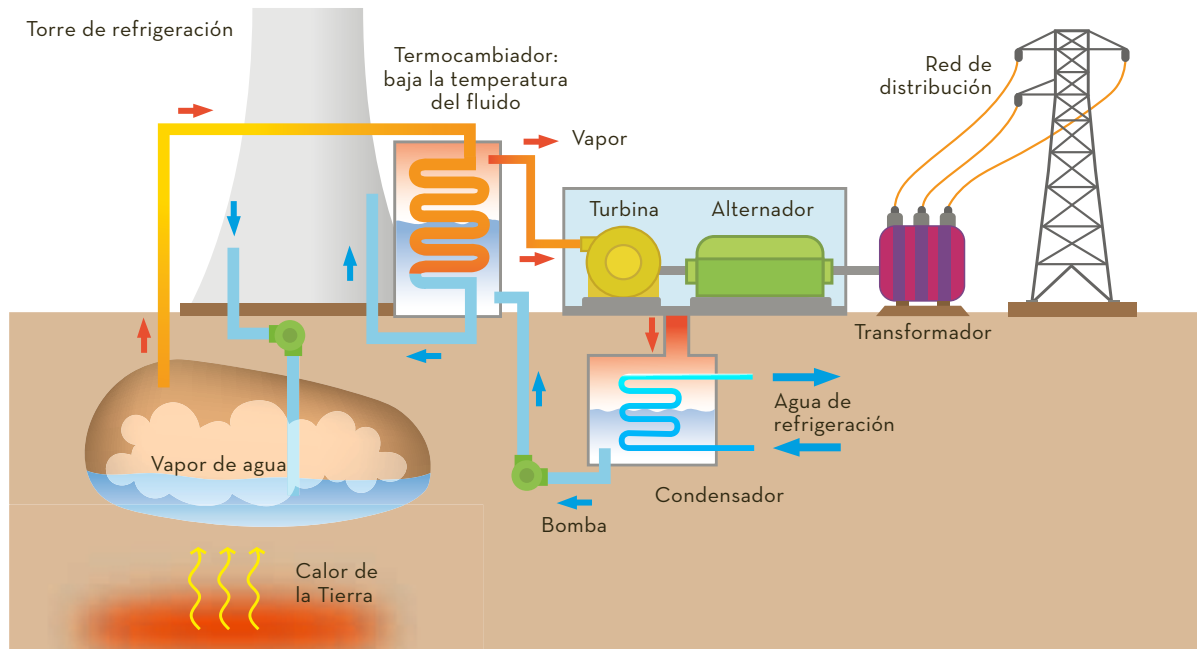


- **Energía hidráulica:** el agua y su ciclo es el origen de esta energía. Se utiliza la energía potencial del agua almacenada en una presa que, al caer, se transforma en energía cinética que mueve turbinas conectadas a generadores que producen energía eléctrica.

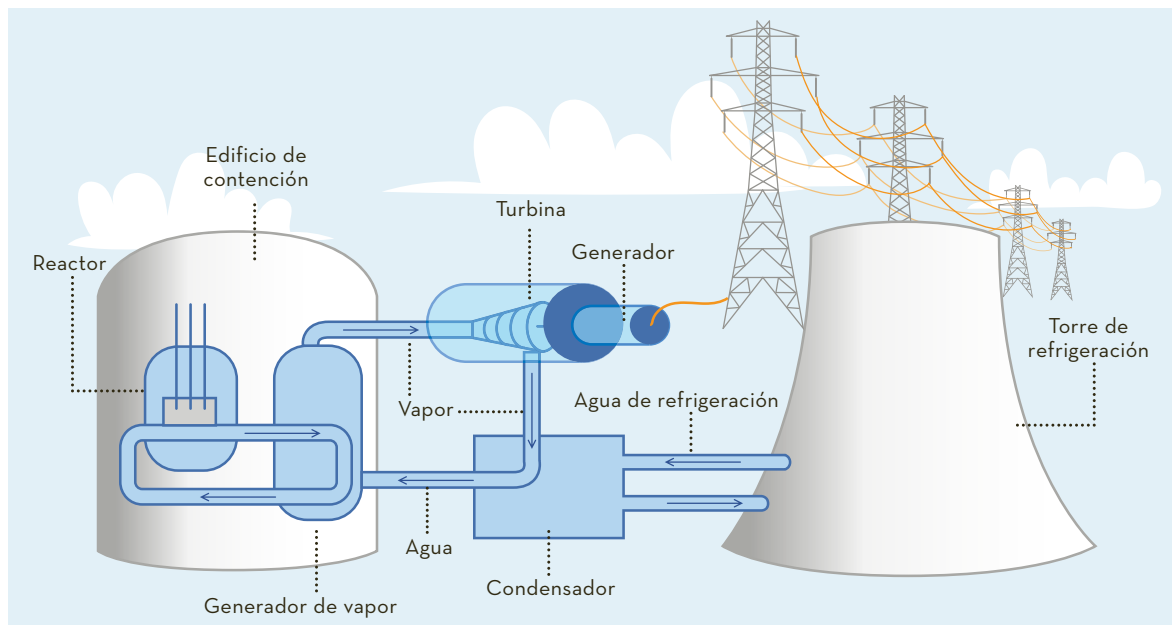


Este tipo de plantas generan energía limpia, porque no producen ningún tipo de contaminantes y su impacto ambiental es mínimo, lo cual se sabe cuando previamente se realizan los análisis necesarios y pertinentes de la zona de instalación. Aun así, los inconvenientes de su instalación no son pocos, pues deben estar cerca de un río para la construcción de presas, para almacenar y racionar el flujo de agua, y comunidades enteras y cercanas a estas construcciones sufren el desvío de ríos o inundaciones, por lo que sus habitantes tienden a migrar hacia otras ciudades. Las condiciones climatológicas serían otro inconveniente, pues si el flujo de agua del río comenzara a bajar, por sequías u otro fenómeno, la planta generadora no trabajará a toda su capacidad.

- **Energía geotérmica:** es la energía del interior de la Tierra que se transfiere, en forma de calor por conducción o convección, a los cuerpos de roca calientes o a reservorios volcánicos. Desde la Antigüedad se ha aprovechado en baños termales, donde el agua caliente proviene de rocas cuya temperatura es elevada al estar en contacto directo con la lava volcánica circundante. Existen otras fuentes llamadas *reservorios geotermales*, que en su interior contienen esencialmente vapor de agua a altas presiones y los cuales se utilizan para mover turbinas que generan energía eléctrica. Este tipo de plantas producen energía limpia, porque durante el proceso de su producción no emiten contaminantes al ambiente; sin embargo, el costo para su infraestructura es muy elevado, razón que limita su aprovechamiento. En México, su existencia aún es precaria, pero se proyecta intensamente su exploración, mientras que en otras partes del mundo ya se usa ampliamente.

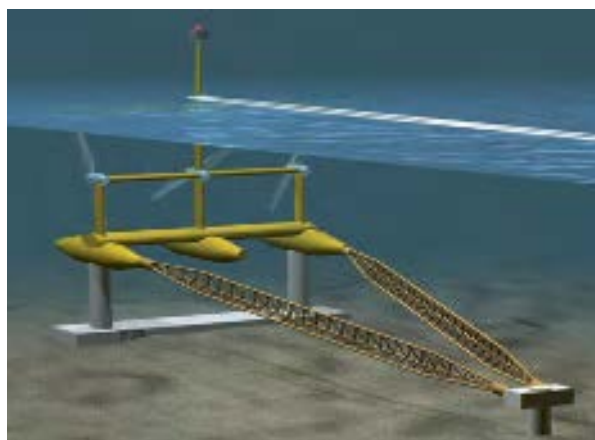


- **Energía nuclear:** las plantas generadoras de energía nuclear funcionan a través de la fisión nuclear, la cual consiste en la división de los átomos, lo que lleva a una diferencia de masa que se transforma en una gran cantidad de energía en forma de calor que hace hervir grandes cantidades de agua situada en enormes calderas y cuyo vapor producido hace girar las turbinas de motores que generan electricidad. El combustible principal de estas centrales es uranio-235 ( $^{235}\text{U}$ ) y plutonio-239 ( $^{239}\text{Pu}$ ), los cuales son materiales altamente radioactivos y dañinos para el ser humano.



Dichas centrales, con un buen manejo de administración y estándares de seguridad de alto nivel, no debieran ser un peligro para la sociedad. Sin embargo, a lo largo de la historia han ocurrido accidentes nucleares que han dañado grandes extensiones de terreno y de ciudades enteras. Por otra parte, los residuos nucleares, generados también durante el proceso, son peligrosos para la salud y el medio ambiente, ya que tardan cientos de años en degradarse y, aunque sean almacenados de manera segura, siempre serán una amenaza latente. La energía nuclear podría considerarse no renovable porque, si bien utiliza uranio y plutonio, estos elementos químicos también pudieran desaparecer con el tiempo, pero es poco lo que se consume en las plantas nucleares y su uso está garantizado durante miles de años.

México cuenta con la planta nuclear de Laguna Verde en Veracruz, la cual produce de 4.5% a 4.8% de la energía eléctrica total que se consume en el país. Después de 60 años de funcionamiento, el volumen de sus desechos radioactivos se puede comparar con el de una alberca olímpica, y, aunque están confinados en cajas blindadas y resistentes a la corrosión bajo tierra, seguirán siendo radioactivos durante miles de años y representan un peligro latente.



► **Energía mareomotriz:** en ella se utiliza la energía de las mareas o de las olas, en bahías y mares, para producir electricidad; es energía limpia y se produce a partir de los movimientos cíclicos de elevación y caída de las olas o de las mareas, pero aún falta estudiar y analizar las zonas de su instalación para minimizar posibles impactos ecológicos.

Las fuentes de energía renovables son aquellas que se obtienen de los recursos naturales inagotables, como la luz solar, el viento, la geotermia, las mareas, la nuclear y las caídas de agua. Estas fuentes son consideradas como limpias porque no emiten gases contaminantes como sí lo hacen los recursos no renovables, entre los que destaca el petróleo.

Las energías renovables representan un pilar fundamental para el futuro sostenible de nuestro planeta. Al aprovechar fuentes limpias e inagotables, como la energía solar, eólica, hidráulica y geotérmica, se puede reducir drásticamente la dependencia de los combustibles fósiles y mitigar el impacto negativo en el medio ambiente. Además de contribuir a la lucha contra el cambio climático, las energías renovables también ofrecen oportunidades de desarrollo económico, creando empleos, promoviendo la innovación tecnológica y fortaleciendo la seguridad energética a nivel local y global. Al fomentar la adopción y la inversión en estas fuentes limpias y sostenibles, se sientan las bases para un futuro más próspero, resiliente y respetuoso con la naturaleza.



# Fuentes no renovables de energía

Los medios de transporte que utilizan gasolina o diésel, y las industrias con calderas que requieren carbón o gas natural, consumen energías no renovables. Se llaman así porque su tasa de extracción o consumo es mayor que la de su renovación, por lo que se agotan con el tiempo. Su uso también tiene consecuencias negativas para el medio ambiente, porque se emite una gran cantidad de gases contaminantes a la atmósfera. Estos combustibles se obtienen del petróleo, del carbón y del gas natural.



- **El petróleo** se formó de los restos de animales y plantas marinas que murieron hace millones de años. El calor y la presión que ejercieron sobre ellos las capas de tierra, arena u otros materiales sólidos convirtieron los residuos orgánicos en aceite. El petróleo es una de las fuentes de energía más utilizadas a nivel mundial y de él se pueden obtener recursos para la generación de energía eléctrica y otro tipo de combustibles. También es el recurso base para producir diversos materiales como plásticos, telas sintéticas y medicamentos, entre muchos otros productos. Sin embargo, el uso de combustibles derivados del petróleo favorece la emisión de gases contaminantes que provocan el cambio climático.
- **El carbón**, por su parte, es una roca sedimentaria de color negro y una fuente de energía económica, porque existen millones de toneladas bajo tierra, pero, aunque sea la fuente más grande hasta el momento para generar electricidad en todo el mundo, es el más contaminante de los combustibles fósiles.
- **El gas natural** es un hidrocarburo que se encuentra en la naturaleza en reservas subterráneas como una mezcla de gases ligeros de origen natural, principalmente metano, con un gran poder de combustión; se usa en la generación de energía eléctrica, en vehículos y calefacción. El óxido de nitrógeno es el principal gas tóxico de la combustión del gas natural, pero, también éste produce pequeñas cantidades de azufre, mercurio y otras partículas contaminantes que aumentan el riesgo de sufrir enfermedades respiratorias, cardiovasculares y cáncer.

Las energías no renovables son aquellas que se agotan con el tiempo. Su uso daña el medio ambiente, ya que emiten una gran cantidad de gases contaminantes a la atmósfera. Estos combustibles se obtienen del petróleo, del carbón y del gas natural.

## Saberes, prácticas y artefactos para el aprovechamiento de las diversas fuentes renovables y no renovables de energía

La comprensión de los impactos ambientales y sociales de los diferentes tipos de energía, así como las políticas y regulaciones que las rigen, son fundamentales para el aprovechamiento responsable de las fuentes de energía y para la elección responsable de alternativas para los medios de transporte menos contaminantes, como autos híbridos, bicicletas u otros medios, o la reutilización de los residuos orgánicos de origen animal o vegetal.

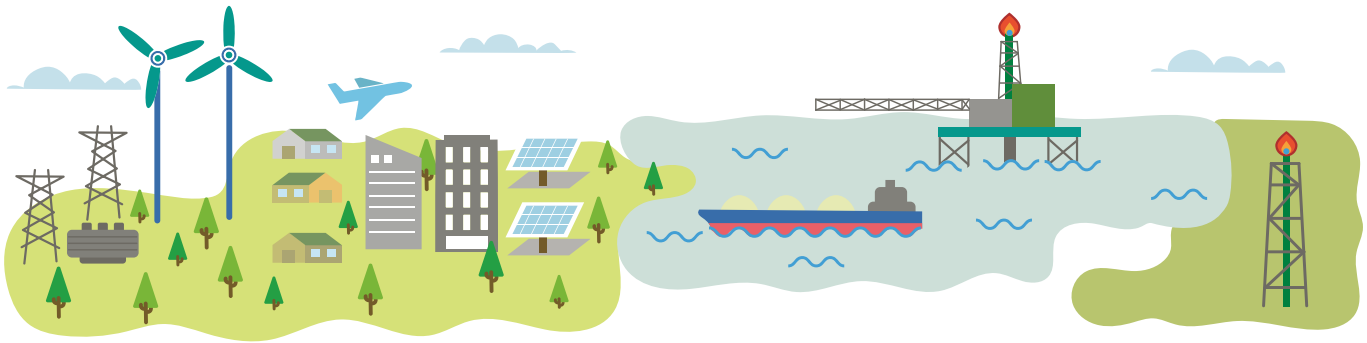


La Comisión Reguladora de Energía (CRE) es una dependencia pública con carácter regulador y de coordinación en materia de energía en México. Su función es la de promover el desarrollo y uso de energías renovables y no renovables y, para tal fin, ha desarrollado un marco regulatorio en materia de energía que estimula la inversión en nuevas tecnologías y garantiza el desarrollo del país.

En México, existen leyes, normas y reglamentos aplicables al uso y desarrollo de las energías renovables, entre los que se encuentran: la Ley para el Aprovechamiento Sustentable de la Energía, el Reglamento de la Ley para el Aprovechamiento de la Energía, la Ley para el Aprovechamiento de Energías Renovables y el Financiamiento de la Transición Energética y la Ley de Promoción y Desarrollo de los Bioenergéticos.

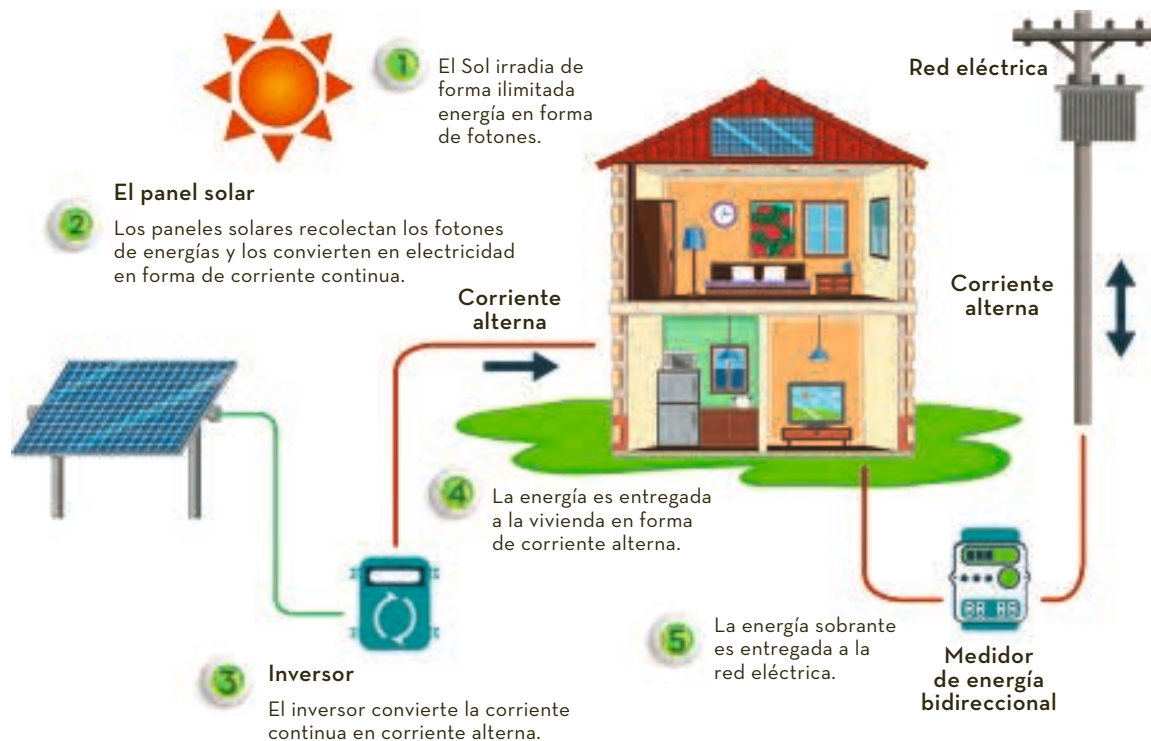
Con lo anterior se busca establecer acciones para promover el uso de las energías renovables con el fin de minimizar, en la medida de lo posible, los efectos negativos del cambio climático y garantizar el suministro de energía del país.





Por lo tanto, frente a los retos del futuro, se recomienda adoptar nuevos hábitos en los estilos de vida medioambientalistas para combatir el cambio climático y el calentamiento global. Tales hábitos consistirían en hacer uso de los recursos renovables y utilizar energías limpias y tecnologías innovadoras para contribuir al cuidado del medio ambiente. A continuación, se sugieren algunos elementos que podrían contribuir a crear estos nuevos hábitos:

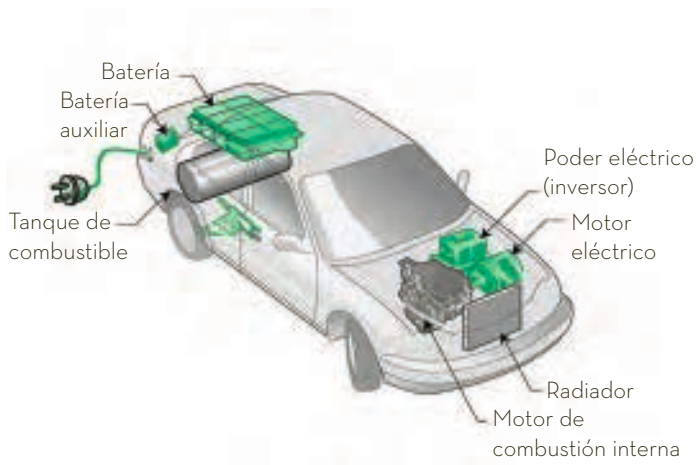
- **Instalación de paneles solares** en ventanas, techos, alumbrado público, que capten la energía del sol y la almacenen en baterías para su posterior utilización, lo cual permite reducir la dependencia de los combustibles fósiles y, en consecuencia, la emisión de gases contaminantes.



- **La implementación de estufas ahorradoras** se da en comunidades rurales donde se requiere eliminar fogones para preparar alimentos y sustituirlos por estufas ahorradoras de leña que funcionan encerrando el fuego para evitar que el calor se escape. De esta manera se reduce tanto el consumo de leña como los gases contaminantes emitidos hacia la atmósfera.

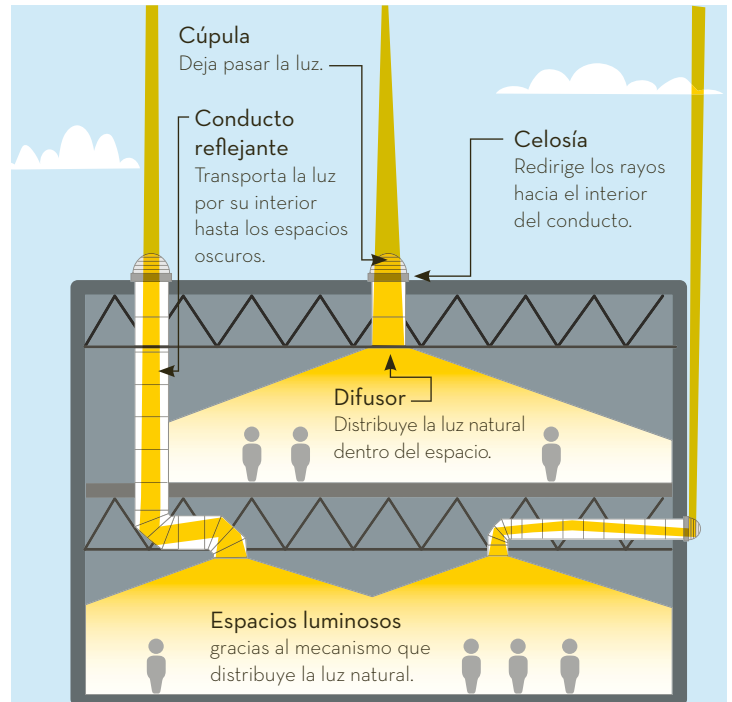


- **Los autos híbridos** combinan un motor de combustión interna con un motor eléctrico, lo que les permite funcionar tanto con hidrocarburos como con electricidad. Así, se reduciría el consumo de combustible fósil y, por tanto, la emisión de gases, lo que hace a dichos vehículos más amigables con el medio ambiente. En México, el Gobierno ofrece subsidios para fomentar su uso.





- **Las chimeneas o tubos solares** se utilizan para iluminar espacios interiores de manera sostenible. Estas estructuras captan la luz solar mediante domos transparentes y la dirigen hacia el interior a través de tubos reflectores, proporcionando una iluminación natural y eficiente durante el día. Con esta solución, se logra ahorrar energía eléctrica, reducir costos y disminuir la huella de carbono, lo cual contribuye al cuidado del medio ambiente y promueve el uso de energías renovables en diversos entornos, como hogares, oficinas, escuelas y hospitales.



- **La biomasa** es una fuente de energía renovable que se deriva de materia orgánica en estado de descomposición, como restos de cultivos, madera o residuos agrícolas. Se quema para producir calor y electricidad, o puede convertirse en biocombustibles para su uso en vehículos.

### Central de biomasa





Adoptar tecnologías innovadoras que contribuyan a cuidar el medio ambiente beneficia a los países que las adoptan y mejora la calidad de vida de sus habitantes. Sin embargo, debido a la existencia de inconvenientes en su uso, es necesario que estén sujetas a regulaciones y leyes para su buen funcionamiento.

Las fuentes renovables de energía son aquellas que no desaparecen al transformarlas en energía útil. Existen diferentes tipos: solar, que usa la energía del sol para convertirla, mediante fotoceldas, en energía eléctrica; eólica, que usa la energía del viento para mover aerogeneradores y convertirla en eléctrica; la hidráulica, que utiliza la energía potencial del agua para mover turbinas y convertirla en energía eléctrica; la geotérmica, la cual es la energía del interior de la Tierra; la marítima, que surge de las mareas y de las olas; y, finalmente, la energía nuclear. Todas ellas son energías limpias porque emiten pocos contaminantes a la atmósfera en comparación con las energías no renovables como el petróleo, el carbón o el gas natural. No obstante, las energías renovables presentan problemas de infraestructura y sociales: el costo de inversión aún es alto y la instalación de parques eólicos o solares, como cualquier construcción humana (presas, carreteras, puentes), modifica el entorno natural y afecta la sobrevivencia de los organismos en los ecosistemas. Por ello, son importantes los estudios de impacto ambiental y la investigación científica para la invención de instrumentos más eficientes con los cuales se capta este tipo de energía. Así, se minimizaría la afectación al entorno.

La tecnología creada y encaminada a mejorar el medio ambiente es cada vez más amplia, como los autos híbridos, las casas que funcionan con paneles solares y los piezoeléctricos que crean corriente eléctrica con sólo presionar rocas. Asimismo, visualiza un mundo en vías de mitigar el cambio climático, con leyes que regulen el uso de este tipo de energías y su manipulación.

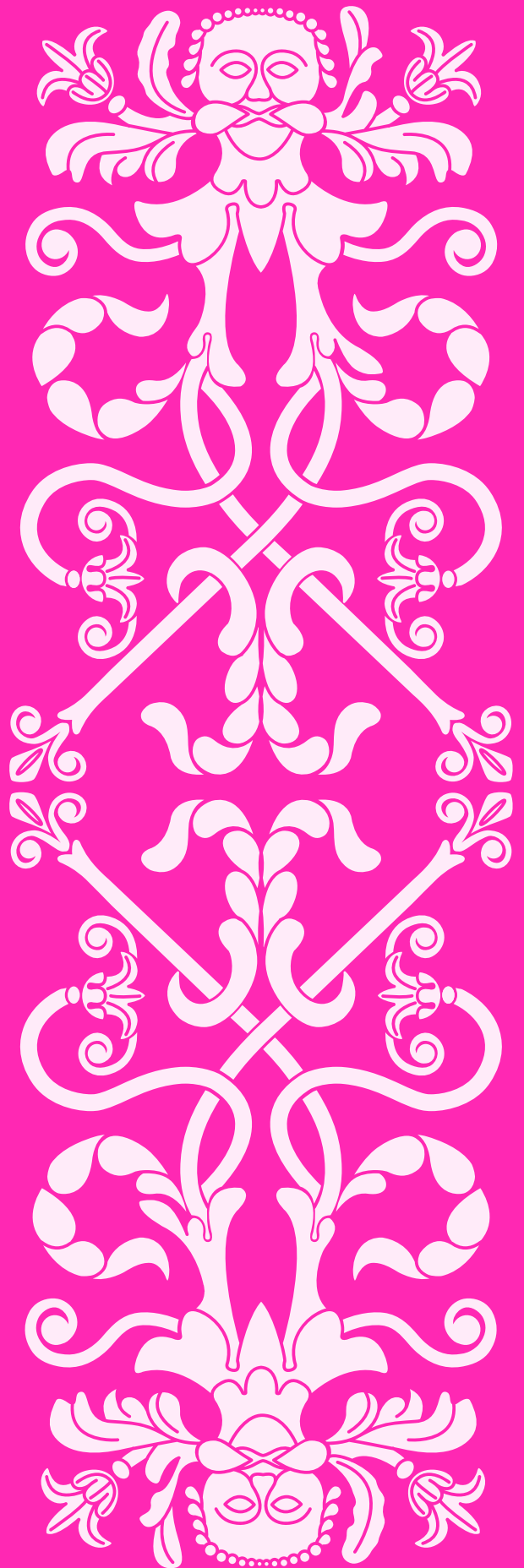


# Gases que contribuyen al efecto invernadero

La atmósfera es la capa gaseosa que rodea a la Tierra. Se divide en varios niveles con características definidas. Su composición y espesor hacen posible la existencia de vida en el planeta. En ella hay gases y partículas que son atraídos por la gravedad terrestre y que, en conjunto, se denominan *aire*.

La capa de la atmósfera en contacto con la superficie terrestre es la tropósfera. Se extiende hasta los 8 km en los polos, y hasta los 18 km en el ecuador; está formada por vapor de agua y gases como oxígeno, nitrógeno y dióxido de carbono. Después de la tropósfera se encuentra la estratósfera, que se extiende hasta una altura de 50 km. En esta capa hay, principalmente, dos gases: oxígeno y ozono, pero no hay vapor de agua ni partículas.

En la naturaleza existen contaminantes atmosféricos producidos por diversos emisores; por fortuna, la naturaleza puede asimilarlos y mantener un equilibrio en los ecosistemas. Sin embargo, con el incremento de la población mundial, la industrialización y la necesidad humana de satisfacer los requerimientos de energía, alimentos y vestido, la contaminación ha aumentado sustancialmente.



# Excesiva combustión produce contaminación

Cuando la humanidad empezó a utilizar el fuego, comenzó la generación de gases de combustión originados por la actividad humana. Aunque inicialmente no eran demasiados porque las poblaciones humanas eran pequeñas y dispersas, de modo que dichos gases o emisiones se disipaban en el ambiente, con el crecimiento de dichas poblaciones y su paulatino desarrollo industrial, aumentó la emisión de estos gases, al punto de superar la capacidad de la atmósfera de asimilarlos.

En la actualidad, la contaminación del aire ha llegado a niveles alarmantes en diferentes partes del planeta debido a la presencia de uno o más contaminantes (por ejemplo, polvo, humos y gases ajenos a la composición original de la atmósfera, nieblas o vapores) en cantidades y permanencia tales que causan daños tanto a la salud humana como a la flora, la fauna y al medio ambiente en general.

Algunos de estos daños a la salud humana pueden ser bronquitis, enfisema pulmonar, cáncer de pulmón, problemas neurológicos, asma bronquial, gripe e irritación de nariz, garganta y ojos.



Los contaminantes atmosféricos se pueden clasificar por su origen y su estado de agregación, como se indica a continuación:

## 1. Origen:

- ▶ **Primarios.** Son aquellos que se emiten directamente a la atmósfera, por ejemplo, dióxido de azufre ( $\text{SO}_2$ ), trióxido de nitrógeno ( $\text{NO}_3$ ) e hidrocarburos (sustancias formadas por carbono e hidrógeno).
- ▶ **Secundarios.** Son aquellos que se forman en la atmósfera por reacciones químicas, como el ozono ( $\text{O}_3$ ).
- ▶ **Antropogénicos.** Son los generados por las actividades humanas, como los gases provenientes de los automóviles, las industrias, entre otros.
- ▶ **Geogénicos.** Son los generados por fenómenos del subsuelo, como los gases emitidos por volcanes.

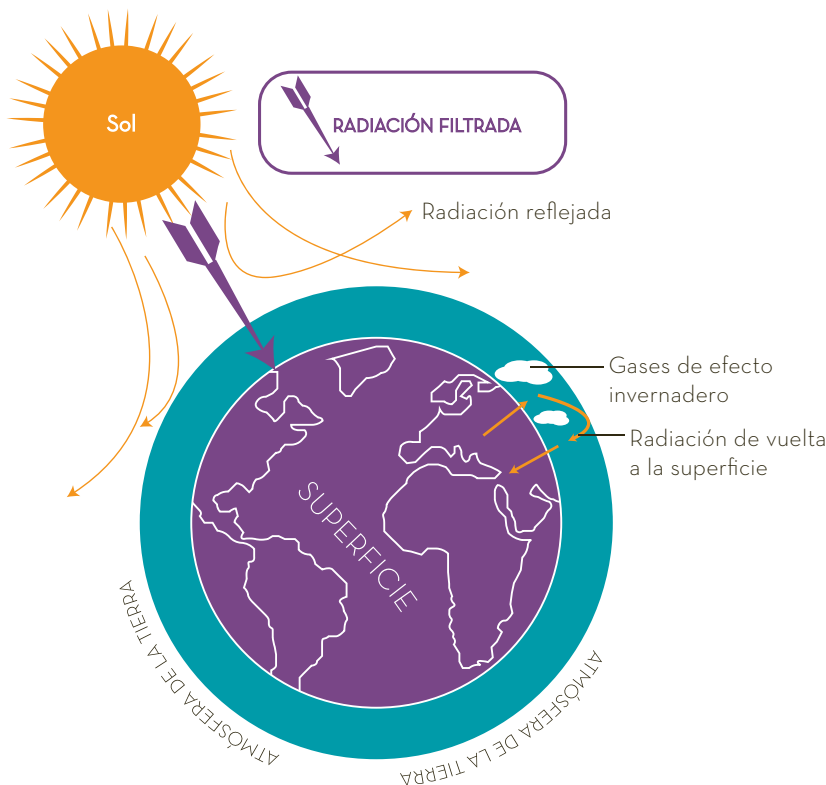
- **Biogénicos.** Se originan de organismos vivos, como el metano ( $\text{CH}_4$ ), generado por las bacterias que degradan la materia orgánica, y de manera natural, como en los pantanos.

## 2. Estado de agregación:

- **Gases.** Son todos los óxidos de carbono, azufre y nitrógeno, y el ozono.
- **Partículas.** Pueden ser sólidas o líquidas, como los polvos, humos, neblinas y cenizas.

De los gases que se encuentran en la atmósfera, el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) tiene un papel importante porque ayuda a regular la temperatura del planeta. De no existir este gas en la atmósfera, la Tierra sería  $30^\circ\text{C}$  más fría, y de existir en exceso, el planeta sería extremadamente caliente, como es el caso de Venus, cuya atmósfera está constituida en 97% de dióxido de carbono, razón por la cual tiene una temperatura de  $457^\circ\text{C}$  en su superficie.

La acumulación de dióxido de carbono incrementa el efecto invernadero. Éste es un fenómeno natural que regula la temperatura en la superficie del planeta, lo cual es esencial para la vida en la Tierra. Su mecanismo de regulación consiste en retener parte de la energía de la luz solar en forma de calor; esto incrementa la temperatura global del planeta, tal como lo hace un invernadero.



El efecto invernadero se incrementa debido a la alta generación y acumulación de gases de efecto invernadero en la atmósfera, como el dióxido de carbono, el metano, el ozono, el óxido nitroso y los clorofluorocarbonos (CFC).

La alta concentración de gases de efecto invernadero se debe a actividades humanas, tales como el uso de vehículos a base de combustibles fósiles, las emisiones de la industria o la sobreexplotación del suelo por la ganadería. Este incremento genera un desequilibrio entre la radiación solar que incide contra la que se refleja, lo cual ocasiona el aumento de la temperatura promedio de la Tierra.

Algunas de las actividades que aumentan la generación de dióxido de carbono son:

- **Uso de combustibles fósiles:** carbón vegetal, petróleo y gas natural.
- **Incendios forestales:** se dan en la época de estiaje, comprendida de enero a mayo, en la cual incrementan los niveles de dióxido de carbono.



- **Deforestación:** en los últimos años se han perdido numerosas hectáreas de bosques y cultivos, lo cual contribuye al aumento del dióxido de carbono.
- **Manufactura:** es el caso de la fabricación del cemento, por ejemplo, que requiere convertir la piedra caliza en cal, lo cual genera grandes cantidades de polvo.

Los científicos afirman que el planeta se ha calentado 0.5 °C en el último siglo y estiman un aumento de 2 °C en la temperatura del planeta para el año 2100, lo cual provocará intensas tormentas, inundaciones causadas por el derretimiento de los polos, sequías, pérdida de zonas costeras como resultado del incremento en el nivel del mar, variaciones en el suministro de agua e incapacidad de adaptación de algunas especies vegetales y animales, incluyendo a los humanos, así como el aumento de enfermedades por virus y bacterias a causa de las elevadas temperaturas y malas condiciones socioeconómicas de los sectores más vulnerables.

El calentamiento global ha cobrado importancia a nivel internacional en las últimas décadas debido a las consecuencias negativas del aumento de la temperatura. Por tal motivo, la Organización de las Naciones Unidas (ONU) ha impulsado la celebración de diversas convenciones y la firma de convenios encaminados a la disminución de las emisiones de gases de efecto invernadero. Uno de los más conocidos es el Protocolo de Kioto, el cual fue firmado y ratificado por la mayor parte de los países del mundo, excepto por Canadá y Estados Unidos, que argumentaron que era ineficiente.

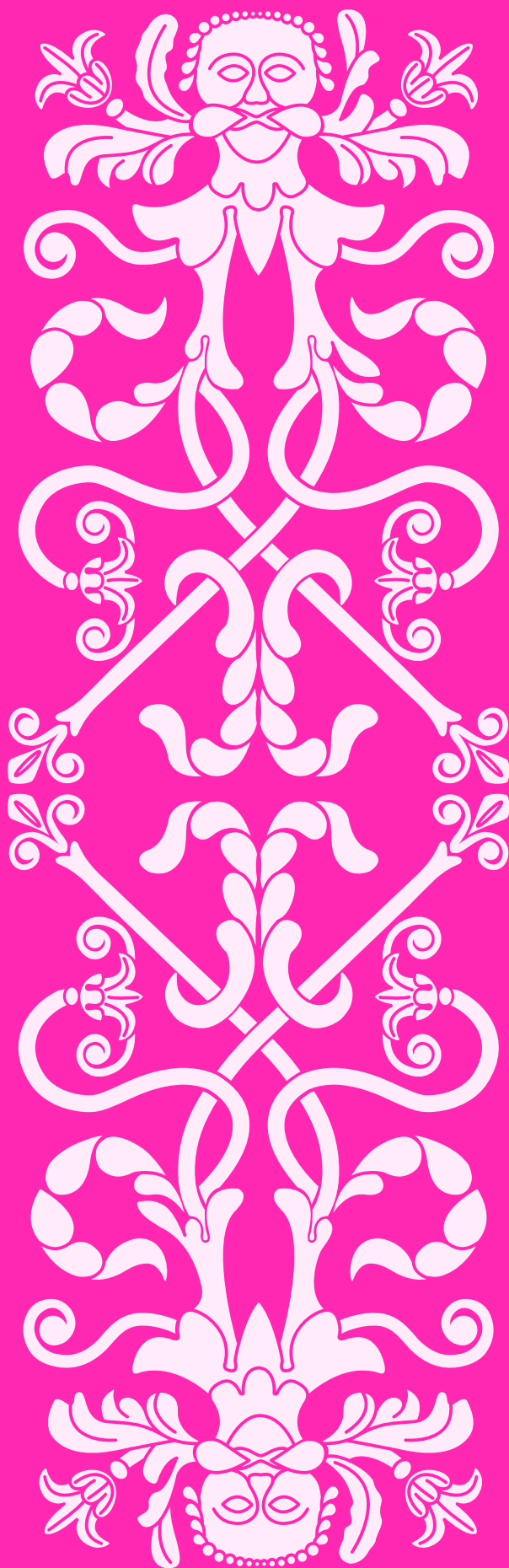
En el contexto nacional es necesario implementar acciones para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, tales como:

- Fomentar la eficiencia energética con el uso de fuentes de energía renovables, como la solar, eólica, por biomasa, biogás y geotérmica.
- Controlar las emisiones generadas por el transporte utilizando vehículos eléctricos o híbridos. Sin embargo, lamentablemente, éstos aún no se encuentran a un precio accesible para la población en general y sólo se ha dado mantenimiento a los motores de combustión interna para mejorar su rendimiento.
- Aprovechar los gases (como el metano) desprendidos de rellenos sanitarios (Resa) para disminuir su concentración en la atmósfera.
- Disminuir el uso de aerosoles porque desprenden compuestos orgánicos volátiles, los cuales son precursores del ozono.
- Promover políticas públicas que mejoren la calidad del aire, como el Programa de Gestión para Mejorar la Calidad del Aire (ProAire), que tiene como líneas de acción: fomentar la participación de los tres órdenes de gobierno, diagnosticar las causas y fuentes principales de la contaminación y, finalmente, definir las medidas y acciones enfocadas a la reducción de emisiones.



# Herramientas de exploración del Universo

Para observar el Universo y de allí tratar de conocer su composición y funcionamiento, durante miles de años se utilizó solamente la vista. Con el paso del tiempo, los avances científicos y tecnológicos han permitido hacer observaciones con instrumentos cada vez más sofisticados.





# Telescopios ópticos

La humanidad siempre ha contemplado el Universo y ha querido conocer cómo es, cuál es la periodicidad de los movimientos de los astros y por qué se mueven. Durante miles de años los observó a simple vista, pero fue hasta el siglo XVII cuando pudo contemplarlos con más detalle gracias al apoyo de un instrumento que permitió su estudio como si se estuviera cerca de ellos: el telescopio.

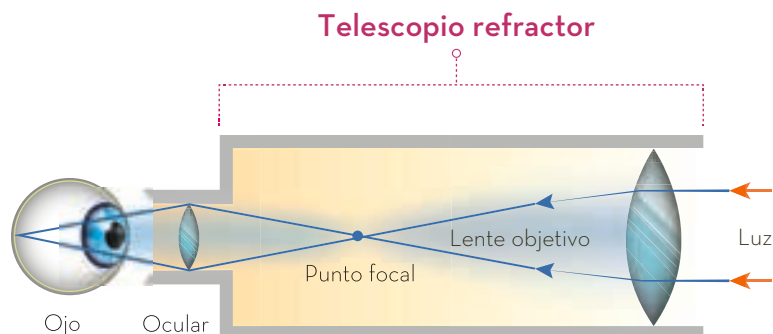


Se tienen referencias de que el fabricante de lentes Hans Lippershey (1570-1619) inventó el telescopio: un tubo con dos lentes montados en sus extremos. A partir de ese modelo, en 1609, el astrónomo italiano Galileo Galilei (1564-1642) desarrolló un telescopio que lograba un mayor aumento. Era un tubo de 1.27 m de largo, con una lente convexa en un extremo y una cóncava en el otro; con él logró observar el cielo y hacer varios descubrimientos que asombraron a la comunidad intelectual de la época. Por ejemplo, descubrió que el Sol presenta manchas en su superficie, que la Luna tiene montañas y cráteres, y que cuatro lunas orbitan alrededor de Júpiter.

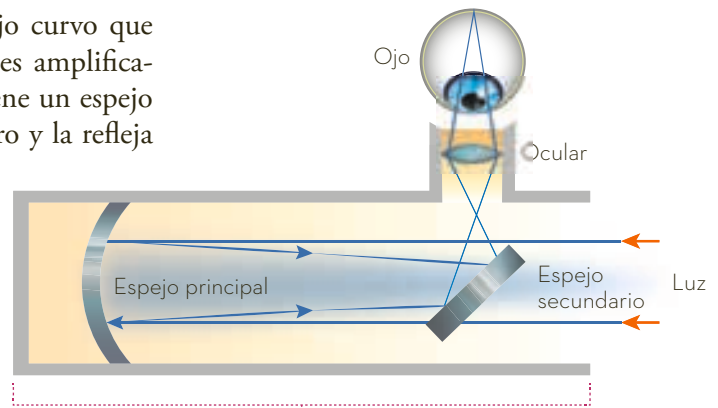
Con el paso de los años, se fueron modificando los telescopios para obtener de ellos imágenes más nítidas y se logró observar objetos aún más lejanos. Gracias a los avances científicos y tecnológicos ha sido posible diseñar y construir distintos tipos de telescopios, de acuerdo con el tipo de radiación que pueden detectar. Los telescopios que permiten observar los cuerpos celestes a partir del espectro visible reciben el nombre de *telescopios ópticos*.

En la actualidad, se reconocen cuatro tipos básicos de telescopios ópticos: refractor, reflector, catadióptrico y de Cassegrain.

El telescopio refractor utiliza un sistema de lentes convergentes en los que la luz se desvía y, de esta manera, los rayos procedentes de un objeto lejano convergen en el punto focal. Esto genera imágenes aumentadas de objetos lejanos.

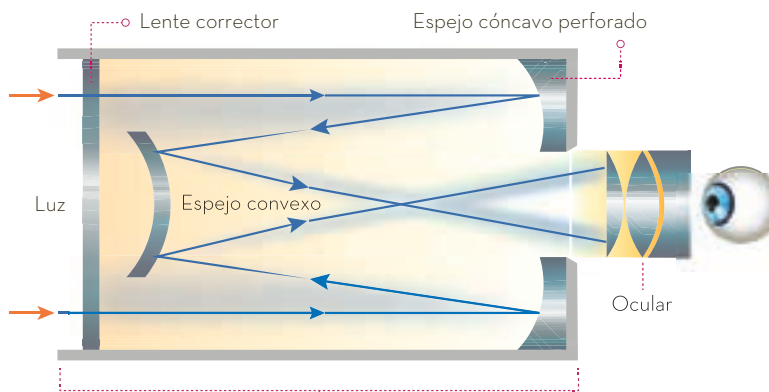


El telescopio reflector utiliza un espejo curvo que tiene la capacidad de generar imágenes amplificadas de los objetos lejanos. Además, tiene un espejo plano que recibe la imagen del primero y la refleja hacia el ocular.



**Telescopio reflector**

El telescopio catadióptrico utiliza espejos y lentes. En él, la luz penetra en el tubo a través de una lente cóncava y llega al fondo del tubo, luego se refleja en el espejo curvo para después reflejarse en otro espejo. El nuevo reflejo pasa a través de un orificio y llega al ocular.

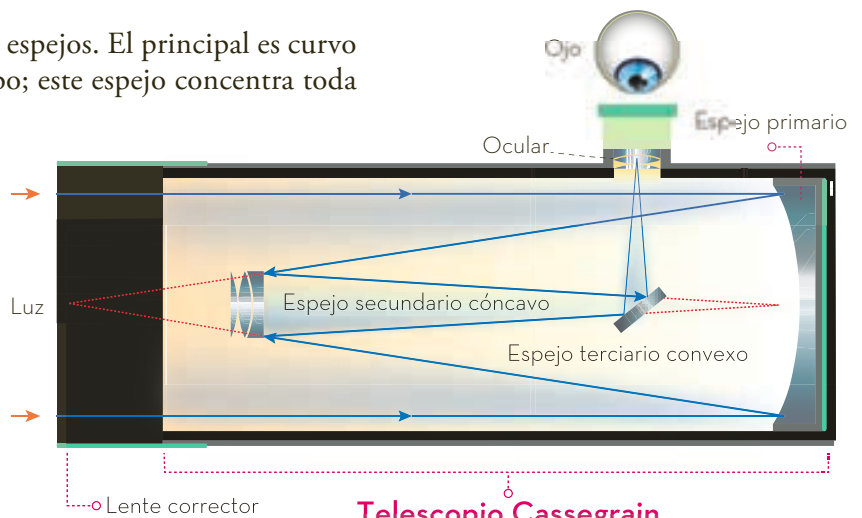


**Telescopio catadióptrico**



El telescopio Cassegrain tiene tres espejos. El principal es curvo y se encuentra en el fondo del tubo; este espejo concentra toda la luz que recoge del foco.

El segundo espejo, también curvo, se encuentra en la parte delantera del telescopio y refleja la imagen del primer espejo. Esta nueva imagen se refleja en un espejo plano inclinado a  $45^\circ$  y envía la luz hacia un lado del tubo, donde se encuentra la lente ocular.

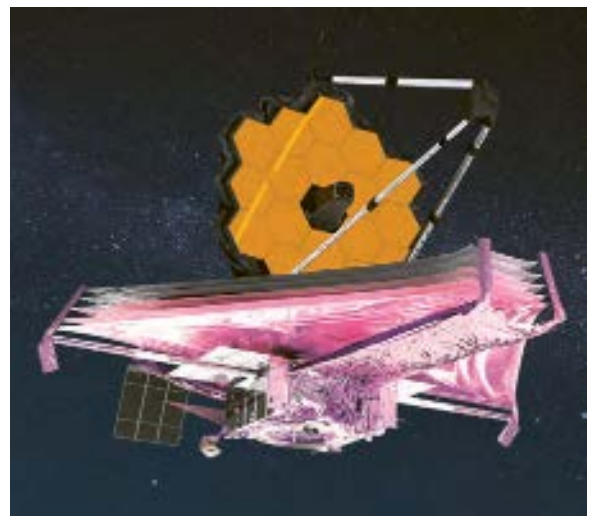


**Telescopio Cassegrain**

Los telescopios de espejos son los que más se han desarrollado; ejemplo de ellos son los gemelos Keck, los telescopios ópticos más grandes del mundo, contruidos con 36 espejos hexagonales. Éstos se encuentran en un edificio de ocho pisos que está en el volcán Mauna Kea, en Hawái, Estados Unidos.



Los telescopios ópticos permiten observar los cuerpos celestes aprovechando las propiedades del espectro visible y los avances en la óptica para el diseño de telescopios. Sin embargo, se sabe que los cuerpos celestes emiten otro tipo de radiaciones que no pertenecen al espectro visible, por lo que necesitan ser estudiados con instrumentos que permitan recibir y estudiar este tipo de radiaciones.



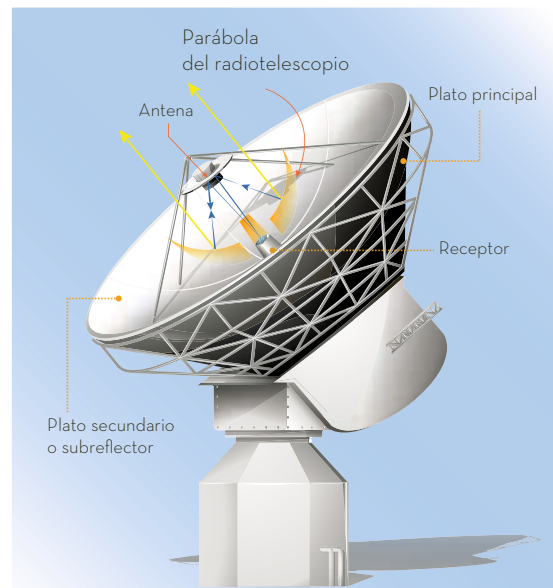
# Radiotelescopios

La radiación electromagnética se compone por varios tipos de ondas que transfieren energía; algunas de éstas se perciben como los colores de la luz visible y son captadas por los telescopios ópticos. El desarrollo tecnológico permitió que las ondas de radio fueran las siguientes en usarse para la exploración espacial.

En 1930, los laboratorios Bell Telephone querían usar ondas de radio para sus transmisiones transatlánticas, por lo que era necesario saber si habría interferencias que impidieran la comunicación. Durante la investigación, en 1932, el ingeniero de radio estadounidense Karl Jansky (1905-1950) construyó una antena con la que se detectaron ondas de radio provenientes del espacio. Al ampliar su investigación, concluyó que dichas ondas provenían de estrellas y de otros objetos muy alejados del sistema solar.

En 1937 se construyó el primer radiotelescopio, cuyo objetivo fue captar información del espacio: con las ondas de radio no se pueden ver los objetos lejanos que las emiten, pero sí se pueden inferir e interpretar muchas de las características de esos objetos.

Un radiotelescopio funciona de manera similar a un telescopio óptico reflector. Consta de un gran plato cóncavo que capta las ondas de radio y las refleja concentrándolas en un punto llamado *foco*. En ese punto se encuentra una antena receptora que transforma la energía de las ondas de radio en corriente eléctrica. La corriente eléctrica se amplifica en un receptor de radio, se mide y se registra.



Esta tecnología permitió descubrir los brazos espirales de la Vía Láctea, así como los cuásares y púlsares, cuerpos extraordinariamente lejanos.

Como las ondas de radio pueden pasar a través del polvo atmosférico sin dificultad, con ellas se ha podido “observar”, por ejemplo, el centro de la Vía Láctea, el cual no puede verse con los telescopios ópticos. Asimismo, con los radiotelescopios se han descubierto moléculas de óxido de carbono, de alcohol etílico y de muchas otras sustancias en el espacio.

Los radiotelescopios perciben las señales de radio que emiten las estrellas y cuerpos celestes muy lejanos que los telescopios ópticos no pueden observar. El desarrollo de la tecnología para interpretar estas señales ha sido asombroso.



## Telescopios en otras longitudes de onda

Posterior al uso de las ondas de radio para estudiar el Universo, se identificaron otras ondas electromagnéticas con propiedades útiles para conocer algo que, por su distancia, no se puede ver, pero cuya radiación sí se puede captar a través de rayos X y gamma.

En el estudio del Universo se aprovechan las características de diferentes ondas electromagnéticas para observar las particularidades de ciertos puntos del espacio.



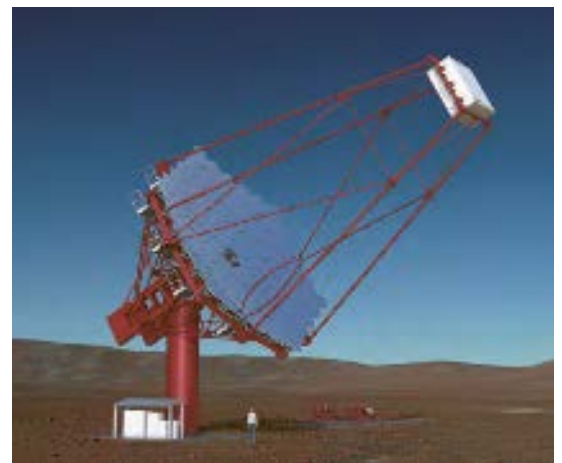
Los rayos X son un tipo particular de ondas electromagnéticas que se generan en la materia cuyas temperaturas son de millones de grados Celsius. También surgen de la presencia de campos magnéticos gigantes, por atracción gravitacional muy elevada o por las explosiones de estrellas, de tal modo que, si se reciben rayos X del espacio exterior, seguramente se originaron de alguno de los fenómenos descritos.

Como los rayos X no penetran en la atmósfera terrestre, para detectarlos son necesarios telescopios especiales que funcionan como satélites para captar esta radiación fuera del planeta. Un ejemplo de éstos es el satélite Chandra, lanzado en 1999, que ha descubierto objetos celestes como agujeros negros,

grupos de galaxias en formación, estrellas de neutrones y restos de estrellas que habían explotado, entre otros.

Los rayos gamma son otra especie de radiación electromagnética proveniente del espacio exterior. Aunque estos rayos no penetran la atmósfera, pueden captarse mediante el efecto que se produce al chocar con ella: emiten un destello de luz azul muy breve. Los telescopios Cherenkov captan esa luz azul y la interpretan.

Con los rayos gamma del espacio también se estudian explosiones de estrellas gigantes llamadas *supernovas* y pequeños objetos de masas enormes llamados *púlsares*, así como agujeros negros situados en el centro de algunas galaxias, entre otros fenómenos.



Como evidencia de la gran actividad que existe en el cosmos, se producen explosiones de estrellas, y hay enormes masas y campos gravitatorios y magnéticos gigantes. La radiación electromagnética detectada con telescopios espaciales arroja información minuciosa de esa actividad.

# Sondas espaciales

Aunque desde la Tierra se observan cuerpos y fenómenos celestes con ayuda de telescopios ópticos o captadores de ondas electromagnéticas, la humanidad ha diseñado otro tipo de aparatos que viajan por el espacio y recopilan evidencia de cómo es el Universo. Estos aparatos son las sondas espaciales.

Una sonda espacial es un aparato enviado al espacio, sin tripulación, pero con sistemas de fotografía, filmación, recepción de ondas electromagnéticas y de comunicación con la Tierra para recopilar la mayor cantidad de información de lo que hay y ocurre en el Universo.

Las sondas espaciales, a diferencia de los satélites artificiales, no orbitan la Tierra, sino que viajan alejándose cada vez más de nuestro planeta, recopilan información y la transmiten a los centros de estudio que las controlan. Ejemplos de sondas espaciales son los siguientes:



- Observatorio de Dinámica Solar (SDO, por sus siglas en inglés). Fue lanzada por la Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (NASA, por sus siglas en inglés) en 2010. Su misión es observar el comportamiento solar y los efectos de éste en la atmósfera terrestre. Además, ofrece imágenes de alta definición.
- Sonda Wilkinson para Microondas Anisotrópicas (WMAP, por sus siglas en inglés). Fue lanzada en 2001 por la NASA. Esta sonda detecta las ondas de radiación no visibles, cuyo estudio es importante para conocer lo que sucedió hace millones de años, cuando se generaron las estrellas, y para estudiar los vestigios del Big Bang. Los datos que proporciona la WMAP ayudan a conocer cómo ha sido la existencia y evolución del Universo.

Las sondas pueden viajar por años, acercarse a un planeta y luego dejarlo atrás para acercarse a otro, siempre enviando información a la Tierra. Estos sofisticados sistemas de recepción de información permiten enriquecer lo que se sabe del Universo.



Descifrar lo que ocurre y ocurrió en el Universo requiere de un gran esfuerzo. Como muestra de ello, están las primeras investigaciones de hace más de dos mil años, que se hacían exclusivamente con la vista; después, con la invención del telescopio y, desde entonces, el perfeccionamiento de instrumentos ha sido cada vez más minucioso en la captación de datos.

# Magnetismo

Los imanes son utilizados dentro de diferentes dispositivos, como bocinas, teléfonos y electrodomésticos o, simplemente, para unirse a algunos objetos metálicos, como los que se colocan en la puerta de un refrigerador. Tienen una propiedad llamada *magnetismo*, fenómeno físico por medio del cual los objetos ejercen fuerzas de atracción o repulsión sobre materiales como el hierro, níquel, cobalto y sus aleaciones.



# Fenómenos magnéticos

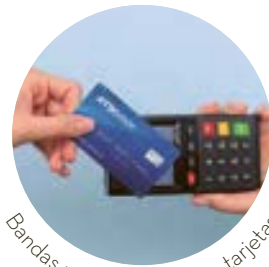
Hace muchos años, en un lugar de Magnesia, Grecia, un pastor encontró accidentalmente unas rocas extrañas que lo atraían e impedían caminar; se dio cuenta de que la razón era que las piedras atraían los clavos de metal de sus sandalias. Desde ese momento, a esas rocas se les atribuyeron características mágicas por atraer ciertos metales y recibieron el nombre de *magnetita*. Al paso del tiempo, se determinó que se trataba de un mineral formado por óxido de hierro. Hoy en día estas rocas se llaman *imanes*, y se pueden fabricar y utilizar en diferentes dispositivos.



Puertas de los refrigeradores



Grúas de carga



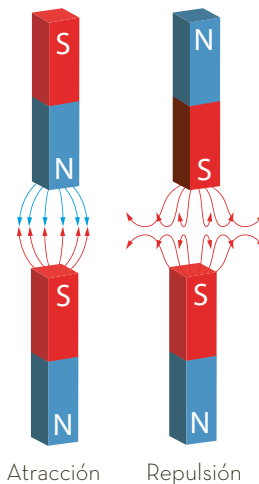
Bandas magnéticas de las tarjetas



Motores eléctricos



Bocinas

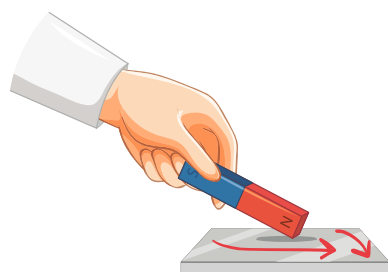


Un imán consta de dos polos: el norte y el sur (como se muestra en la imagen). Cuando se encuentran los polos de dos imanes, se generan fuerzas de dos tipos: si los polos son iguales, las fuerzas son de repulsión; si los polos son diferentes, las fuerzas son de atracción.

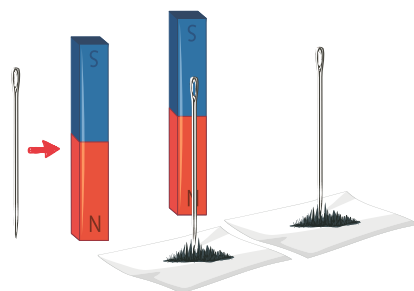
Un dato curioso es que si se corta un imán, cada parte vuelve a tener dos polos: norte y sur, por lo que no existen los imanes con un solo polo.

Se pueden fabricar imanes con materiales ferromagnéticos (hierro, níquel, cobalto y sus aleaciones) al transferirles la propiedad del magnetismo. Existen tres métodos para lograrlo:

- **Por inducción:** consiste en colocar este material cerca de un imán de gran potencia y así queda magnetizado.
- **Por frotamiento:** se logra al frotar el polo de un imán en una sola dirección sobre el material ferromagnético. La región del material que se frota con el polo adquiere un polo contrario al del imán, transmitiendo el efecto hasta el otro extremo.
- **Por contacto:** se coloca el material ferromagnético junto a un imán, de modo que se magnetiza.



Frotamiento



Inducción



Contacto

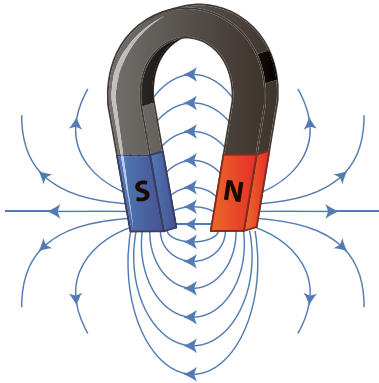
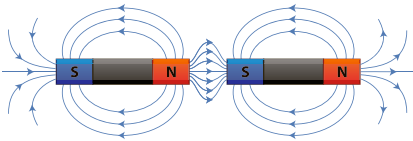
La brújula es un instrumento que se usa para orientarse: su aguja se imanta con alguno de los métodos mencionados, por lo que se convierte en un imán. Al colocarla en un recipiente con agua, se alinea con los polos magnéticos terrestres y siempre apunta hacia el norte. También se puede colgar esta misma aguja de un hilo suspendido y se orienta de igual modo. El uso de la piedra magnética como brújula es una práctica cuyo origen se atribuye a los chinos. Asimismo, algunos vestigios hallados en la cultura olmeca sugieren que se empleaba la magnetita de forma similar a la brújula alrededor del año 1000 a. n. e.



El uso de imanes es muy amplio en las sociedades actuales. Por ejemplo, en medicina se utilizan para guiar y poner en posición un catéter o son empleados en ciertas técnicas médicas como la resonancia magnética, las cuales utilizan campos magnéticos intensos para observar el interior del cuerpo y diagnosticar problemas de salud. También tienen otros usos, industriales o no, como en las puertas magnéticas que se cierran o abren con imanes; en trenes llamados *de levitación*, en cuyo funcionamiento, tanto el tren como las vías, se encuentran dotados con potentes imanes, por lo que la repulsión de polos opuestos permite que el tren se eleve unos centímetros sobre las vías y avance más rápidamente. Un ejemplo notable y totalmente comercial se encuentra en Shanghái, China, ciudad que tiene un tren de levitación magnética, llamado *maglev*, como el presentado en la siguiente imagen:

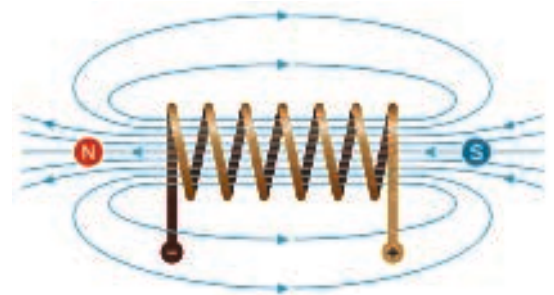
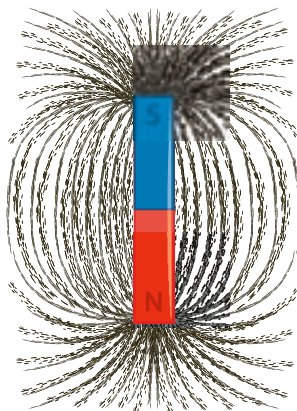
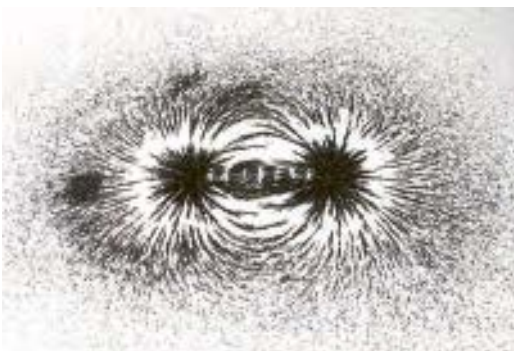


La propiedad de atracción y repulsión que ejercen los imanes sobre los objetos de hierro, níquel, cobalto y sus aleaciones se llama *magnetismo* y tiene múltiples aplicaciones, por ejemplo, se incorpora en aparatos donde se necesite la función de atracción o repulsión.

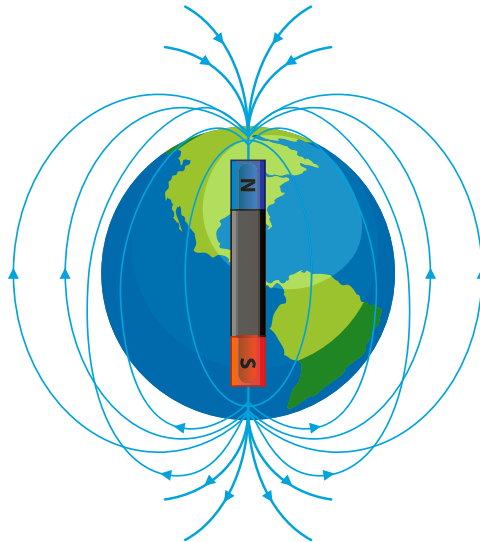


## Campo magnético

Al espacio donde el imán ejerce su fuerza se le denomina *campo magnético* y se encuentra alrededor del imán. Su intensidad es mayor cerca de los polos y disminuye a medida que se alejan de éstos. La dirección de las líneas de fuerza va del polo norte al polo sur del imán y cuando las líneas están más cercanas, el campo es más intenso.



La Tierra se comporta como un gran imán: su campo magnético la rodea (como se muestra en la imagen) y mantiene la vida en el planeta porque la protege del viento solar, el cual es una corriente de partículas cargadas, dañinas para los seres vivos, que se libera desde el Sol. La Tierra posee un polo norte y un polo sur magnéticos, y su magnetismo se atribuye al centro de metal líquido que posee en su interior. Las brújulas apuntan siempre al norte geográfico, pues los polos opuestos se atraen y de esta manera el polo norte de la aguja de la brújula es atraído por el polo sur magnético de la Tierra.



Algunos seres vivos dependen del magnetismo terrestre para vivir; por ejemplo, las tortugas marinas perciben el campo magnético terrestre, lo cual les permite realizar sus migraciones con exactitud. En la retina de los ojos y en los tejidos olfatorios se identificó un grupo de neuronas que tienen cristales de magnetita. Estos últimos parecen ser los receptores del magnetismo de la Tierra en ellas.





En algunas aves, como palomas y águilas, se encontraron también partículas de materiales ferromagnéticos en el pico, las cuales seguramente las ayudan a orientarse. Las ballenas migran siguiendo las líneas magnéticas del campo terrestre con su nado; esto es posible debido a la presencia de magnetita en su cráneo. Los perros, antes de defecar, dan vueltas y vueltas sobre sí mismos y aparentemente sin sentido, pero éstas no son arbitrarias, puesto que se alinean con el campo magnético de la Tierra a lo largo del eje norte-sur terrestre.



También existen bacterias que nadan a lo largo de las líneas del campo magnético terrestre hacia regiones de baja concentración de oxígeno, por lo que, al insertarlas en el cuerpo humano, funcionan como una brújula, y se dirigen a regiones con baja concentración de oxígeno, como las zonas tumorales. Con esta técnica es posible reconocer dichas zonas y tratarlas médicamente.

El campo magnético alrededor de los imanes tiene una influencia notable en la vida de los seres humanos y de los animales, quienes lo detectan, principalmente, para orientarse. El campo magnético terrestre, por tanto, es vital para la vida en nuestro planeta.



El magnetismo, propiedad de los imanes, es usado en innumerables aparatos, en donde su función es la de atracción o repulsión, además actúa sobre objetos de hierro, aleaciones y el espacio que los rodea. El campo magnético protege la Tierra, orienta al reino animal para migrar y sirve a los seres humanos en cuestiones como transporte, medicina y utilización de objetos de uso cotidiano, entre otras explicaciones.



## Materiales para mejorar la calidad de vida

A lo largo de la historia, el ser humano ha manipulado o creado diferentes materiales para mejorar su calidad de vida; desde pieles para la vestimenta hasta la creación de biomateriales para su implementación en la medicina.

Existen diversos materiales relativamente nuevos en la historia de la humanidad, sin los cuales muchos utensilios cotidianos no serían de la forma que conocemos o incluso no existirían.

# Materiales en la vida cotidiana de los seres humanos

De manera general, los materiales de uso común se pueden dividir en dos grandes grupos: sintéticos y naturales. Los materiales naturales son aquellos que se pueden encontrar en la naturaleza, mientras que los sintéticos son elaborados mediante procesos químicos guiados por el ser humano. Cada categoría tiene sus pros y contras en el uso cotidiano.

Algunos ejemplos de materiales naturales que se utilizan en la vida cotidiana son madera, metal, arcilla, cuero, algodón, lino, lana, seda, caucho y papel.

Algunos ejemplos de materiales sintéticos usados en la vida diaria son plásticos, poliéster, fibra de vidrio, nailon, poliuretano y silicona. Algunos objetos que se hacen con estos materiales son bolsas, chamarras, cortinas, bolsas de mano, recipientes de plástico, juguetes y lentes.



La madera es un material que se usa en diferentes ámbitos, como en la construcción de casas, edificios y estructuras, donde también se utilizan algunos metales. Sirve como materia prima para hacer muebles de diferente tipo para el hogar y para construir cubiertos de mesa y cocina.

Por otra parte, el algodón, el lino, la lana y la seda siempre han estado presentes en la elaboración de textiles, ya sea para ropa o calzado, aunque en algunos otros casos son complementos en la elaboración de muebles, como el cuero y el algodón.



Los materiales naturales fueron los primeros a los que el ser humano tuvo acceso para transformar su ambiente y mejorar su calidad de vida; sin embargo, debido a las necesidades que han ido apareciendo con la evolución de las sociedades humanas, se tuvieron que crear nuevos materiales: los sintéticos.



La importancia de los materiales sintéticos radica en que mejoraron la vida diaria al proporcionar productos más resistentes, duraderos y asequibles que los materiales naturales, pero su producción puede tener un impacto desfavorable en el medio ambiente si no se toman las medidas necesarias para evitar la contaminación.

Un ejemplo de estos materiales sintéticos es el nailon, creado a mediados del siglo xx. Se comenzó a utilizar para hacer ropa, calzado, toldos, sombrillas, cuerdas, sogas; productos para el hogar como escobas, partes de automóviles e instrumentos médicos y utensilios para el aseo personal, como los cepillos de dientes.



En la construcción, los materiales sintéticos también son de gran ayuda; por ejemplo, el poliéster se utiliza en la elaboración de paneles para paredes o techos debido a su resistencia y bajo peso. También está la fibra de vidrio que se utiliza como agregado en algunos concretos estructurales para mejorar su resistencia a fuerzas externas que produzcan movimiento.

Por último, el poliuretano funciona como aislante térmico y acústico en diferentes construcciones, además de ser útil para rellenar hundimientos difíciles de reparar.

La importancia de los diferentes materiales naturales o sintéticos es que mejoran la vida diaria al proporcionar comodidades y utensilios para realizar diversas actividades y tareas. Los materiales naturales como la madera, el algodón y la lana se pueden obtener y producir sin causar daño al medio ambiente, siempre y cuando no exista sobreexplotación de estos recursos; sin embargo, a menudo tienen limitaciones en términos de durabilidad y resistencia.

Por otro lado, los materiales sintéticos, como los plásticos o el nailon, son más duraderos y resistentes, pero en la actualidad tienen un impacto ambiental negativo debido a su poco uso antes de ser desechados, así como la existencia de una sobreproducción y su dificultad para reciclarlos. Es importante considerar el equilibrio entre la comodidad y la sostenibilidad al elegir los materiales que se utilizan en la vida diaria.

# Propiedades y características de los materiales de uso común

El uso de cierto material para una tarea específica se determina a partir de sus características y propiedades físicas, además del ámbito donde se realizará la tarea, como la construcción, la industria o el uso en la vida diaria de una persona.

Los materiales de construcción tienen varias características y propiedades que los hacen adecuados para su uso en la edificación de estructuras y casas. Las características más relevantes a considerar son:

- ▶ **Durabilidad.** Deben resistir las condiciones climáticas y el desgaste causado por su exposición continua con el exterior.
- ▶ **Resistencia.** Deben ser capaces de soportar cargas y esfuerzos mecánicos sin deformarse o romperse, además de ser resistentes a altas temperaturas ocasionadas por incendios.
- ▶ **Maleabilidad.** Deben ser fáciles de manejar y moldear.



Algunas propiedades físicas que se relacionan con las características mencionadas son:

- ▶ **Densidad.** Debe ser adecuada para soportar cargas y esfuerzos mecánicos sin deformarse.
- ▶ **Conductividad térmica.** Los materiales de la casa deben mantener una temperatura adecuada en el interior de las edificaciones, es decir, que no conduzcan fácilmente el calor.
- ▶ **Conductividad eléctrica.** Se debe evitar que haya materiales que conduzcan la electricidad para evitar peligro de electrocución.
- ▶ **Dureza.** Deben ser resistentes a alteraciones físicas como la perforación, la abrasión o el rayado.



Respecto a los materiales que se utilizan para hacer vestimentas, éstos deben tener otras características y propiedades adecuadas para la confección de ropa y calzado. Algunas de éstas son:



- Flexibilidad para permitir el movimiento del cuerpo y proporcionar comodidad.
- Durabilidad para ser resistentes al desgaste causado por el uso continuo y las condiciones climáticas.
- Transpirabilidad para permitir la circulación del aire y reducir la acumulación de sudor.
- Estética para que la prenda de ropa resulte atractiva y se complemente el diseño.
- Comodidad, pues deben ser suaves al tacto y no causar irritaciones o alergias en la piel.
- Facilidad de cuidado para limpiarlos y mantenerlos con facilidad.
- Biodegradables para no dañar el medio ambiente.

Algunas propiedades físicas que se relacionan con las características mencionadas son:

- Elasticidad para adaptarse a la forma del cuerpo y recuperar su forma original después de estirarse.
- Alta o baja conductividad térmica para mantener el cuerpo caliente o fresco según sea necesario. Por ejemplo, una chamarra para el frío debe tener poca conductividad térmica para no dejar escapar el calor del cuerpo, mientras que una playera, para las épocas de calor, debe tener mayor conductividad térmica para dejar pasar el calor del cuerpo al ambiente.
- Impermeabilidad para algunos calzados y ropa que deben impedir el paso del agua y proteger del mal tiempo, como las botas o las chamarras impermeables.



Por otro lado, los materiales para hacer utensilios de uso común, como platos, vasos, cubiertos, ollas, entre otros, deben tener varias características y propiedades adecuadas para su uso. Por ejemplo, una cuchara puede ser de madera, ya que su función es contener alimentos líquidos para llevarlos a la boca, pero una olla para cocinar no puede ser de madera, pues al colocarla al fuego directo se quemaría. Enseguida se establecen algunas características y propiedades físicas generales:

- **Durabilidad.** Los utensilios deben resistir el desgaste causado por el uso continuo y las condiciones de limpieza, característica que deben tener una cama, un sillón o una escoba.

- ▶ **Resistencia a altas temperaturas.** Algunos utensilios de uso común necesitan estar constituidos por materiales capaces de resistir altas temperaturas; por ejemplo, los que se utilizan en la cocción de alimentos, como ollas, sartenes, volteadores o refractarios para horno.
- ▶ **Seguridad.** Los materiales con los que se hacen los utensilios de uso común deben ser seguros para que las personas los empleen en diferentes áreas de la casa; por ejemplo, en la cocina, pues muchos de ellos están en contacto con los alimentos y no deben liberar sustancias tóxicas.
- ▶ **Densidad.** Para muchos utensilios es importante la densidad del material con el cual están fabricados, porque si se utiliza un material denso para un objeto que necesita ser ligero, dejaría de ser funcional. Por ejemplo, si en lugar de plástico y nailon se utilizara acero para fabricar un cepillo de dientes, su peso aumentaría hasta unas ocho veces y causaría daños a las encías y la dentadura.
- ▶ **Conductividad térmica.** Dependiendo del utensilio, se determina la conveniencia de que tenga una alta conductividad térmica, como en el caso de sartenes y ollas, pero un guante de cocina debe tener baja conductividad térmica para no quemar las manos de quien sujeta una olla caliente.



Las características y propiedades físicas de los materiales con los que se hacen diferentes herramientas y utensilios siempre dependen de la tarea a la cual están encomendados. Un cuchillo de cocina debe tener una hoja afilada, resistente y ligera para cortar alimentos con facilidad; mientras que un martillo debe tener una cabeza pesada y resistente para golpear clavos.

A través de la historia y el desarrollo de la tecnología, muchos materiales naturales han sido sustituidos por los sintéticos en diferentes ámbitos, como en la construcción, la vida diaria y la industria del vestido y el calzado.

Los materiales sintéticos como el poliéster y el nailon son más resistentes, duraderos y fáciles de producir en grandes cantidades en comparación con los materiales naturales, como la lana y el algodón; además, son menos costosos y, generalmente, requieren menos cuidado y mantenimiento.

También existen desventajas en el uso de estos materiales, como el impacto ambiental que genera su producción y su desecho, y su menor calidad en comparación con los naturales.







## Medidas en la comunidad

En la actualidad, conocer la cantidad de una sustancia o material facilita el comercio y el intercambio de bienes, además de evitar, en gran medida, engaños en determinadas circunstancias. Por ejemplo, si dos personas venden atole del mismo sabor y con la misma calidad, ¿a quién convendría comprarle si uno de ellos ofrece el tamaño chico en 10 pesos y el grande a 15, mientras que el otro ofrece el chico a 10 pesos, el mediano a 15 y el grande a 20?

Si lo que se quiere es comprar más cantidad de atole por menor precio, se tendría que comparar lo que contiene cada recipiente, pero eso es muy difícil de hacer cuando los vendedores están atendiendo. Se puede estimar cuánto le cabe a cada recipiente viéndolo, pero en ocasiones el exterior es engañoso: el tamaño grande para un vendedor puede ser el chico para el otro.

Por ello, es importante establecer acuerdos respecto a la medición de cuánto hay de algo, para que las personas tengan certeza al momento de adquirir algún material o sustancia, pero también para comunicar cuánto necesitan de algo.

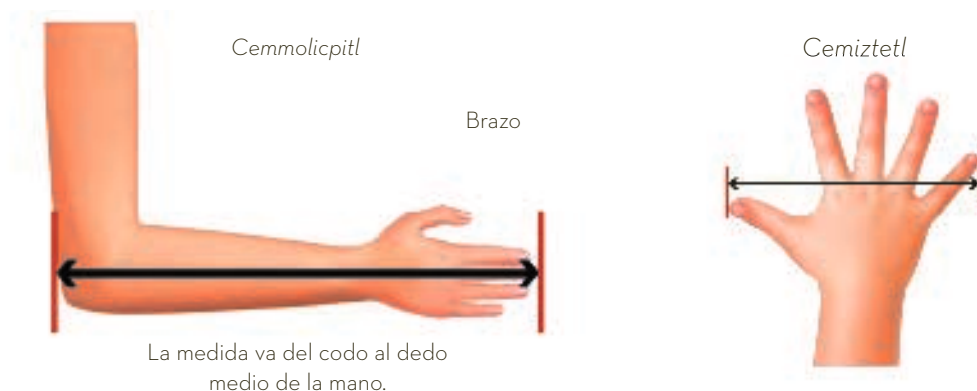
# Las unidades de medición más útiles en nuestros entornos

Los acuerdos respecto a las cantidades dependen del contexto sociocultural, político y económico de cada sociedad, por lo que a lo largo de la historia han cambiado.

En la época prehispánica de nuestro país, cada cultura tenía sus propias formas de medir determinadas cosas. Esto era un inconveniente, pues de una sociedad a otra se tenían medidas diferentes y era complicado intercambiar productos sin conocer las equivalencias de una medida a otra.

Un ejemplo de esto, en las culturas mesoamericanas, es el de los nahuas, quienes comparaban el tamaño de un objeto con el de alguna parte del cuerpo humano o la distancia entre partes del cuerpo. Esta forma de medir utiliza unidades no convencionales para el comparativo, como el tamaño de un pie o un brazo. Otros ejemplos son las medidas de volumen que se utilizaban para el comercio entre diferentes poblados. Algunas de estas medidas se muestran en la siguiente tabla:

| Medida                                           | Descripción                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Cenmaitl</i>                                  | Distancia entre una mano y la otra con los brazos extendidos                                                                                                       |
| <i>Cemmolipitl</i>                               | Distancia del codo a la punta del dedo medio                                                                                                                       |
| <i>Cemiztetl</i>                                 | Distancia comprendida entre los dedos pulgar y meñique                                                                                                             |
| <i>Zontle</i>                                    | Medida usada principalmente para comercializar leña; comprendía una cantidad de 400 unidades.                                                                      |
| <i>Xiquipil</i>                                  | Medida para comercializar principalmente grano; constaba de 8000 unidades.                                                                                         |
| <i>Tlamamalli</i>                                | Medida de la carga soportable durante una jornada laboral por un <i>tlameme</i> ("cargador")                                                                       |
| <i>Cempopolli</i>                                | Cantidad de líquido que absorbe una bola de algodón del tamaño de medio huevo.                                                                                     |
| <i>Centlachipinilli</i> o <i>centlachipintli</i> | Unidad menor para líquidos y cuyo significado es "una gota de algo". Para medir se usaba un pequeño recipiente, generalmente de barro, con una hendidura especial. |



Con el paso del tiempo, varias sociedades acordaron utilizar un sistema de medición común, el Sistema Internacional de Unidades (SI) vigente en la actualidad. Sin embargo, en México, algunas medidas de la cultura prehispánica y de la época virreinal aún son utilizadas en el presente.

Un ejemplo de ello es la cuarta, que equivale a la distancia entre la punta del dedo pulgar y la punta del dedo meñique con la palma estirada (lo mismo que el *cemiztetl*). Esta unidad se utilizaba antiguamente en España, pero fue introducida durante el Virreinato y su uso en aquellos tiempos se normalizó. En algunos lugares del país se le sigue llamando *cuarta*.

En algunas comunidades aún se utilizan sistemas de medición diferentes al SI en la vida cotidiana. Por ejemplo, los usados en el comercio y la adquisición de alimento como la jarra o el vaso con agua.



En el ámbito de la construcción se suele utilizar el costal o el bote como medidas de arena y grava, aunque también el bote sirve como medida de agua. Esto permite a las personas usar las proporciones adecuadas para hacer la mezcla con la que se pegan los ladrillos.

En el ámbito familiar, además de las medidas utilizadas en la comunidad, existen otras más particulares, sobre todo, al momento de preparar alimentos o seguir recetas culinarias; por ejemplo, la pizca. Ésta se usa para medir cuánta sal, pimienta u otro condimento se le debe agregar a determinado platillo. También está la cucharadita, la cucharada sopera o la taza, utilizadas para medir líquidos y sólidos.





Es importante recordar que también hay mediciones más precisas y convencionales que se hacen con instrumentos específicos. En diversos ámbitos se utilizan medidas como el metro (m) para cuantificar longitudes relativamente grandes, sobre todo en pruebas de condición física. Para longitudes pequeñas se suele usar el centímetro (cm) o el milímetro (mm), los cuales se miden con una regla. Otra unidad es el grado para medir ángulos ( $^{\circ}$ ) o el gramo (g) para medir la masa. El metro cuadrado ( $m^2$ ) se usa para medir superficies como la del patio, el piso del salón o una cancha.



Las medidas no convencionales antes descritas difieren de una persona a otra. La pizca de una persona con manos pequeñas no corresponde exactamente con la pizca de otra con una mano más grande. Este problema llevó a que varias medidas no convencionales se desecharan de los ámbitos comercial y científico, debido a que varían de persona a persona, lo cual carece de certidumbre. Derivado de ello se establecieron acuerdos mundiales para evitar interpretaciones imprecisas entre las personas e, inclusive, entre países.

A lo largo de la historia se han utilizado diferentes sistemas de medición para cuantificar las mismas magnitudes, las cuales han sido llamadas de acuerdo al idioma o lengua de la sociedad que los utiliza. Por ejemplo, el *cemiztetl* para los nahuas es prácticamente lo mismo que la cuarta española; pero, a su vez, estas unidades quedaron en desuso en ámbitos comerciales y científicos debido a su baja fiabilidad.

La sustitución de medidas no convencionales por convencionales a través de la historia se originó por la necesidad de mejorar la representación de cantidades y evitar imprecisiones. Un gran impulso para establecer acuerdos entre las personas de todo el mundo sobre las diferentes medidas se dio durante la época de la Ilustración, a finales del siglo XVIII, con la introducción del sistema métrico decimal, el cual fue sustituido por el Sistema Internacional de Unidades que se utiliza actualmente.





# Metrología

La metrología, al igual que la física, es una ciencia. Estudia cómo se deben medir las magnitudes físicas para tener la certeza de que sea correcto el valor correspondiente; además, propone métodos de medición precisos.

Cada país tiene una institución encargada de establecer los prototipos y procesos para realizar mediciones en el ámbito comercial, industrial y científico. Además, ofrece a las personas servicios de calibración de instrumentos y proporciona patrones de referencia que contribuyen a la exactitud de las mediciones.

En México, la institución que se encarga de gestionar los sistemas medición es el Centro Nacional de Metrología (Cenam).

## Instrumentos de medición

El Cenam ha adoptado al Sistema Internacional de Unidades (SI) desde su creación.

El SI tiene siete magnitudes físicas básicas o fundamentales y cada una de éstas se cuantifica a partir de una unidad de medida. Para medir una magnitud física en un cuerpo o sustancia se deben diseñar instrumentos de medición graduados con la unidad de medida de la magnitud física correspondiente, esto con la intención de que su medición en ámbitos comerciales, industriales o científicos sea accesible, rápida y precisa.



De manera cotidiana, se utilizan diferentes instrumentos de medición, los cuales han sido elaborados por un fabricante con base en las especificaciones establecidas por el Cenam.

Uno de los instrumentos convencionales para medir la longitud o distancia entre dos puntos es la regla. Este instrumento se utiliza mucho, por ejemplo, en la venta de telas o en aquellos productos que se venden por longitud en una mercería. La graduación de la regla tiene marcas que indican mediciones pequeñas o subdivisiones como milímetros y centímetros.



Otro instrumento para hacer mediciones de longitud es la cinta métrica, hecha de un material flexible (plástico o tela) y graduada en metros y en sistema inglés con subdivisiones de éste. Se usa para medir superficies planas y curvas.

Otro instrumento es el *flexómetro*, que consta de una cinta métrica metálica flexible.

Existen otros instrumentos para medir la longitud, pero cada uno tiene su rango de operación, ya que dependiendo de lo que se quiera medir, se debe optar por utilizar un instrumento u otro. Si lo que se quiere medir tiene longitud de unos cuantos centímetros, se puede usar una regla o un flexómetro, pero si lo que se quiere medir es más pequeño que un milímetro, como el diámetro de un cabello, ninguno de estos instrumentos servirá porque su escala no incluye marcas más pequeñas que los milímetros.

En la actualidad, existen instrumentos que pueden medir longitudes de una millonésima parte de milímetro.

Para medir el tiempo, es muy fácil hacerlo con los teléfonos inteligentes o teléfonos celulares, los cuales ya incluyen entre sus aplicaciones cronómetros muy precisos y graduados en segundos e, incluso, en décimas y centésimas de segundo. También se utilizan los relojes digitales o mecánicos para medir el tiempo; la mayoría de éstos tienen graduación en segundos.



Para medir la masa, actualmente existen básculas digitales graduadas en kilogramos. También se usan las básculas mecánicas, las cuales tienen un brazo y una pequeña pesa que, dependiendo de dónde se coloque, alcanza el equilibrio si la masa del objeto coincide con la marcada en la pesa.

La temperatura se mide con diferentes instrumentos llamados *termómetros*, ya sean digitales o de mercurio. Los termómetros de mercurio cada vez se utilizan menos debido a que este elemento es tóxico si se manipula con las manos descubiertas.

Al igual que los instrumentos que miden otras magnitudes físicas, también hay diferentes escalas en los termómetros. Por ejemplo, un termómetro clínico está hecho para medir la temperatura en intervalos de  $34^{\circ}\text{C}$  a  $42^{\circ}\text{C}$ , por lo que no sirve para medir la temperatura del agua hirviendo, pues esto ocurre a los  $100^{\circ}\text{C}$ , a nivel del mar.



Por otro lado, la corriente eléctrica también tiene características medibles; así, la intensidad de la corriente se mide en amperes (A). El instrumento que más se utiliza para mediciones eléctricas es el amperímetro, el cual está incluido en un dispositivo llamado *multímetro*, que además de la intensidad de la corriente eléctrica mide otras magnitudes físicas como la resistencia.



Existen muchos otros aparatos e instrumentos de medición, lo importante es saber qué se quiere medir para identificar el instrumento más preciso, además de conocer el rango en el que están la medida y las unidades correspondientes.

Otro aspecto importante es distinguir entre las mediciones directas, que se realizan con un único instrumento, y las mediciones indirectas, para las cuales es necesario conocer las magnitudes físicas con las que se hará el cálculo de la medición.

La longitud o la temperatura son magnitudes físicas que se miden directamente, mientras que la velocidad de un objeto o la intensidad luminosa de una lámpara o pantalla digital son magnitudes físicas que se conocen a través de una medición indirecta.



De manera cotidiana se utilizan diferentes instrumentos de medición, donde el fabricante se basa en las especificaciones de cada unidad de medida establecidas por el Cenam. Así, se pueden hacer mediciones confiables de las magnitudes físicas fundamentales de los objetos.



## Notación científica y órdenes de magnitud

Para medir una magnitud física es importante conocer el instrumento de medición adecuado y que tenga la escala correspondiente. De no ser así, se corre el riesgo de hacer mediciones no confiables e incluso se puede estropear el instrumento o dispositivo de medición por una manipulación inadecuada.

Los órdenes de magnitud corresponden al rango aproximado en el cual se encuentra la medida de una magnitud física. Son útiles para establecer con qué instrumento se realizará la medición. Hay dos formas de expresar estos tipos de órdenes: con notación científica y con prefijos en las unidades de medida de las magnitudes físicas.

La notación científica utiliza potencias del número 10, ya que facilita los cálculos matemáticos. La potencia de base 10 se traduce en el número de ceros que se escriben a la derecha del 1. Así, para el caso de  $10^6$  sin multiplicar seis veces 10, se tiene que el resultado es 1 seguido de seis ceros: 1 000 000.

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

Las potencias también pueden ser negativas, lo que significa que hay que dividir 1 entre el número a la potencia sin el signo negativo, por ejemplo:

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9} = 0.1$$

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16} = 0.0625$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{100\,000} = 0.00001$$



En la notación científica también se utilizan las potencias negativas de 10, debido a la facilidad para realizar la división entre las potencias de dicho número. Como se ve en el ejemplo anterior, la potencia negativa de 10 se traduce en el número de lugares que hay que recorrer el punto decimal hacia la izquierda. Por ejemplo, en  $2 \times 10^{-2}$ , donde se observa que el punto decimal que está del lado derecho del 2 se recorre dos lugares y se completan los sitios vacíos con ceros:

$$2 \times 10^{-2} = 2 \times \frac{1}{10^2} = 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$2 \times 10^{-2} = 0.02$$

El punto decimal se recorre dos lugares a la izquierda.

La tabla que sigue muestra los prefijos de las unidades de medida que se utilizan para expresar las cantidades de las magnitudes físicas, así como el equivalente en notación científica.

| Prefijo | Símbolo | Notación científica | Equivalencia decimal                     |
|---------|---------|---------------------|------------------------------------------|
| quetta- | Q       | $\times 10^{30}$    | 1000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 |
| ronna-  | R       | $\times 10^{27}$    | 1000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 |
| yotta-  | Y       | $\times 10^{24}$    | 1000 000 000 000 000 000 000 000 000     |
| zetta-  | Z       | $\times 10^{21}$    | 1000 000 000 000 000 000 000 000         |
| exa-    | E       | $\times 10^{18}$    | 1000 000 000 000 000 000 000             |
| peta-   | P       | $\times 10^{15}$    | 1000 000 000 000 000 000                 |
| tera-   | T       | $\times 10^{12}$    | 1000 000 000 000 000                     |
| giga-   | G       | $\times 10^9$       | 1000 000 000                             |
| mega-   | M       | $\times 10^6$       | 1000 000                                 |
| kilo-   | k       | $\times 10^3$       | 1000                                     |
| hecto-  | h       | $\times 10^2$       | 100                                      |
| deca-   | da      | $\times 10^1$       | 10                                       |





| Prefijo | Símbolo | Notación científica | Equivalencia decimal                      |
|---------|---------|---------------------|-------------------------------------------|
| deci-   | d       | $\times 10^{-1}$    | 0,1                                       |
| centi-  | c       | $\times 10^{-2}$    | 0,01                                      |
| mili-   | m       | $\times 10^{-3}$    | 0,001                                     |
| micro-  | $\mu$   | $\times 10^{-6}$    | 0,000 001                                 |
| nano-   | n       | $\times 10^{-9}$    | 0,000 000 001                             |
| pico-   | p       | $\times 10^{-12}$   | 0,000 000 000 001                         |
| femto-  | f       | $\times 10^{-15}$   | 0,000 000 000 000 001                     |
| atto-   | a       | $\times 10^{-18}$   | 0,000 000 000 000 000 001                 |
| zepto-  | z       | $\times 10^{-21}$   | 0,000 000 000 000 000 000 001             |
| yocto-  | y       | $\times 10^{-24}$   | 0,000 000 000 000 000 000 000 001         |
| ronto-  | r       | $\times 10^{-27}$   | 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001     |
| quecto- | q       | $\times 10^{-30}$   | 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 001 |

La forma de utilizar estos prefijos o la expresión científica se muestra en el siguiente ejemplo:

En una carrera, los participantes deben correr 10 000 m, cantidad que se puede simplificar con el prefijo adecuado. Al observar la tabla, se identifica que el orden de magnitud de la longitud que van a correr es 1 000 (rango en que se encuentra la medida). Esto corresponde al prefijo *kilo*, por tanto, en lugar de leer 10 000 m se simplifica y se expresa como 10 km (k es el símbolo del prefijo *kilo* y m es el símbolo de *metro*). En cambio, si se utiliza la notación científica, la expresión queda como  $10 \times 10^3$  m.

La notación en potencias de 10 es más utilizada para realizar cálculos, el superíndice indica cuántas veces hay que multiplicar 10 para después multiplicarlo por la cantidad que está a la izquierda del símbolo  $\times$ .

Las potencias de 10 ayudan a dimensionar cantidades muy grandes y muy pequeñas. Por ejemplo, el tamaño del cuerpo de una neurona (célula nerviosa) es de aproximadamente 20  $\mu$ m: primero está el símbolo del prefijo micro que es  $\mu$ , seguido del símbolo de la unidad de medida m, que es metro y por ello la unidad se lee “micrómetro”. Para saber a qué proporción del metro equivale este dato, se escribe la expresión en potencia de base 10 como  $20 \times 10^{-6}$  m; esto equivale a recorrer el punto decimal seis lugares a la izquierda; como la potencia tiene un signo negativo, la expresión se escribe  $20 \times 10^{-6}$  m = 0.000020 m. Por lo tanto, 20  $\mu$ m equivalen a 20 millonésimas de un metro.



## Aplicaciones de la metrología



Los órdenes de magnitud ayudan a establecer el rango de una magnitud física. También sirven para simplificar las expresiones que se quieren comunicar; por ejemplo, 5 972 000 000 000 000 000 000 000 kg es la masa de la Tierra, pero su expresión se simplifica al utilizar prefijos como 5.972 yottagramos o 5.972 Y. Por otra parte, para facilitar cálculos matemáticos se tiene la expresión en potencias de 10:  $5.972 \times 10^{24}$  kg.

La metrología está relacionada con varios campos, entre ellos el económico, comercial, industrial y científico, e inclusive con la vida cotidiana, ya que es necesario saber con qué instrumentos se deben hacer mediciones exactas de la magnitud física de interés.

La exactitud es un término que sirve para establecer qué tanto se acerca el valor medido específico, con ayuda de un instrumento, al valor real. Por ejemplo, el ancho de un cuaderno se puede medir con una regla de 30 cm; normalmente da un valor de 16.0 cm que es equivalente a 160 mm. Pero la regla sólo está graduada en mm, por lo que no se puede saber la longitud con una exactitud de diezmilésimas de metro, pues la regla no tiene graduación para estas subunidades.

Los órdenes de magnitud sirven para expresar cantidades muy grandes o muy pequeñas con relativa facilidad; además, saber el rango o la escala en la que se puede encontrar la cantidad de una magnitud física, ayuda a elegir el instrumento adecuado para realizar la medición.





## Medidas de mitigación y adaptación en tu comunidad ante el cambio climático

El cambio climático es la variación global de la temperatura de la Tierra. Afecta a todos los seres vivos, incluidos los seres humanos, tanto a nivel local como global. Produce daños ambientales graves como escasez de agua, tormentas, aumento en el nivel del mar, inundaciones, deshielo de los polos, sequías intensas, incendios forestales, además de una importante pérdida de la biodiversidad. Esta situación es preocupante, pero, afortunadamente, se conocen soluciones para contrarrestar el incremento de la temperatura del planeta.

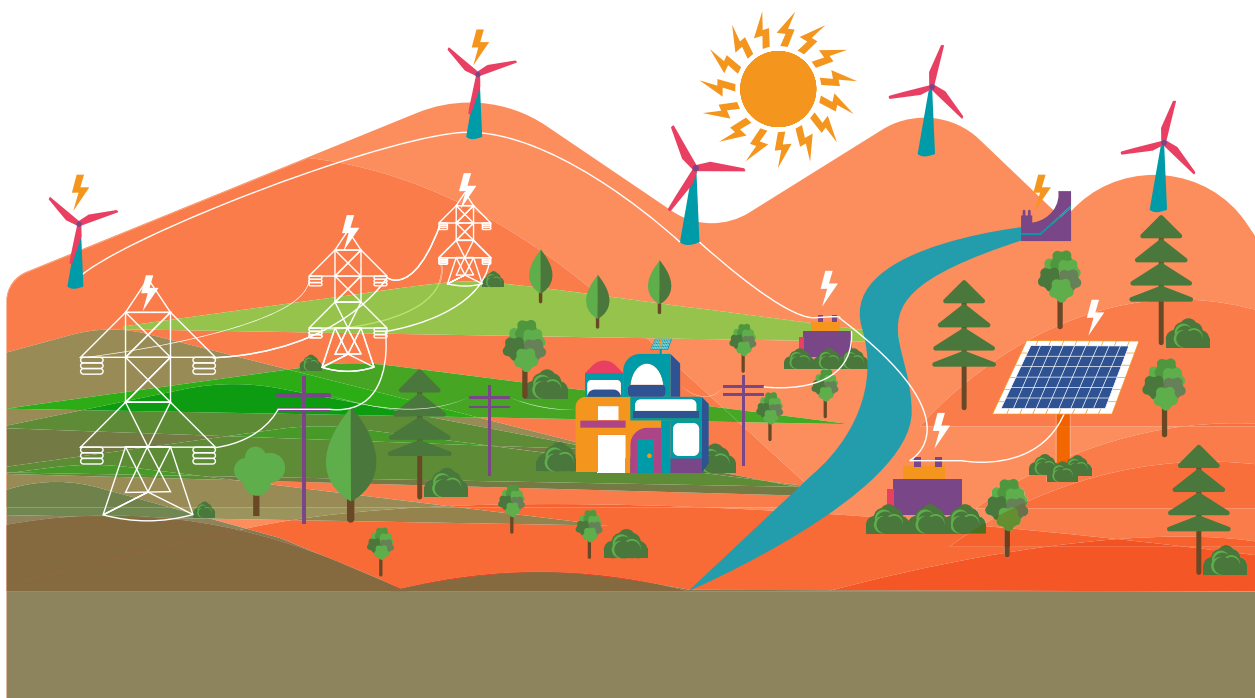
## Efecto invernadero y cambio climático

La Tierra se encuentra en constante cambio, los continentes se mueven, surgen nuevas montañas, lagos, ríos, e incluso el clima se ha modificado a lo largo de millones de años. Sin embargo, el cambio climático actual está siendo acelerado por los efectos de diversas acciones humanas.

Los esfuerzos para ayudar a minimizar los efectos del cambio climático, hasta hace poco tiempo, se habían centrado en limitar las emisiones de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) a la atmósfera, pero los estudios realizados por la comunidad científica propiciaron que las acciones internacionales se diversificaran y se promovieran políticas de adaptación y mitigación de dicho cambio. Estas dos estrategias son complementarias y, aunque presentan diferentes desafíos, convergen en el objetivo final.

Las medidas de mitigación son las acciones que están dirigidas a reducir y limitar las emisiones de gases de efecto invernadero. De acuerdo con la Organización de las Naciones Unidas (ONU), hay diez acciones con las que se puede contribuir para hacer frente a la crisis climática. A continuación, se mencionan algunas:

- **Ahorrar energía en la casa.** Se puede reducir el uso de la calefacción y el aire acondicionado, así como de la secadora de ropa, cambiar los focos incandescentes por los de LED, comprar electrodomésticos de bajo consumo de energía, desconectar el cargador del celular cuando no está en uso, entre otras medidas.
- **Usar energías alternas.** Esta acción favorece la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero (GEI).

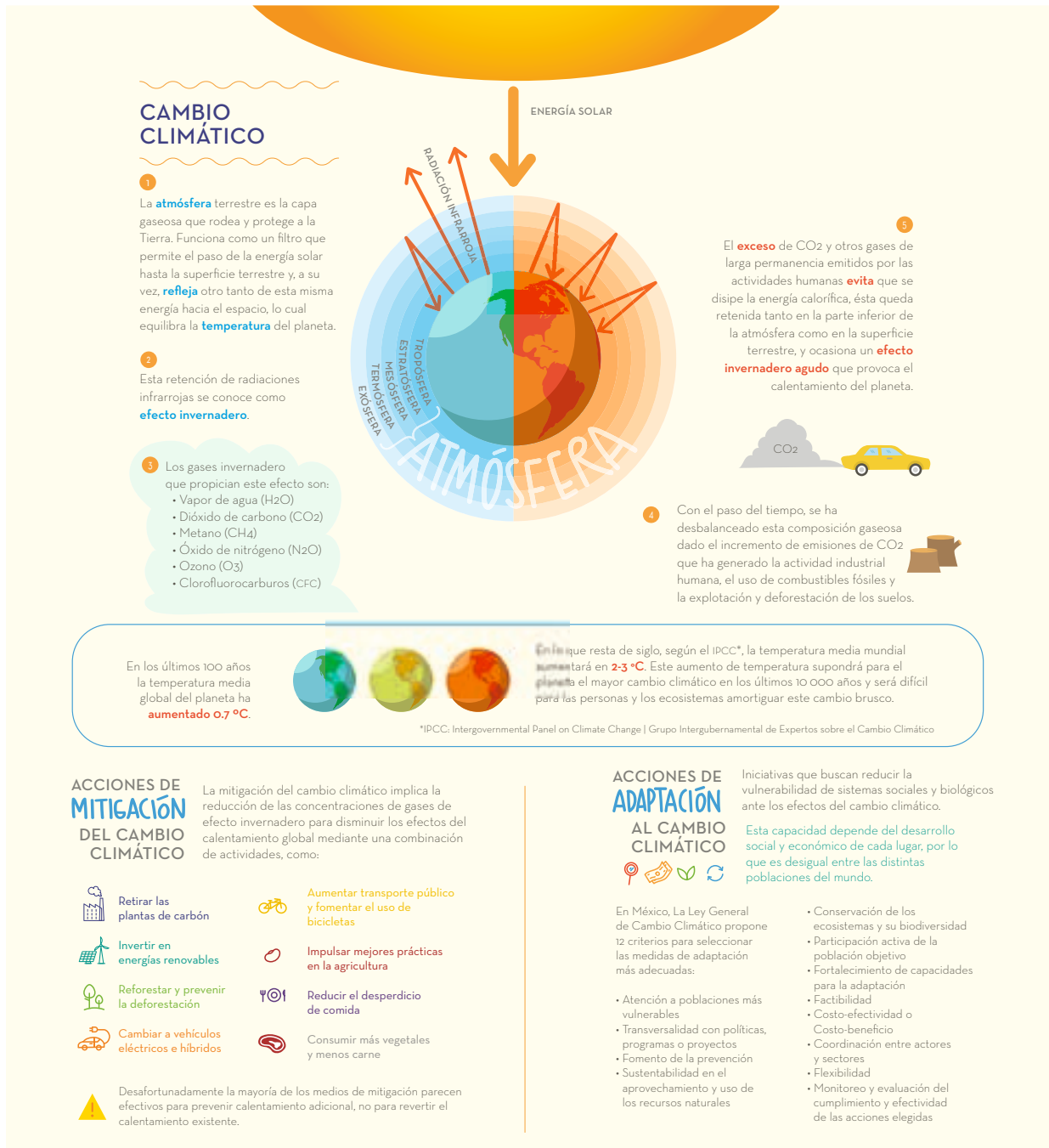


- ▶ **Utilizar menos el automóvil.** Caminar, usar bicicleta o el transporte público en lugar de usar el automóvil reduce las emisiones de gases de efecto invernadero y trae consigo un beneficio para la salud y la condición física.
- ▶ **Comer más verduras.** La producción de alimentos de origen vegetal, como verduras, frutas, cereales y legumbres, genera menos emisiones de gases de efecto invernadero y requiere menos energía, suelo y agua. Consumir menos carne y productos lácteos puede reducir considerablemente el impacto al ambiente.
- ▶ **Tirar menos comida.** Cuando se tira comida, se están desperdiciando los recursos y la energía que se utilizó para cultivarla, cosecharla, envasarla y transportarla, además, si se descompone junto con la basura produce metano (gas de efecto invernadero). Por estas razones, una forma de mitigación es no comprar alimentos en exceso.
- ▶ **Reducir, reutilizar y reciclar.** Los artículos que se compran, tales como ropa, aparatos electrónicos o comida, causan emisiones de carbono en cada eslabón de la cadena de producción. Esto incluye desde la extracción de las materias primas hasta la elaboración y el transporte de productos. Por tanto, para mitigar el cambio climático es indispensable comprar sólo lo necesario, así como reparar, reutilizar y reciclar lo que se pueda.

Las medidas de adaptación, a diferencia de la mitigación, reducen la vulnerabilidad de las poblaciones humanas ante los efectos del cambio climático. Hay muchas formas de adaptarse a lo que está ocurriendo o va a ocurrir, por ejemplo:

- ▶ **Reforestar los bosques y restaurar los ecosistemas dañados.** Esto favorece la recuperación de poblaciones de plantas y animales que se pierden con los incendios forestales, las inundaciones y las sequías, por mencionar algunos.
- ▶ **Alternar los cultivos.** Esta acción ayuda a regresar al suelo los nutrientes sin utilizar agroquímicos o a interrumpir estratégicamente los ciclos de plagas y enfermedades.
- ▶ **Impulsar la investigación.** Con ello, es posible el desarrollo e implementación de soluciones para prevenir catástrofes naturales.
- ▶ **Desarrollar protocolos de actuación en situaciones de desastre.** Contar con una serie de indicaciones que se deben seguir para disminuir riesgos, como los previstos ante un huracán.

El efecto invernadero es un fenómeno natural que mantiene la temperatura de la Tierra en condiciones óptimas para la vida, pero las actividades humanas que generan gases como metano, dióxido de carbono y ozono intensifican dicho proceso. No obstante, los pequeños cambios en las comunidades producen grandes efectos benéficos en la Tierra: lo que se come, el procesamiento de la basura, así como el cuidado de cuerpos de agua, de hábitats, de ecosistemas y de especies, entre otras acciones, amortigua el impacto del cambio climático sobre los seres vivos y el planeta.



La adaptación y la mitigación del cambio climático tienen por igual la misma importancia, pero es necesario hacer ambas cosas. Una persona puede ayudar a mitigar si reduce las emisiones de carbono de su propia vida o si apoya el uso de energías renovables, por ejemplo. Pero también puede ayudar con las acciones de adaptación si conoce las características ambientales del lugar donde vive y respeta los protocolos que brindan las autoridades para practicar acciones que reduzcan los riesgos.



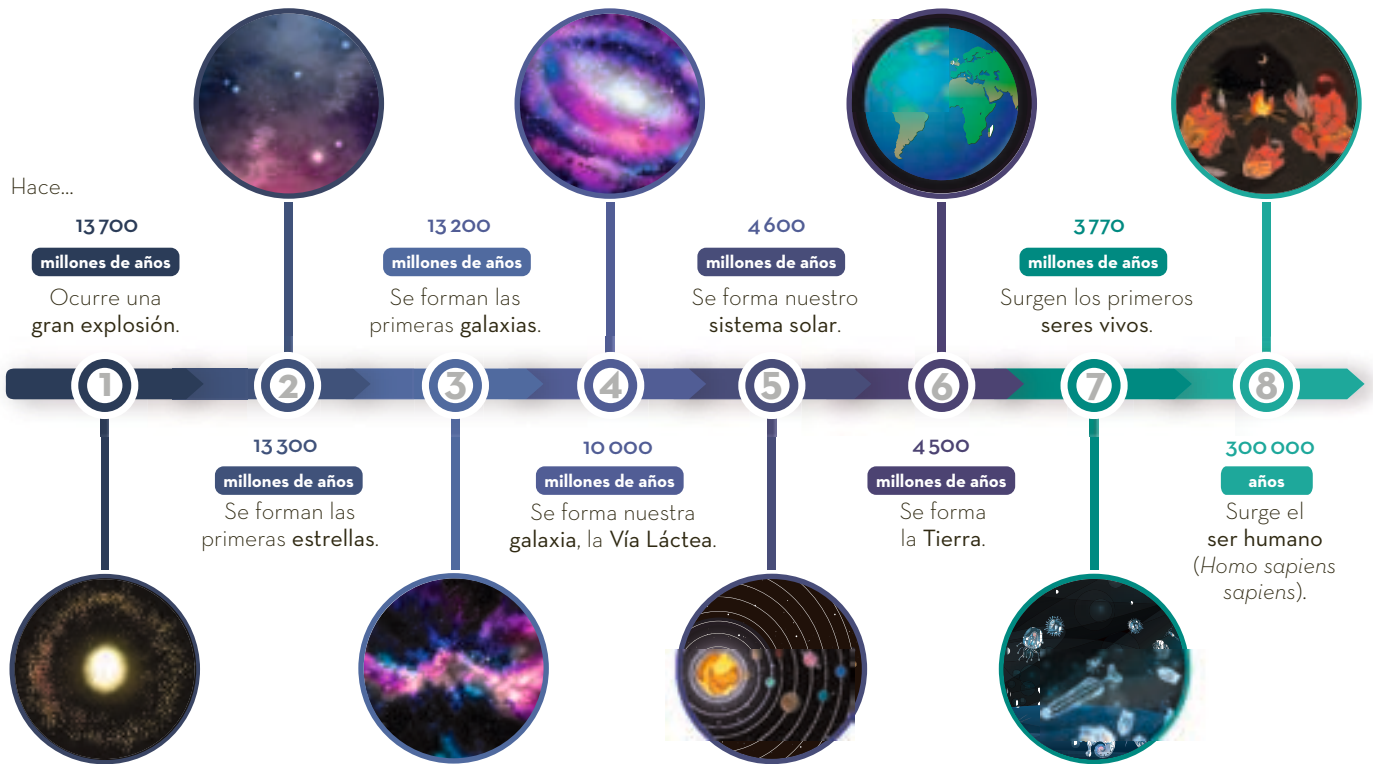
# Origen y evolución del Universo

El origen y evolución del Universo han sido objeto de muchos estudios por parte de los científicos, desde la teoría de la Gran Explosión, o Big Bang, hasta el desarrollo del Gran Colisionador de Hadrones.



# La Gran Explosión

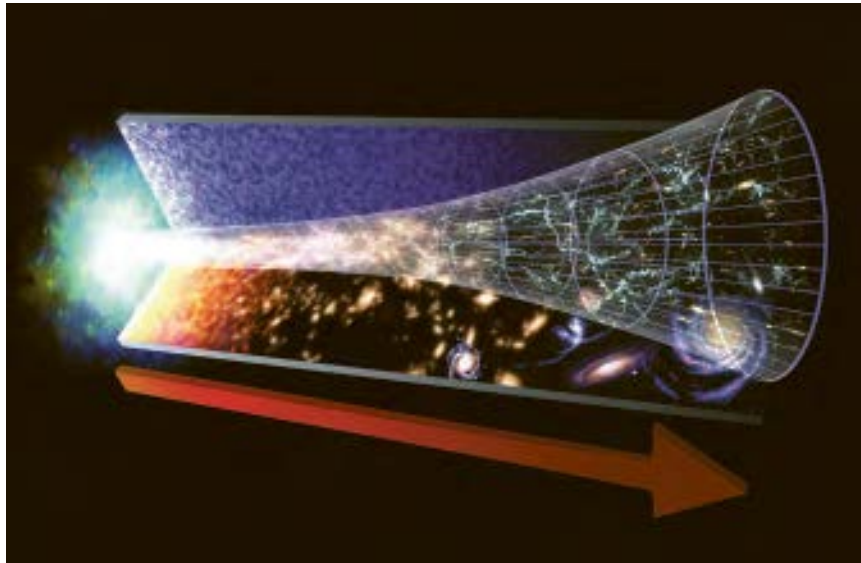
Desde tiempos ancestrales la humanidad se ha preguntado de dónde viene y cómo se originó el Universo. La teoría más aceptada acerca del origen del Universo es la Gran Explosión, propuesta por el físico ruso-estadounidense George Gamow (1904-1968), en 1940, la cual plantea cómo se inició el Universo hace 13 700 millones de años en una explosión gigantesca, tal como se muestra en el siguiente esquema:



Según la teoría de la Gran Explosión, en un principio la materia y la energía se encontraban concentradas en un punto inicial extremadamente denso y con una temperatura más alta de lo imaginable. Después, en un instante, la materia condensada explotó en todas direcciones y comenzó su expansión en forma de gas y polvo. Estos últimos formaron las partículas subatómicas que, posteriormente, dieron origen a los átomos. Conforme se expandía, se enfriaba a gran velocidad y, simultáneamente, se condensaba.

La energía elemental generada aglomeró la materia hasta formar estrellas y galaxias, mantuvo unidas las partículas resultantes y creó los campos eléctricos y magnéticos.

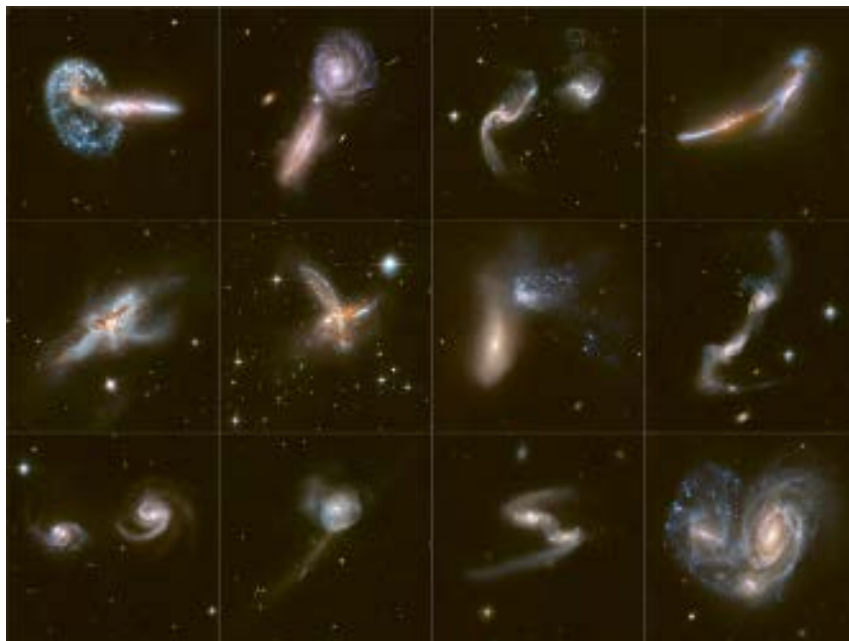
De acuerdo a la teoría de la Gran Explosión, cuando se expandía la nube de gas y polvo, también se expandía el espacio.



La teoría del Big Bang de Gamow ha sido objeto de estudio por la comunidad científica de diversas maneras. El astrónomo norteamericano Edwin P. Hubble (1889-1953), en 1920, observó dos características fundamentales del Universo:

- ▶ Las nebulosas hasta ese tiempo conocidas eran conjuntos inmensos de estrellas similares a la Vía Láctea.
- ▶ Las galaxias se hallaban separadas unas de otras por enormes distancias. La mayoría de ellas se alejan entre sí con una velocidad aproximadamente proporcional a la distancia que las separa.

Con estas características, Hubble determinó que cuanto más distantes se encontraran las galaxias, más rápidamente se separan o alejan. De esta manera concluyó que el Universo se encuentra en expansión permanente. Por ello, las galaxias están cada vez más separadas por inmensos espacios vacíos.



En las décadas de los años cincuenta a setenta del siglo xx, el astrónomo norteamericano Allan R. Sandage (1926-2010) utilizó un telescopio en el Monte Palomar, situado en Los Ángeles, California, para medir la velocidad de las galaxias lejanas y determinó cómo se desplazan. Tal hecho confirmó su desplazamiento hacia el infinito y concuerda con el inicio explosivo.

Para medir la velocidad de las galaxias se estudia la radiación, pues cuando ocurrió la Gran Explosión se generó una gran cantidad de energía; la radiación producida permite la medición de la velocidad de las galaxias. Para dicha medición se construyeron telescopios especiales y sondas como el satélite Cobe, en 1992, el cual busca más datos en el espectro de radiación.

En la actualidad, los científicos intentan recrear las condiciones del Big Bang mediante la simulación en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés), fabricado por la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN, por sus siglas en francés), ubicado en Ginebra, Suiza. Es el equipo de investigación más complejo, grande y costoso construido por la humanidad.

El Gran Colisionador de Hadrones es un acelerador de partículas de casi 27 km de circunferencia, ubicado a 100 m bajo tierra y en él viajan haces de protones en sentidos opuestos.

En este equipo, los protones viajan a velocidades cercanas a las de la luz y chocan entre ellos. Con la ayuda de cuatro gigantes detectores, buscan descifrar cómo fueron las condiciones iniciales de la Gran Explosión.



La comprobación de la teoría de la Gran Explosión ha sido y es un trabajo arduo, en el cual miles de mujeres y hombres han dedicado sus vidas al estudio del origen del Universo. Aunque en muchos casos tuvieron resultados infructuosos, continúan con la investigación y el desarrollo de proyectos sobre este tema.



En la actualidad, científicas y científicos buscan respuestas para predecir qué pasará con el Universo. Algunos piensan que continuará su expansión para siempre, mientras otros opinan que se expandirá hasta cierto punto y luego comenzará a contraerse hasta convertirse en una bola explosiva, repitiéndose el ciclo.

# Resolución de problemas

Desde épocas remotas, el ser humano ha buscado explicaciones a los fenómenos que le rodean. Algunos de los primeros problemas que intentó resolver tenían relación con sus necesidades de alimentación y vestido. Después, mirar el firmamento y entender lo que en él ocurría y su relación con lo cotidiano, entre otras actividades.

Para resolver esos problemas, dedicó tiempo a observar y a proponer modelos sencillos que le permitieran comprender lo que pasaba en su entorno.



## Problemas de la vida cotidiana

Gracias al productivo avance de la física en la historia de la humanidad, en la actualidad es posible explicar diversos fenómenos como las causas del movimiento, el funcionamiento de la electricidad o las propiedades físicas de la materia. Sin embargo, para comprender y compartir estas y otras explicaciones, quienes realizaron estos hallazgos primero afrontaron problemas de la vida cotidiana, porque estas situaciones fueron la base de la ciencia. Se debe recordar que la física se encuentra en todas partes.

La física moderna es fruto del trabajo de mujeres y hombres que han destinado recursos para conocer, principalmente, la manera en que está constituida la materia y la energía, así como sus aplicaciones. Para ello, han formulado diversas preguntas y buscado distintas formas de resolverlas. Algunas estrategias utilizadas son la observación, la comparación, la recreación de condiciones experimentales, entre otras habilidades propias de quienes se dedican a esta ciencia.

Los procesos empleados para resolver las preguntas o los problemas que se presentan constituyen un método, denominado *científico*, el cual permite aplicar y desarrollar el pensamiento objetivo, racional y sistemático. Gracias a él, es posible resolver cuestionamientos como éstos: ¿por qué los objetos cambian de posición?, ¿cómo se refleja la luz?, ¿por qué no se cae la Luna sobre la superficie de la Tierra?, ¿qué es la electricidad y de dónde proviene?, ¿cómo viaja la luz?, ¿de qué está conformado el Universo?



Como se ha mostrado, hay muchas interrogantes acerca de los fenómenos naturales y los objetos que conforman al Universo, los cuales se resuelven o explican a través de la física.

Gracias a los estudios y resultados obtenidos en la física se sustentan la fabricación y el funcionamiento de muchas de las herramientas y aparatos utilizados en las actividades diarias, así como de aquellos que ayudan a mejorar la comunicación, el transporte, la salud, el entretenimiento, entre muchas otras cosas. También existe conocimiento que genera nuevas líneas de investigación, el cual aporta más herramientas a las científicas y los científicos.



## Categorización del pensamiento científico

El pensamiento científico es la capacidad que tienen los seres humanos de formular ideas y representaciones en su mente de forma racional, es decir, mediante el desarrollo de la capacidad de pensar para actuar, al hacer distinciones entre lo adecuado y lo no adecuado en distintas situaciones. También es objetivo, es decir, se basa en la observación del entorno. Por tanto, diversas ciencias, como la física o la biología, requieren del pensamiento científico. No obstante, este tipo de pensamiento no es de uso exclusivo de la ciencia, también ayuda a explicar fenómenos que ocurren en el entorno.

El pensamiento científico no puede carecer de orden, pues todas las acciones o los elementos que lo integran guardan relación entre sí.



El pensamiento científico parte de la observación sistemática de un fenómeno o un comportamiento peculiar que algunas veces requiere analizarse múltiples veces y en diversas condiciones para identificar las causas o variables que lo producen. Así, se identifica un problema y se centra la atención en su resolución. A continuación, se muestran algunas categorías del pensamiento científico mientras se busca solución a una problemática.

En principio, se requiere de un conjunto de suposiciones o conjeturas sobre las causas que originan la problemática. Estas suposiciones se conocen con el nombre de *hipótesis*. Las hipótesis se comprueban, es decir, se verifica que sean correctas o no. Este proceso se hace de forma experimental o con la búsqueda de información en distintas fuentes de consulta.

También, para confirmar o rechazar una hipótesis, se diseñan y emplean diversos dispositivos que reproduzcan el fenómeno, con los cuales se controlan (miden y analizan) las variables que lo afectan.

Quienes se dedican a la ciencia suelen ser muy minuciosos al comprobar los resultados de las hipótesis. Por esta razón, el pensamiento científico los lleva a registrar toda la información obtenida y a organizarla mediante gráficas, tablas u otros recursos.



Con el análisis de la información es posible establecer algunas conclusiones que posteriormente se comparten con otros colaboradores, quienes comprueban los resultados mediante la experimentación o el método de su elección, otorgando así a la ciencia un carácter universal y colaborativo. Una vez verificadas las conclusiones y haber descartado o modificado las hipótesis, se publican los resultados, mismos que la comunidad científica puede emplear para atender otras problemáticas.

Finalmente, se elaboran leyes o principios, es decir, se dan explicaciones para resolver la problemática que originó todas las demás categorías. El conjunto de leyes constituye una *teoría*.



A diferencia del pensamiento cotidiano, que parte del sentido común y de los saberes adquiridos con la experiencia y los saberes comunitarios, el pensamiento científico se guía por el método científico.



El pensamiento científico, a diferencia del pensamiento cotidiano o empírico, no sólo busca la resolución de un problema, sino que lo aborda de manera objetiva y racional. Además, es demostrable, verificable, sistemático y metódico.





# La conformación de la materia

Los científicos y pensadores antiguos buscaron explicaciones para los distintos fenómenos cotidianos, uno de los cuales es la constitución de la materia. Aristóteles (384-322 a. n. e.), un filósofo griego, pensaba que si se dividía infinitamente un pedazo de materia, cada pequeña parte de ella seguiría conservando sus características. ¿Hasta qué límite se puede dividir la materia?

Leucipo (450-370 a. n. e.) y Demócrito (460-370 a. n. e.), también filósofos griegos, sostuvieron que la materia está compuesta por partículas mínimas llamadas *átomos*, palabra que proviene del griego y significa “indivisible”, pues consideraban que eran las partículas más pequeñas en que se podía dividir la materia.

Ellos consideraban que estas partículas eran imperceptibles a la vista humana e infinitas, que se encontraban en perpetuo movimiento y entre ellas había un espacio vacío. Según las fuerzas que las unían, la materia tendría diferentes propiedades, la más visible de las cuales sería el estado en que se encuentra en la naturaleza.

## Modelos atómicos

A partir de los avances tecnológicos y científicos derivados de la Revolución Industrial, desarrollada durante la segunda mitad del siglo XVIII, quienes se dedicaban a la ciencia, llamados *filósofos de la naturaleza*, comenzaron a proponer modelos que explicaban la composición de la materia.

La ciencia usa modelos para representar y compartir los conocimientos adquiridos por medio de la indagación y el método científico. Sin embargo, esos modelos no son permanentes, como tampoco lo son las explicaciones científicas, pues cambian con el tiempo, se modifican o se toman como punto de partida para un nuevo modelo. También es posible que un modelo deje de ser útil porque surge otro más apropiado para explicar cierto fenómeno. Estos cambios surgen a partir de la innovación de sus herramientas de trabajo y la creación de nuevas líneas de investigación.

Para estudiar la estructura fundamental de la materia, el átomo, surgieron cuatro modelos iniciales.

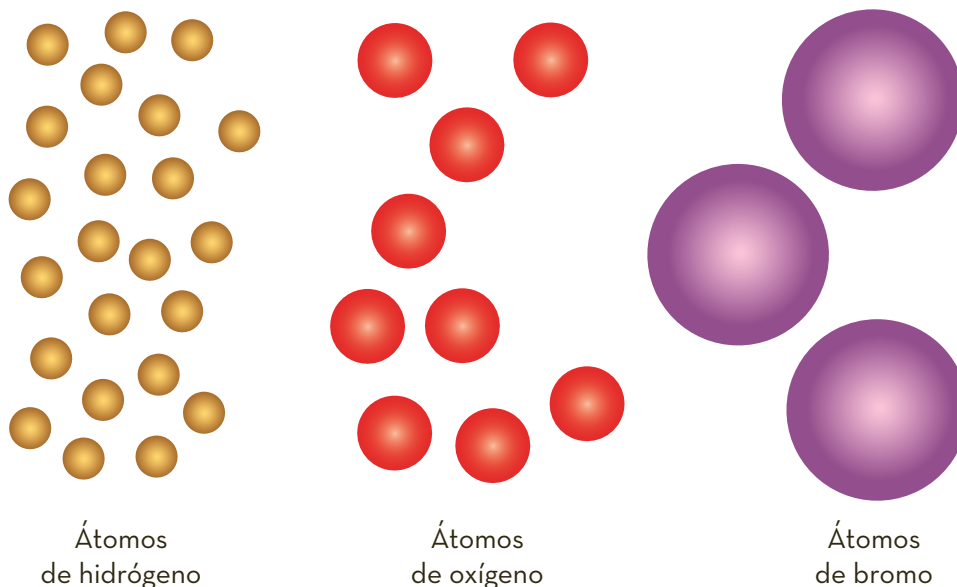
En el siglo XVIII, aún había debates sobre cómo estaba conformada la materia. De acuerdo con las ideas heredadas de los griegos, algunos creían que estaba constituida por tierra, agua, aire y fuego; otros, por su parte, apoyaban la teoría de los griegos según la cual la materia estaba formada por pequeñas partículas indivisibles y sólidas llamadas *átomos*. Fue hasta principios del siglo XIX cuando el naturalista inglés John Dalton (1766-1844) retomó esta segunda idea y, con base en estudios que había hecho con gases, comprobó la existencia de los átomos. A su trabajo lo llamó *teoría atómica*.



Según Dalton, los átomos son las unidades más pequeñas en que se divide la materia. Todos los átomos de un elemento puro son idénticos entre sí en masa y propiedades, similares a bolas sólidas, como se muestra en la imagen; además, conservan las propiedades de la materia macroscópica y cuando se someten a una reacción química ocurre un reordenamiento de átomos sin que haya creación ni destrucción de materia, formando así átomos compuestos (moléculas).

Dalton propuso que los cuerpos estaban formados por un número definido de átomos.

### Modelo de John Dalton



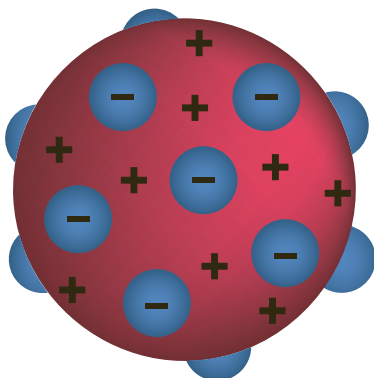
John Dalton presentó también una primera tabla de masas atómicas de diversos elementos. Si bien la información que proporcionó no era del todo correcta debido a las limitaciones de los instrumentos de medición de la época, fue un punto de partida para la confección de una tabla de masas atómicas.

| ELEMENTS.                                                                           |            |    |                                                                                     |              |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|----|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|  | Hydrogen   | 1  |  | Strontian 46 |
|  | Azote      | 5  |  | Barytes 68   |
|  | Carbon     | 5  |  | Iron 50      |
|  | Oxygen     | 7  |  | Zinc 56      |
|  | Phosphorus | 9  |  | Copper 56    |
|  | Sulphur    | 13 |  | Lead 90      |
|  | Magnesia   | 20 |  | Silver 190   |
|  | Lime       | 24 |  | Gold 190     |
|  | Soda       | 28 |  | Platina 190  |
|  | Potash     | 42 |  | Mercury 167  |

A finales del siglo XIX, el científico inglés Joseph Thomson (1856-1940) realizó diversos experimentos con gases y cargas eléctricas. Descubrió la existencia de una nueva partícula con carga eléctrica (ionizada) mil veces menos pesada que un átomo de hidrógeno ionizado, el átomo más ligero. Así, Thomson comprobó la existencia de partículas subatómicas teorizadas años antes, las cuales conforman a los átomos; éstas recibieron el nombre de *electrones*. A su vez, determinó que estas partículas tenían carga negativa.

Thomson estaba convencido de que los átomos debían contener una carga positiva que cancelara las cargas de los electrones, por lo anterior propuso un modelo en el que los átomos estaban formados por una masa de carga positiva con electrones dispersos en ella, como pasas en un pan, los cuales podían desprenderse con cierta facilidad.

### Modelo de Joseph Thomson



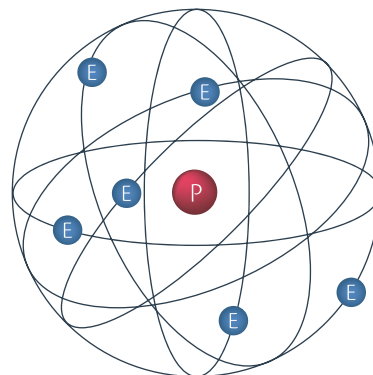
Para su modelo, como se muestra en la imagen de la izquierda, consideró un experimento con rayos catódicos llevado a cabo por el químico inglés William Crookes (1832-1919), que consistía en hacer circular un flujo eléctrico que formaba rayos, los cuales podían desviarse por un campo magnético visible al interponer una pantalla. Esto lo llevó a pensar que dichas partículas poseían una carga eléctrica. Ahora se sabe que las partículas que identificó Thomson en el experimento son electrones con carga negativa.

Tiempo después, en 1911, el científico neozelandés Ernest Rutherford (1871-1937) propuso un modelo atómico similar a un sistema planetario, en el cual la mayoría de la masa del átomo se concentraba en un “núcleo” de carga positiva (protones), mientras los electrones giraban separadamente en torno a él. Rutherford basó esta idea en un experimento elaborado con Hans Geiger y Ernest Marsden, en el cual bombardearon una lámina delgada de oro con un rayo de partículas alfa (que son núcleos del átomo de helio); además, detrás de la lámina había una pantalla. Observaron que algunas partículas atravesaban la lámina sin problema, pero otras chocaban y se desviaban más de 90°, por lo cual concluyó que debía haber unas partículas con carga positiva en el camino que repelían a las partículas alfa. El modelo de Rutherford fue conocido como *modelo nuclear*.

## Modelo de Ernest Rutherford

De este modo, y en analogía con el Sistema Solar, Rutherford propuso en el centro de su modelo el núcleo, es decir, la masa, compuesta por partículas de carga positiva, protones, y sin carga, neutrones. Después, en órbitas en torno al núcleo, se encontrarían los electrones.

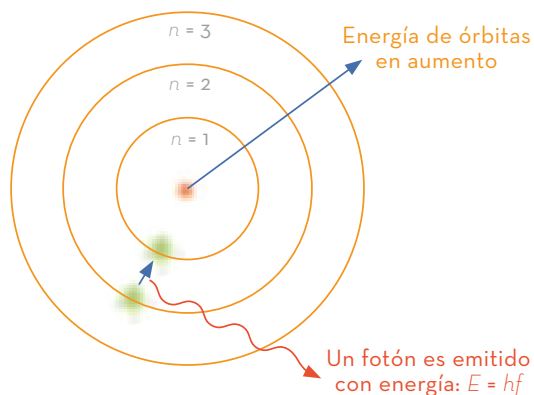
En la imagen se muestra el esquema del modelo atómico de Rutherford. En el núcleo se concentra la carga positiva y las partículas neutras, que es igual a la suma de toda la carga de los electrones (negativa).



A inicios del siglo xx, y dirigido por Rutherford, el físico danés Niels Bohr (1885-1962) demostró, con base en nuevos experimentos, que los electrones, además de girar en torno al núcleo, lo hacen en órbitas específicas que tienen un determinado nivel de energía.

Mientras los electrones estén en órbitas más cercanas al núcleo, es decir, órbitas estacionarias, no pueden irradiar o absorber energía, y para que un electrón pase de una órbita a otra necesita ceder o absorber una cantidad muy específica de energía.

En la imagen se observa el esquema del modelo atómico de Bohr, por medio del cual fue posible explicar fenómenos electromagnéticos.



Existen cuatro modelos básicos del átomo, cada uno de los cuales incluía mejoras respecto del inmediatamente anterior gracias a la experimentación y a los avances de la ciencia. Para su formulación se emplearon diferentes materiales y técnicas que enriquecieron el entendimiento de la estructura del átomo. Actualmente, existen modelos más precisos basados en los hallazgos de la mecánica cuántica, que es la rama de la física que estudia los sistemas atómicos, subatómicos y sus interacciones.

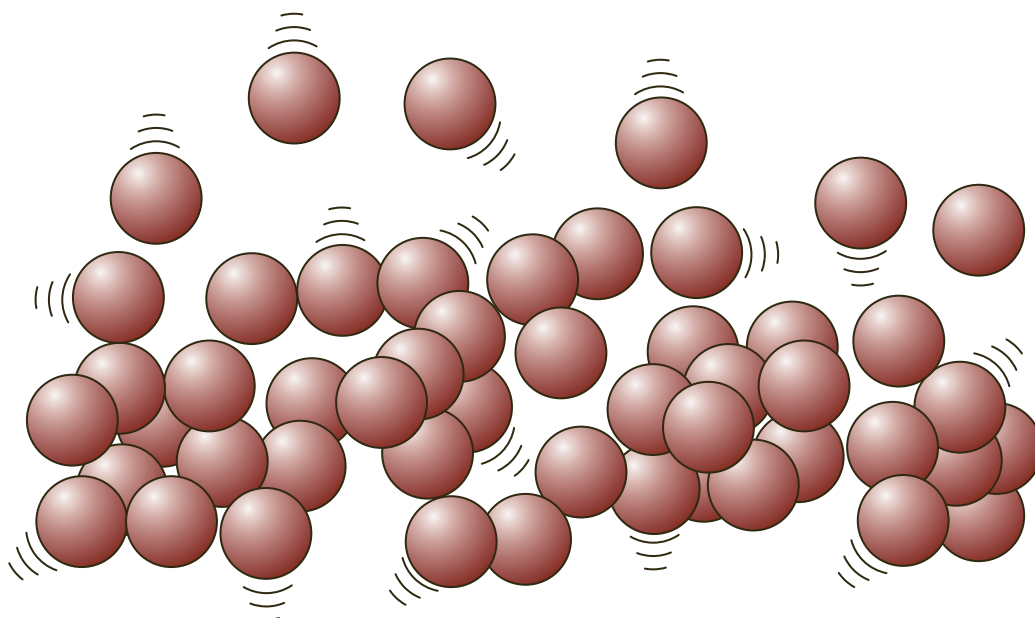
## Modelo de partículas de la materia

Para la física, una partícula es un objeto elemental diminuto, puede ser un átomo, una molécula, un electrón, un protón, un neutrón, por ejemplo. De esta forma, una partícula es un objeto estructural, se caracteriza por su masa y carga, se encuentra en la materia y la radiación.

La historia de este concepto tiene su origen en el naturalista inglés Isaac Newton (1643-1727), quien propuso que la materia está formada por diminutos cuerpos esféricos que se obtenían al dividir el objeto completo en forma sucesiva. Estos cuerpos o partículas eran sólidos, duros e impenetrables, permanentes e indivisibles y existía un vacío o espacio libre entre ellos.

Un poco más adelante, Daniel Bernoulli (1700-1782), destacado neerlandés-suizo descendiente de una familia con diversas aportaciones a la ciencia, estudió la estructura de los gases y determinó que sus partículas están en continuo movimiento sin rumbo determinado y, al dotarlas de energía (ponerlas al fuego, por ejemplo), éstas se excitaban y movían con mayor rapidez colisionando unas con otras. Este hallazgo sentó las bases de la teoría cinética de los gases.

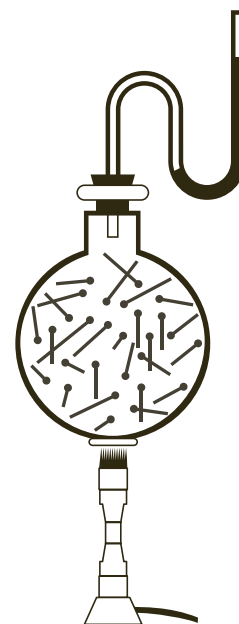
### Modelo de Daniel Bernoulli



Inicialmente, este modelo se utilizó para explicar cómo se comportan los gases. En él se considera que la materia está constituida por partículas que se mueven aleatoriamente en todas direcciones y que, al cambiar las condiciones iniciales del entorno, su movimiento también puede variar.



Tiempo después, este modelo fue nombrado como “cinético de moléculas”, porque no están en reposo. Sin importar la cantidad de energía cinética que se aplique a los gases, ésta será proporcional al cuadrado de su velocidad. Sin embargo, en el caso de los gases, la energía cinética media es proporcional a la temperatura del gas. Por tanto, si algún factor externo influye en su velocidad y las partículas aceleran, significa que la temperatura aumentará. Si las partículas desaceleran, hay menor energía cinética y la temperatura va a disminuir. Por ejemplo, las moléculas de mercurio de un termómetro están en reposo hasta que se someten a un aumento de temperatura, el cual causa que las partículas tengan energía cinética y se muevan rápidamente de manera que hay un aumento en su volumen, el cual puede ser medido en la gradación.



En la actualidad, la teoría cinético-molecular es utilizada en la simulación numérica computacional para imitar el comportamiento colectivo de un gran número de partículas pequeñas. El objetivo del modelo es simular cómo estas partículas interactúan entre sí y con su entorno, a menudo para estudiar procesos físicos o químicos. El modelo de partículas es una herramienta valiosa en campos como la física, la ingeniería, la biología y la informática.

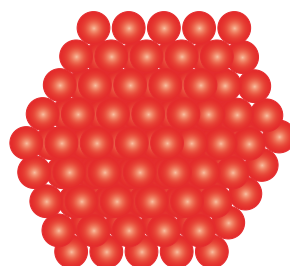


## Tres estados de la materia: sólido, líquido y gaseoso, y sus propiedades físicas

La materia, entre las diversas sustancias y objetos conocidos, se encuentra en cuatro diferentes estados de agregación: sólido, líquido, gaseoso y plasma. Los sólidos tienen forma definida y volumen independiente del recipiente que los contiene, los líquidos toman la forma del recipiente que los contiene y tienen un volumen fijo, y los gases no tienen forma ni volumen definido y ocupan por completo el recipiente que los contiene.

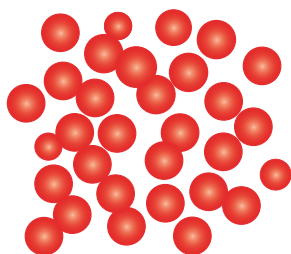
Los tres estados comunes de la materia se pueden apreciar y explicar utilizando el modelo de partículas de la materia, por ejemplo, en el estado sólido, las partículas estarán juntas y tendrán una forma determinada debido a que entre ellas hay una gran cohesión; pueden vibrar en su lugar, pero no desplazarse.

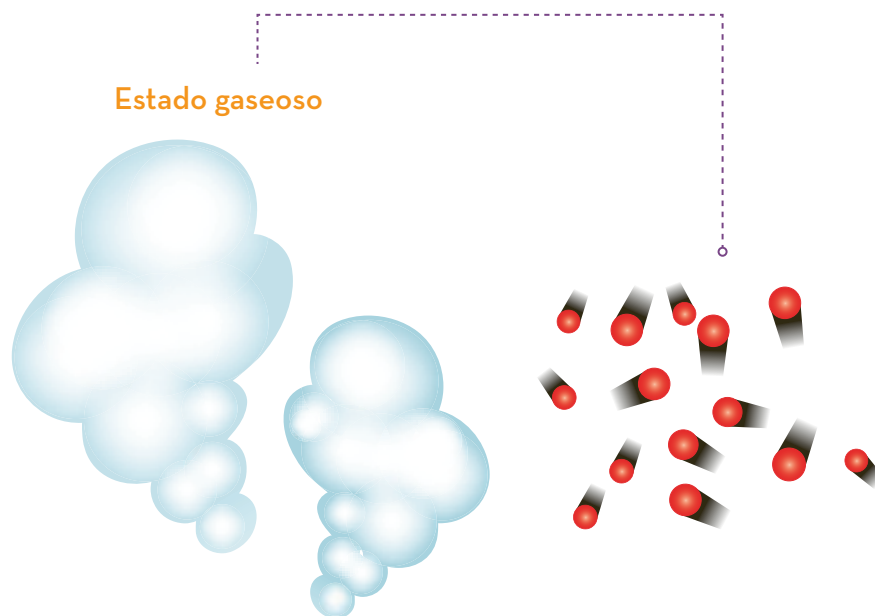
Estado sólido



En el estado líquido, las partículas están cerca unas de otras mientras se desplazan en el espacio debido a que la cohesión entre ellas no logra anclarlas unas con otras, al menos no a todas. En este caso el movimiento es mayor.

Estado líquido





En el estado gaseoso, las partículas están aún más esparcidas y separadas, se desplazan libremente y abarcan todo el espacio posible dentro del recipiente que las contiene debido a que la energía cinética que tienen es mucho mayor en comparación con la fuerza de atracción. Los gases son compresibles, es decir, pueden comprimirse fácilmente debido a que hay una menor concentración de moléculas y, por tanto, un mayor espacio entre ellas, en comparación con los líquidos y los sólidos.

A medida que se profundiza en el conocimiento de los estados de agregación y sus propiedades, se puede comprender mejor cómo funciona la materia en diferentes condiciones y utilizar esa información en una variedad de aplicaciones prácticas.

La materia está constituida por átomos y para su estudio es necesario crear modelos que simulen las interacciones que existen entre ellos y con el medio ambiente. Los principales modelos atómicos, que comenzaron como una idea, al paso del tiempo se hicieron más complejos. A medida que avanzó el conocimiento, cada científico tuvo más recursos para la experimentación, por lo que, a partir del modelo de Dalton, que sólo era una partícula, evolucionó a un modelo mejor adaptado: un núcleo de protones con carga positiva rodeado de niveles de energía donde orbitan los electrones. También hay modelos de partículas con los que pueden estudiarse procesos físicos o químicos en la materia o en sus diferentes estados de agregación.



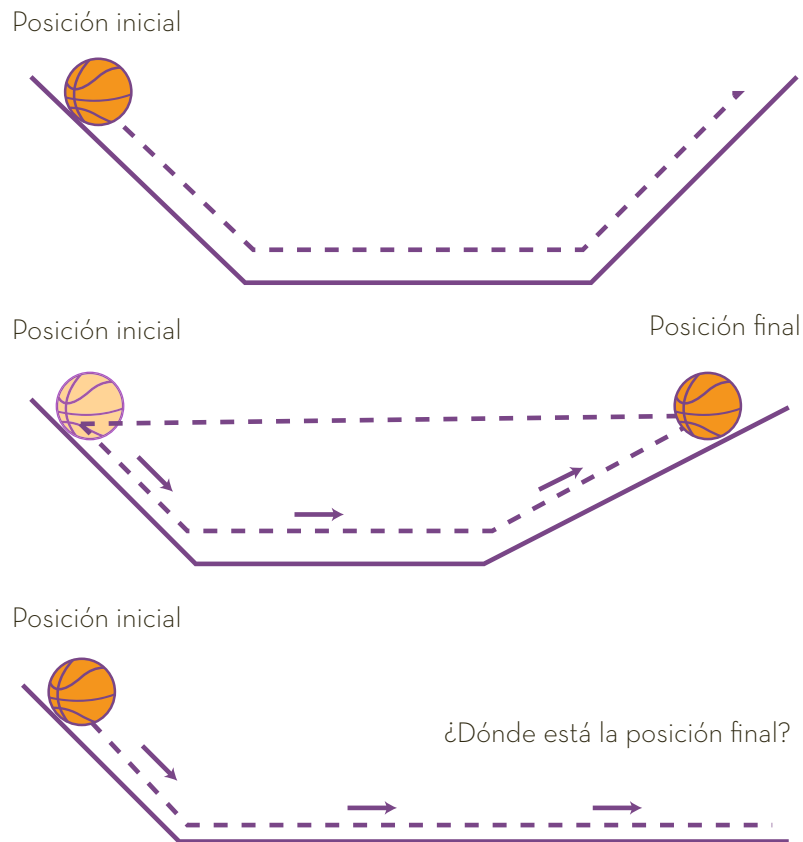
# Dinámica

En la vida diaria, suceden muchas cosas que pasan desapercibidas a la vista: se sabe que los objetos siempre caen al suelo si algo no los detiene, que se puede dejar de pedalear una bicicleta y seguirá moviéndose y que la Luna orbita en el espacio alrededor de la Tierra. Estos y más fenómenos están relacionados con el movimiento.



# Fuerza y movimiento

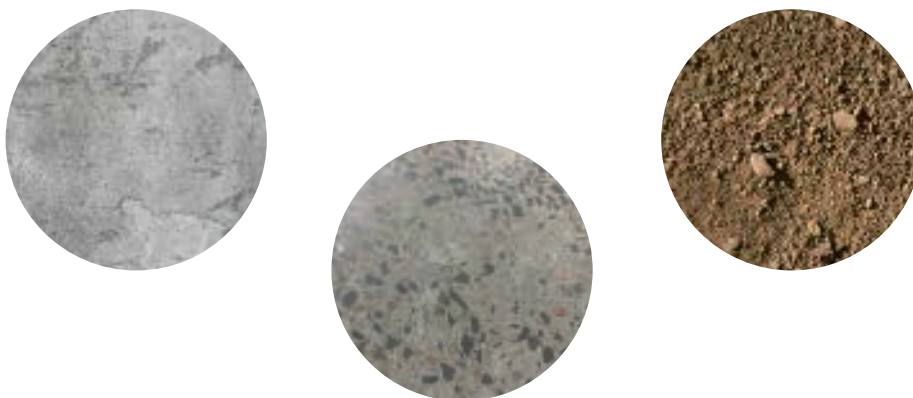
Desde la Antigüedad, se ha discutido por qué se mueven las cosas. Aristóteles pensaba que, para que algo se moviera, era necesario empujarlo, pues el estado natural de las cosas era el reposo. Su razonamiento se basaba en evidencia experimental, ya que si se empuja un objeto, como una puerta, comenzará a moverse y detenerse después de un tiempo determinado y, si no se empuja ni aplica fuerza alguna, no se moverá. Muchos siglos después de Aristóteles, Galileo Galilei colocó una esfera de metal sobre un plano inclinado hecho de madera, que se unía con otro plano inclinado que permitía ajustar su inclinación. Las superficies fueron pulidas para evitar cualquier resistencia, tal como se observa en la imagen:



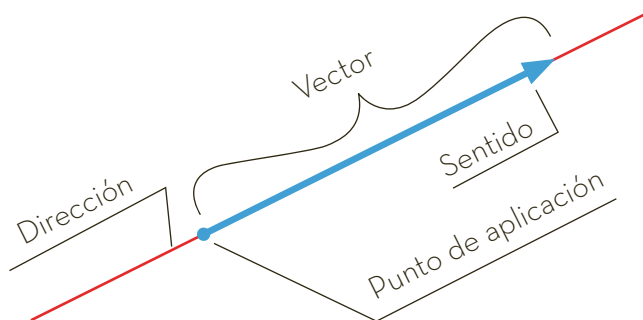
Galileo notó dos cosas importantes: la primera es que, al pulir el camino por donde rodaba la esfera, se reducía la interacción de la esfera con la madera; la segunda es que la esfera siempre llegaba a la misma altura en el segundo plano sin importar su inclinación. Por tanto, dedujo que, si el segundo plano fuera horizontal, entonces la esfera se movería indefinidamente, contradiciendo la idea de Aristóteles sobre la tendencia de los objetos en movimiento a detenerse.

Años después, René Descartes encontró que los objetos en movimiento no buscan el reposo, más bien continúan hasta que algo se interponga en su camino.

Realizó un experimento similar al de Galileo: utilizó una superficie firme pero movable, y una pelota pequeña de aproximadamente 20 g. La condición fue que cupiera en la superficie. También probó tres tipos de superficies: una muy rugosa, como tierra o arena; una rugosa, como una banquetta o piso sin pulir; y una lisa, como loseta o piso pulido. Descartes dejó rodar la pelota libremente sobre las diferentes superficies, manteniendo siempre la misma inclinación. En cada caso, se midió qué tanto avanzó la pelota en los diferentes pisos. La mayor distancia recorrida con las mismas condiciones fue en el piso pulido. Una explicación es que el piso interactuó menos con la pelota dejándola que rodara más, y a esa interacción, actualmente, se le conoce como *fricción*, la cual es una fuerza que se opone al movimiento.

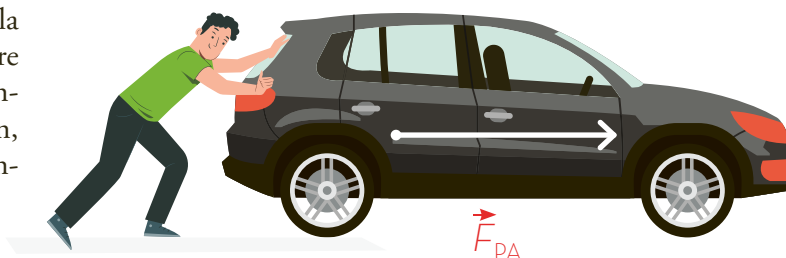


La fuerza es una magnitud física vectorial cuya unidad de medida es el newton y su símbolo es N. Una cantidad vectorial es aquella que, además de decir cuánto hay de ella, se debe especificar la dirección y el sentido. Éstas cantidades se representan esquemáticamente con una flecha. El tamaño de la flecha representa la cantidad de la magnitud.



Por otro lado, están las cantidades escalares, las cuales son magnitudes físicas que, para conocerlas, sólo se necesita saber su cantidad, por ejemplo, el tiempo, la masa y la temperatura.

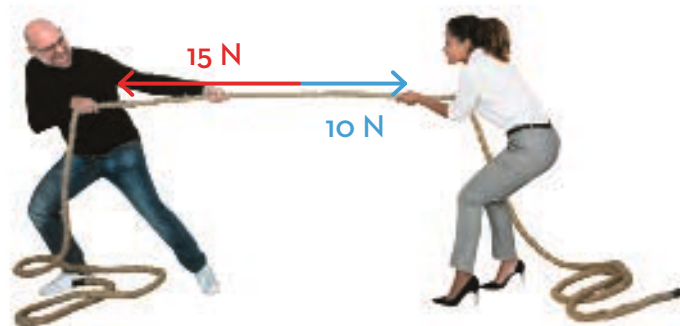
La manera gráfica de representar la fuerza, donde un cuerpo la aplica sobre otro, es colocando una flecha en el centro del objeto indicando la dirección, magnitud y sentido de ésta, por ejemplo, una persona empujando un auto.



Fuerza de la persona sobre el auto

Para saber cuál es el efecto de aplicar varias fuerzas a un mismo objeto, sólo hay que considerar que todas las fuerzas se aplican en un punto del objeto y, por lo tanto, sumarlas. Si las fuerzas actúan en la misma dirección sus magnitudes se suman, o se restan si están en sentido contrario.

Por ejemplo, si dos personas tiran hacia los lados opuestos de una cuerda, uno con una fuerza a la izquierda de 15 N y el otro con una fuerza a la derecha con magnitud de 10 N, la dirección de la fuerza se desplaza a la izquierda y, como las fuerzas tienen la misma dirección, pero están en sentido contrario, sus magnitudes se restan:



$$15 \text{ N} - 10 \text{ N} = 5 \text{ N}$$

Por lo que la suma de fuerzas sobre la cuerda es de 5 N y va hacia la izquierda.

La suma de fuerzas que actúan sobre un objeto también se le conoce como *fuerza neta* o *fuerza resultante*; es decir, la fuerza neta es el efecto de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

La fuerza neta es el fenómeno que interfiere en el movimiento de un objeto. Este concepto es importante para poder comprender las leyes de Newton, las cuales explican el movimiento de los objetos. Aparentemente, la causa es la fuerza neta que actúa sobre un objeto, pero el enunciado de Descartes sobre el movimiento habla sobre la ausencia de fuerza neta, por lo que la fuerza no parece ser la única causa de que algo se mueva.

# Velocidad

Los objetos en movimiento no tienden por sí mismos hacia el reposo, tienden a continuar hasta que algo interfiera. Por ello, es importante cuantificar el movimiento de un cuerpo y distinguir si algo se está moviendo de una u otra forma.

Para cuantificar el movimiento de un objeto hay que fijarse en dos cosas: la primera es la ubicación del objeto en el espacio (punto de referencia); la segunda es el transcurso del tiempo, ya que, si un objeto se mueve, su ubicación va a cambiar en el espacio después de cierto tiempo.

En física, la ubicación de un objeto es una cantidad vectorial llamada *posición*. Para determinar la posición de un objeto se necesita tener una referencia, la cual sirve de apoyo para ubicar al objeto; es como establecer un lugar conocido para dar indicaciones de cómo llegar a una dirección en la vida cotidiana. Por ejemplo, si se deja caer una pelota, ésta avanza en línea recta de tal forma que su posición respecto al punto inicial va cambiando con el tiempo. Se pueden tomar dos instantes en el tiempo, donde la pelota tiene posiciones diferentes: si la posición en el primer instante es 2 m desde el punto inicial y la posición en el instante posterior es de 3 m, entre el primero y segundo instantes cayó 1 m más hacia abajo.

Siguiendo con el análisis del movimiento de la pelota, la posición del primer instante se conoce como *posición inicial* y se representa con el símbolo  $x_i$ , mientras la posición en el otro instante se conoce como *posición final* y se representa con el símbolo  $x_f$ . Para indicar que se trata de un vector, se coloca una flecha sobre los símbolos, de modo que se verá de la siguiente manera:  $\vec{x}$ .

El símbolo de la flecha es muy importante para identificar el tipo de cantidades (escalares o vectoriales) y describir la situación que se observa. Por ejemplo, al usar el movimiento de la siguiente pelota se tiene:

$$\begin{aligned} x_f - x_i &= 39.2 \text{ m} - 29.4 \text{ m} \\ &= 9.8 \text{ m} \end{aligned}$$

La cantidad vectorial, tomando el punto inicial como origen, se escribe:

$$\vec{x} = 9.8 \text{ m más alejado del punto inicial}$$





Con esto se tiene una cantidad que mide el movimiento, el desplazamiento  $x$ , entendido como el cambio de posición. El desplazamiento de cualquier objeto ocurre en un intervalo de tiempo, en el caso del ejemplo de la pelota, si se considera que tardó en llegar a la posición inicial 3 s después de ser soltada, mientras que para llegar a la posición final tardó 4 s, el intervalo de tiempo que le tomó en llegar de la posición inicial a la final es de 1 s.

Lo anterior también se puede expresar con símbolos: el tiempo que tarda en llegar a la posición inicial se llama *tiempo inicial* y su símbolo es  $t_i$ , mientras el tiempo en que tarda en llegar a la posición final se conoce como *tiempo final* y su símbolo es  $t_f$ ; así, el intervalo de tiempo que le toma a la pelota llegar de la posición inicial a la final es:

$$t_f - t_i = 4\text{ s} - 3\text{ s}$$

Entonces:  $t = 1\text{ s}$

Hay que notar que en el símbolo del tiempo no se coloca una flecha encima, ya que el tiempo es una cantidad escalar y no vectorial.

Existe una magnitud física que relaciona el cambio de posición de un objeto con el tiempo que le lleva al objeto realizar dicho cambio, esa magnitud se llama *velocidad* y se representa con el símbolo  $\vec{v}$  (una uve con una flecha encima por ser magnitud vectorial). La velocidad se calcula como el cociente del desplazamiento del objeto y el intervalo de tiempo que le llevó realizar dicho desplazamiento. En una ecuación, se plantea de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

En el ejemplo de la pelota, se tendrían que sustituir valores:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \\ &= \frac{39.2\text{ m} - 29.4\text{ m}}{4\text{ s} - 3\text{ s}} \\ &= \frac{9.8\text{ m}}{1\text{ s}} \\ &= 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Por lo que la velocidad de la pelota es:

$$\vec{v} = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ cayendo}$$

La unidad de medida de la velocidad es el metro sobre segundo, lo cual es una unidad derivada, pues está formada de otras dos unidades fundamentales: los metros y los segundos.

Existe otra magnitud física asociada a la velocidad: la rapidez, cuyo símbolo es  $v$ ; hay que notar que su símbolo no tiene flecha, pues es una cantidad escalar. La rapidez es la magnitud de la velocidad, para conocerla, sólo basta dar su cantidad. En el ejemplo de la pelota, la velocidad indica una dirección y sentido de hacia dónde va, mientras la rapidez sólo indica qué tanto se desplaza en un determinado intervalo de tiempo.

Por ejemplo, si se dice que un automóvil tiene una velocidad de 100 km/h de norte a sur, se puede deducir que el auto va hacia el sur desde el norte con un desplazamiento de 100 km por cada hora transcurrida; en cambio, si una bicicleta va a 5 m/s, lo único que se puede decir es que por cada segundo que pasa la bicicleta avanza 5 m, no sabemos su origen ni su destino, sólo su rapidez.



Si sólo se menciona un punto en la distancia y un tiempo que transcurrió para llegar a ese lugar, la rapidez media se puede expresar como:

$$v = \frac{x_f - 0}{t_f - 0} = \frac{x_f}{t_f}$$

O también:

$$v = \frac{d}{t}$$

Donde  $d$  es la distancia recorrida y  $t$  el tiempo transcurrido al recorrer dicha distancia.

Al momento de explicar el movimiento, es necesario tener en cuenta al menos dos magnitudes físicas: el desplazamiento y el tiempo en el que se realiza dicho desplazamiento. Ambos se pueden relacionar a través de la velocidad, la cual cuantifica el movimiento de un objeto y, al conocerla, se puede determinar cuánto se desplaza el objeto en un determinado tiempo.

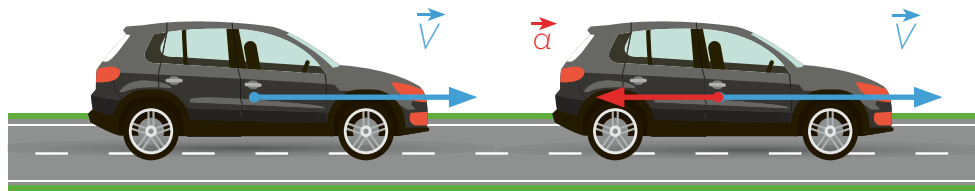
# Aceleración

Cuando un objeto se mueve, este movimiento se explica por medio de la velocidad; sin embargo, cuando la velocidad cambia, ya sea de magnitud, dirección o sentido, existe otra magnitud física relevante que mide ese cambio: la aceleración.

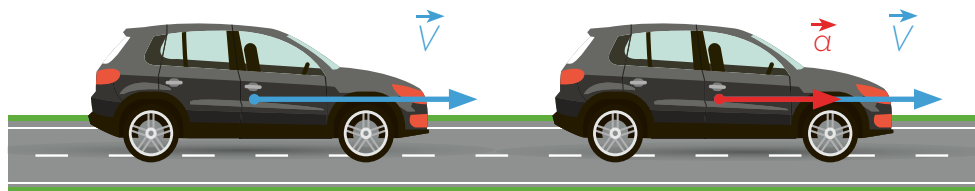
El término *aceleración* es muy común en la descripción del movimiento de un automóvil, autobús, tren, o incluso de un avión. Cuando se dice que un objeto está acelerando o está acelerado, desde la perspectiva de la física, significa que su velocidad cambia.

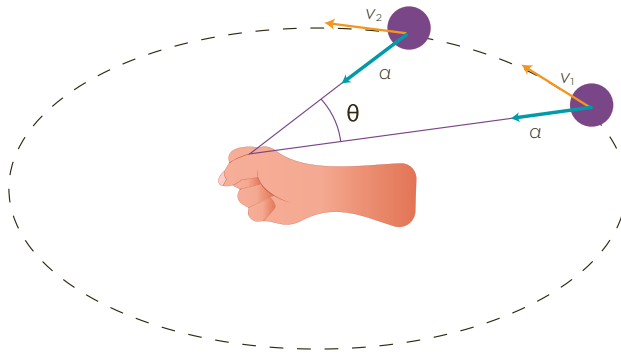
La aceleración es el cambio de velocidad con respecto al tiempo. Normalmente se representa con el símbolo  $\vec{a}$  (la flecha arriba indica que es una cantidad vectorial), por lo que para especificarla se necesita decir su magnitud, dirección y sentido.

La velocidad de un objeto puede cambiar al menos de tres formas: la primera y más sencilla es cuando cambia su magnitud, pero la dirección y el sentido permanecen iguales, un ejemplo es un automóvil que va en línea recta y comienza a frenar, a menudo se le llama *desaceleración*, pues tiene una aceleración negativa. La velocidad decrece de tamaño conforme pasa el tiempo, por lo que la aceleración tiene la misma dirección, pero apunta en sentido contrario, indicando que la velocidad decrece en ese sentido.



En cambio, cuando el auto acelera, la velocidad aumenta en la misma dirección y sentido que éste y la aceleración también apunta en la misma dirección y sentido del incremento de la velocidad.





Cuando la velocidad cambia de dirección, pero no de sentido ni de magnitud, la aceleración apunta en la dirección del cambio; un ejemplo es en un movimiento circular.

En todos estos casos, la aceleración se puede calcular tomando en cuenta las siguientes consideraciones: la velocidad inicial del objeto, representada por el símbolo  $\vec{v}_i$ ; la velocidad final, representada por el símbolo  $\vec{v}_f$ ; y el intervalo de tiempo que tardó en ir de la velocidad inicial a la final, representado por  $t = t_f - t_i$ . Este cálculo se resume mediante la siguiente ecuación:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

Así, en el ejemplo del automóvil, si el auto va a 15 m/s en una carretera, de repente acelera durante 5 s, y al pasar ese intervalo de tiempo, llega a una velocidad de 30 m/s, su aceleración será:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\vec{a} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ en la misma dirección y sentido a los que se dirigía desde el inicio}$$

Se debe observar que el tiempo inicial se consideró 0 segundos, debido a que, en la descripción, el tiempo se empezó a medir desde que comenzó a acelerar. Además, la unidad de la aceleración en el SI es metro sobre segundo al cuadrado, lo cual indica que se midió el cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo.

En la vida cotidiana, existen muchos objetos con aceleración diferente de cero, puede deberse a que su velocidad cambie de magnitud, o que cambie de sentido o dirección. Cuando una persona gira de repente, está acelerando; cuando un auto que va hacia delante de repente frena o se va de reversa, tiene aceleración diferente de cero. Considerando estas magnitudes físicas, la velocidad y la aceleración, surge la pregunta: ¿qué causa que los objetos se muevan con una velocidad constante o se aceleren?

# Leyes de Newton

Una vez que se conocen las magnitudes físicas de velocidad y aceleración, se está en condiciones de contestar a la pregunta ¿por qué los objetos se mueven? Newton dio una respuesta basándose en lo planteado por Descartes y otros filósofos a través de lo que hoy se conoce como leyes de Newton.

El enunciado de la primera ley se basa en lo que estableció Descartes: “Los objetos en movimiento no tienden por sí mismos hacia el reposo, sino a continuar hasta que algo interfiera”, pero Newton fue más específico y, actualmente, la primera ley de Newton se enuncia:

“Un objeto permanecerá en estado de reposo o con una velocidad constante hasta que una fuerza modifique su estado”.

La primera ley de Newton establece que, si la velocidad de un objeto es nula, entonces, se puede estar seguro de que la fuerza neta sobre el objeto es nula. Puede suceder que estén actuando fuerzas en las cuales una tenga sentido opuesto respecto de la otra, de tal forma que se anulen entre sí; es como si no hubiera ninguna fuerza. Es importante comprender el concepto de fuerza nula.



La primera ley de Newton es conocida como la *ley de la inercia*.

Por otro lado, si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es nula, entonces, la primera ley asegura que el objeto se moverá con una velocidad constante. Esta tendencia de los objetos a seguir moviéndose se conoce como *inercia*; su manifestación medible es la masa, por lo que todo objeto con masa tiene esa propiedad, por ello, la primera ley de Newton es también conocida como *ley de la inercia*. He aquí parte de la respuesta de Newton a la pregunta: ¿Qué causa que los objetos se muevan? Si la fuerza neta que actúa sobre el objeto es nula, entonces, la respuesta es la inercia. Por otro lado, del enunciado de la primera ley se puede deducir que, si la fuerza neta que actúa sobre un objeto no es nula, entonces, el objeto no tendrá una velocidad constante, por lo que su velocidad cambiaría con el tiempo. En otras palabras, aceleraría, así que la otra causa de que los objetos se muevan es que la fuerza neta que actúe sobre ellos sea distinta de cero, esto es, que no sea nula.

En la segunda ley, Newton describe, mediante una expresión, lo que sucede cuando la fuerza no es nula, la cual depende directamente de la masa del objeto:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Donde  $\vec{F}$  representa a la fuerza neta que actúa sobre el objeto, mientras que  $m$  es la masa del objeto, y la  $\vec{a}$  es la aceleración que va a sufrir el objeto debido a la fuerza neta aplicada. Hay que notar que si la fuerza tiene una dirección y sentido determinados, la aceleración, en consecuencia, tendrá también iguales la dirección y el sentido.

Newton, además de su segunda ley, estableció una más, la cual está relacionada con la creación de fuerzas: “A toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción, en la misma dirección y magnitud, pero en sentido contrario”.

Una fuerza de acción se puede interpretar como aquella que se aplica sobre un objeto con la intención de querer moverlo, mientras la de reacción es la fuerza que ejerce el objeto en respuesta a la de acción.



Al analizar esta ley, se puede decir que las fuerzas se crean en pares: siempre que se encuentre alguna fuerza actuando, existirá otra que será de acción o de reacción. Algo importante a destacar es que la fuerza de acción y la de reacción actúan en cuerpos diferentes.

Algunas situaciones donde se ejemplifica la tercera ley de Newton son:

- ▶ En el simple hecho de caminar: los pies empujan el suelo (fuerza de acción) y el suelo empuja a los pies (fuerza de reacción), y es eso lo que permite avanzar.
- ▶ Cuando un nadador se impulsa hacia adelante a través del agua, la fuerza de acción de sus brazos al empujar el agua hacia atrás genera una fuerza de reacción opuesta que hace que el nadador se mueva hacia adelante.

- Al elevarse, un cohete genera una fuerza de reacción producida por el gas que sale de su parte trasera, opuesta a la fuerza de gravedad y a la cual vence; eso es lo que hace que el cohete se mueva hacia arriba.



Con sus leyes, Isaac Newton contestó la pregunta: ¿por qué los objetos se mueven? Hay dos causas: la inercia y la fuerza que actúa sobre un objeto; pero no sólo se quedó ahí, sino que, con su segunda ley, también estableció la relación que existe entre una fuerza distinta de cero, que actúa sobre un objeto, y la aceleración que tendrá. Con la tercera ley, dio la pauta para poder identificar la fuerza y, con ello, predecir el movimiento de los objetos.

El movimiento de los objetos causó intriga a muchos pensadores y científicos a través de la historia, cuyas cuestiones, al respecto, siempre quedaban limitadas por la observación. Pero no fue hasta que se comenzó a cuantificar el movimiento a través de la medición de magnitudes físicas relacionadas con dicho fenómeno que se logró eliminar límites al desarrollo científico, incluso a predecir qué ocurriría con un determinado objeto bajo ciertas condiciones gracias a las leyes de Newton. Finalmente, debido a las síntesis que se han realizado en diferentes épocas y con diferentes descubrimientos de las leyes y de los avances tecnológicos, la humanidad logró pisar la Luna, entre otras grandes hazañas humanas.





# Hidrostática

Los submarinos sumergidos en el océano, los barcos flotando en el mar, aplicar los frenos de un auto y muchos otros sucesos como éstos, en donde intervienen líquidos y gases, son estudiados por la hidrostática y, para dar una explicación a estos fenómenos, se necesita conocer cómo actúa la presión sobre ellos.



# Presión

Algunas personas, para meditar, se acuestan en una cama de clavos, y resulta difícil asimilar esa situación porque, cuando alguien se pincha un dedo con una aguja, siente un gran dolor; de este modo, al poner el cuerpo sobre los clavos, el dolor se multiplicaría, pero en realidad eso no sucede. Como se observa en la siguiente imagen, cualquiera se puede acostar en una cama de clavos. Si la misma persona se parara en un solo pie sobre la cama de clavos, ¿se sentiría el mismo dolor que al pincharse un dedo con una aguja?



Una persona puede estar recostada sobre una cama de clavos sin hacerse daño debido a que la superficie de clavos sobre la cual se acuesta es amplia, pues su peso se distribuye en todos los clavos donde tiene contacto. Sin embargo, si se para en un solo pie sobre la misma cama, la situación sería diferente. Aunque su peso sea el mismo, el número de clavos en contacto disminuye, es decir, el área de contacto se reduce.

La relación entre la fuerza y el área se conoce como *presión*. Por ejemplo, al tomar un lápiz por sus extremos con las yemas de los dedos, la presión es mayor en la punta; mientras que en el extremo de la goma, la presión es menor debido a la mayor área de contacto.



Esto puede escribirse matemáticamente con la ecuación:

$$P = \frac{\vec{F}}{A}$$

La presión  $P$  ejerce una fuerza  $\vec{F}$  sobre una superficie  $A$ , y se calcula dividiendo el valor de la fuerza entre la superficie.

¿Cuál pisotón sería más doloroso, uno con un zapato de tacón de aguja o uno con un tenis? Cuando una persona pisa a otra con un zapato de tacón de aguja resulta más doloroso, pues el área de contacto es menor y la presión aumenta, mientras, si la pisa con un tenis, el área de contacto es mayor y la presión se reduce.

En física la presión es una magnitud escalar, es decir, está determinada con un número y sus correspondientes unidades, llamadas *pascales* (Pa), en honor a Blaise Pascal, científico dedicado a estudiar la presión en los fluidos.

Se pensaría que el aire (o cualquier gas, en general) no puede ejercer fuerza alguna, pues no se percibe, de manera intuitiva, determinada presión en las actividades cotidianas, a diferencia de estar en el agua; esto es porque se está sumergido en él y habituado a tenerlo alrededor, mas a partir de distintos experimentos es posible notar la fuerza que ejercen. Por ejemplo, al llenar un vaso con agua hasta el tope y, posteriormente, colocar una hoja de papel encima de la superficie del vaso y voltearlo, se notará que el agua no se derrama. Esto ocurre debido al aire en constante movimiento debajo de la hoja de papel, el cual ejerce una fuerza para evitar que éste se mueva.



La presión atmosférica es la fuerza por unidad de área que los gases de la atmósfera ejercen sobre la superficie terrestre. Este tipo de presión varía con la altura. Si hay mayor cantidad de aire encima, es mayor la presión atmosférica, por lo cual la máxima presión atmosférica es a nivel del mar; en caso contrario, al subir a las montañas, la presión disminuye, pues hay menos aire sobre los objetos.



Por otro lado, cuando una persona se sumerge en una piscina con agua, siente presión sobre su cuerpo y los oídos comienzan a doler, debido a la presión que el agua ejerce sobre ella.



La presión de los líquidos sobre los objetos sumergidos se llama *hidrostática*. Si un objeto está a mayor profundidad, deberá soportar la presión de una mayor cantidad de agua. Para ejemplificar y comprobar este concepto, se utiliza cualquier botella de plástico; a lo largo de la botella se perforan tres agujeros, posteriormente, se tapan con cinta adhesiva y se llena con agua; al quitar la cinta, se observa cómo la presión aumenta conforme aumenta la profundidad, pues el agua alcanza una mayor distancia al salir de la botella. La presión no depende del volumen del líquido sino de la profundidad, por eso cualquier botella funciona.

Para obtener estos resultados, la botella debe estar destapada. De estar cerrada, todos tendrían la misma presión porque la presión atmosférica no ejerce fuerza.

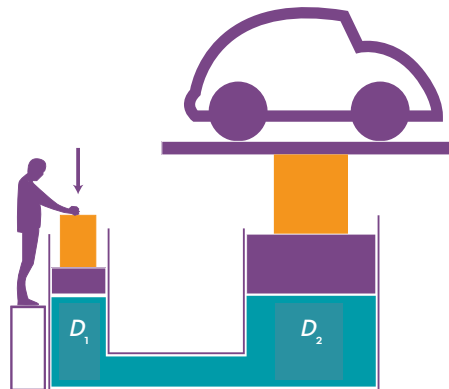
La presión que ejercen los objetos o las personas depende de la fuerza aplicada sobre el área determinada; tal es el caso de la presión atmosférica y el de la presión hidrostática de los líquidos sobre los objetos.

# Principio de Pascal

Los superhéroes son seres de ficción, poseen cualidades físicas o mentales consideradas sobrehumanas o extraordinarias, por ejemplo, levantar un auto; sin embargo, una persona cualquiera también lo puede hacer, gracias a la física. Existe un dispositivo llamado *elevador* o *prensa hidráulica* que permite levantar autos con una sola mano sin recibir ayuda de un superhéroe. Este mecanismo fue aportación de Blaise Pascal, y su funcionamiento se explica con el principio de Pascal.



Al llenar una jeringa con agua y empujar el émbolo, el agua saldrá con la presión derivada de la fuerza con la que se empuja, porque ésta se transmite íntegramente en todo el fluido. Lo mismo sucede cuando se presiona el recipiente de la pasta de dientes, la presión que ejercen los dedos sobre el tubo se transmite completamente por el recipiente y la pasta sale expulsada hasta el cepillo dental. En el caso de un elevador hidráulico, como se muestra en la imagen, si una persona ejerce una fuerza sobre el émbolo de diámetro menor (área menor) de la prensa, ésta se transmite por igual a las paredes y al fluido contenido en él hasta levantar el émbolo siguiente de un diámetro mayor (área mayor) y, por consiguiente, se levanta el auto. Esto es muy útil porque, al aplicar una fuerza menor en un diámetro menor, se puede obtener una fuerza mayor en un diámetro mayor.



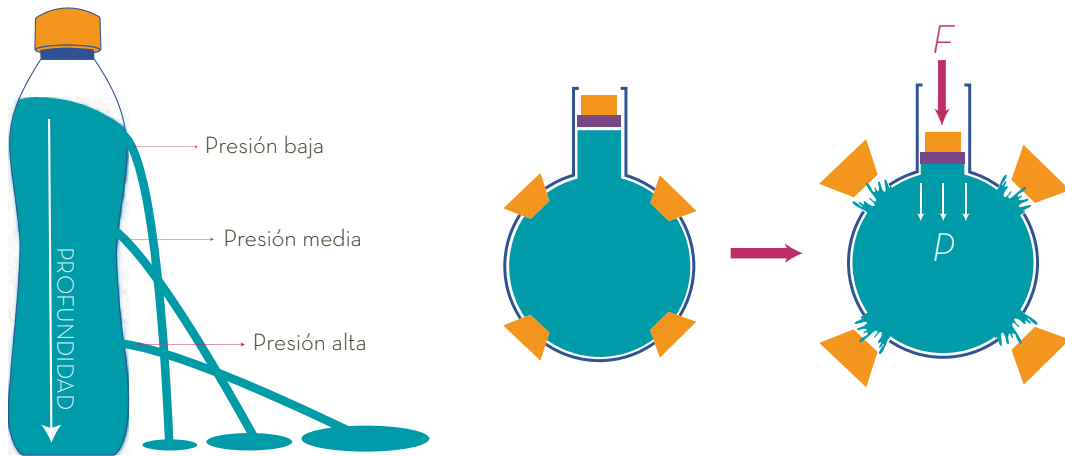
El principio de Pascal utiliza la fórmula de la presión como fundamento y, de acuerdo con el enunciado, la presión de entrada será la misma que la de salida, entonces:

$$\frac{\vec{F}}{A} = \frac{\vec{f}}{a}$$

En esta fórmula, se utilizan letras mayúsculas para identificar el área y la fuerza mayores, y letras minúsculas para el área y la fuerza menores.



Otra manera de ejemplificar este principio es con una esfera hueca con orificios, éstos se pueden tapar con corcho y, en un extremo, colocar un émbolo como el de las jeringas para comprimir el fluido que se metió en la esfera. Cuando no hay orificios destapados, al imprimir presión sobre el émbolo, éste provoca la salida del agua por cada uno de los orificios con la misma presión, se observa que expulsa los corchos al mismo tiempo y cada uno de ellos sale con la misma fuerza. Esto puede pasar si se realiza en otro contenedor, por lo cual hay múltiples aplicaciones de este principio.



El principio de Pascal establece que la presión se transmite por igual a todos los puntos del fluido sin importar su profundidad o forma de un recipiente cerrado.

## Densidad

Los flotadores o llantas que se colocan alrededor del cuerpo ayudan a que una persona no se hunda en el agua de una alberca, un río o el mar; esto es posible porque los colocan como una extensión del cuerpo, aumentando el volumen y obteniendo un área mayor. La densidad se define como la relación entre la masa y el volumen.





La densidad se denota con la letra griega  $\rho$  (*rho*) y se define como la cantidad de masa contenida en un cierto volumen. Su relación matemática se expresa como:

$$\text{Densidad} \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Masa} \\ \longleftarrow \text{Volumen} \end{array}$$

Donde  $m$  representa la masa del objeto en kilogramos (kg),  $V$  el volumen ocupado en metros cúbicos ( $\text{m}^3$ ) y  $\rho$  (*rho*) es la densidad del objeto, con unidad  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

La siguiente tabla presenta las densidades de algunos materiales en unidades del SI en  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  y en  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ :

| Sustancia                     | Densidad ( $\rho$ )            |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|                               | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ |
| Agua                          | 1000                           | 1                              |
| Gasolina                      | 680                            | 0.68                           |
| Mercurio                      | 13 600                         | 13.6                           |
| Leche                         | 1030                           | 1.03                           |
| Aluminio                      | 2 700                          | 2.7                            |
| Cobre                         | 8 890                          | 8.89                           |
| Oro                           | 19 300                         | 19.3                           |
| Hierro                        | 7 850                          | 7.85                           |
| Plomo                         | 11 300                         | 11.3                           |
| Hielo (agua)                  | 920                            | 0.92                           |
| Madera (roble)                | 760                            | 0.760                          |
| Metano (condiciones estándar) | 6.57                           | 0.00657                        |
| Aire                          | 1.293                          | 0.001293                       |
| Hidrógeno                     | 0.09                           | 0.00009                        |
| Helio                         | 0.178                          | 0.000178                       |
| Nitrógeno                     | 1.251                          | 0.001251                       |
| Dióxido de carbono            | 1.977                          | 0.001977                       |

Por ejemplo, se tienen 2 cubos sólidos, uno de madera de roble y otro de hierro, con una masa de 10 g cada uno. El objeto de madera será considerablemente más grande comparado con el de hierro, pues al tener la misma masa, pero distinto volumen, existe un cambio en la densidad de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$V = \frac{m}{\rho}$$



Sustituyendo los valores de masa dados y utilizando la tabla de densidades para la madera de roble y para el hierro, en este caso, las de  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  porque son masas y volúmenes pequeños, se tiene:



$$V_{\text{Madera}} = \frac{10 \text{ g}}{0.760 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 13.16 \text{ cm}^3 \quad V_{\text{Hierro}} = \frac{10 \text{ g}}{7.85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1.27 \text{ cm}^3$$

Al resolver la ecuación, se observa cómo el volumen del cubo de madera es más de 10 veces el volumen de hierro, aun cuando tienen la misma masa. Se puede decir, entonces, que el cubo de hierro es más denso y tiene un volumen menor en comparación con el cubo de madera que es menos denso y con un volumen mayor.

Si se tuviera el mismo volumen,  $1 \text{ cm}^3$ , la masa de los cubos sería:

$$m_{\text{madera}} = \rho \times V = 0.760 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 1 \text{ cm}^3 = 0.760 \text{ g}$$

$$m_{\text{hierro}} = \rho \times V = 7.85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 1 \text{ cm}^3 = 7.85 \text{ g}$$

De lo anterior, se aprecia que, con el mismo volumen, la masa del hierro es mucho mayor que la masa de madera, esto es por su densidad.

La densidad de un cuerpo depende de su masa y de su volumen: entre mayor sea la masa, en el mismo volumen, mayor será la densidad; y si el volumen aumenta, teniendo la misma masa, la densidad será menor. Es por eso que los barcos no se hunden: su volumen es muy grande en comparación con su masa, su densidad disminuye y flotan.

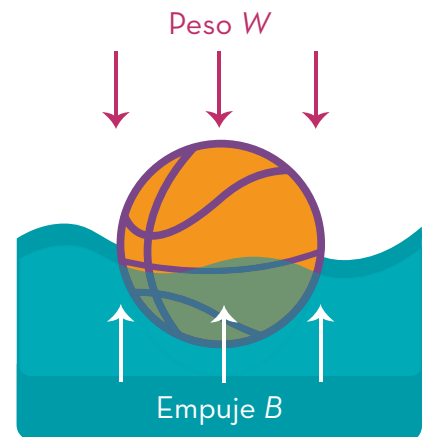
## Principio de Arquímedes

Los submarinos son capaces de navegar sobre la superficie del mar y por debajo de ella, es decir, pueden bajar y navegar a diferentes profundidades y, cuando sea necesario, salir a la superficie. También, en el caso de los globos aerostáticos, éstos pueden caer o flotar en la atmósfera. En ambos casos, dependen del principio de Arquímedes, el cual trata sobre la flotación de los cuerpos.



Arquímedes enunció que, cuando los objetos se sumergen en un fluido, reciben una fuerza de abajo hacia arriba denominada de *empuje*. Cuando un objeto se coloca en un fluido (líquido o gas), éste flota o se hunde. En ellos actúa la fuerza de empuje hacia arriba cuando se sumergen total o parcialmente, a esto se le llama *fuerza de flotabilidad*.

Cuando los objetos flotan es porque el fluido los sostiene. Por ejemplo, si se sumerge una pelota en agua y se suelta, sube a la superficie y flota; para mantenerla sumergida total o parcialmente, es necesario aplicar una fuerza con las manos y, si se suelta, sale disparada hacia arriba, por la fuerza de empuje recibida del líquido.

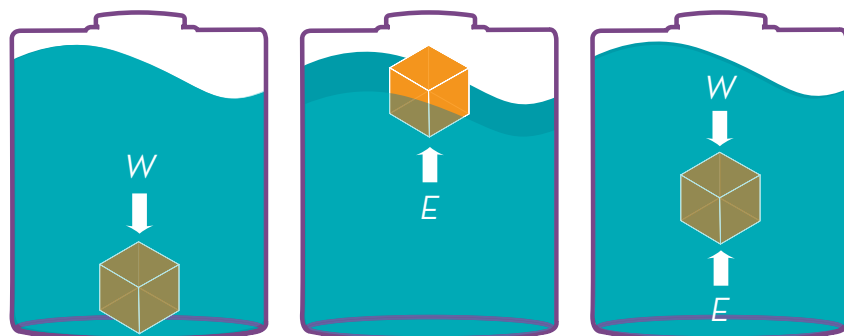


Arquímedes observó cómo se desplazaba el volumen del agua mientras introducía un cuerpo en ella, y pensó en cómo calcular este empuje, lo cual dio como resultado el principio que tiene por título este apartado. Existe una anécdota, pues este principio lo descubrió en la bañera y salió tan emocionado gritando “¡Eureka!” (significa “¡Lo encontré!”) que no se dio cuenta de que no tenía ropa.

Cuando se está dentro del agua y se intenta levantar a una persona o un objeto pesado, se podrá realizar con relativa facilidad en comparación con intentarlo fuera del agua, porque se recibe la ayuda del fluido donde está sumergido (en este caso del agua), que es la fuerza de empuje. La fuerza de flotación empuje recibida por el objeto sumergido se asocia con su peso. Si el peso de un objeto sumergido en un fluido es mayor a la fuerza de empuje proporcionada por éste, entonces se hundirá hasta el fondo haciendo que el nivel de agua suba; es decir, el peso del fluido desplazado es igual al peso del objeto.

Cuando el peso del objeto y el empuje recibido de parte del fluido sean iguales, el objeto estará en equilibrio en cualquier parte de la superficie del fluido. Si el peso del objeto sumergido es menor al del empuje recibido de parte del fluido, entonces flotará.

Esto se observa en la imagen que muestra tres frascos con 3 objetos diferentes: uno más pesado, uno más ligero y otro igual a la fuerza de empuje.



Finalmente, se tiene la fórmula del empuje:

$$E = \rho \times V \times g$$

Siendo  $E$  = empuje (N),  $\rho$  = densidad  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ ,  $V$  = Volumen ( $\text{m}^3$ ),

$g$  = aceleración debida a la gravedad  $\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

El principio de Arquímedes trata de la flotabilidad de los objetos que se sumergen en un fluido, y ésta depende del empuje hacia arriba que recibe por parte del fluido, así como del peso del objeto que va hacia abajo; la relación entre estas dos variables, empuje y peso, va a determinar si flota o se hunde el objeto.

La hidrostática estudia los fenómenos relacionados con fluidos, ya sean líquidos o gaseosos. La presión depende de la fuerza aplicada en una cierta área donde se transmitirá por igual a todos los puntos del fluido sin importar su profundidad; esto lo observó Pascal. Para el caso de objetos sumergidos en fluidos, la presión es la misma en todos los puntos a la misma profundidad, independientemente de la forma del contenedor. Cuando un objeto es sumergido dentro de un fluido aparece una fuerza de flotación, la cual lo empuja hacia arriba y ésta, como dice el principio de Arquímedes, será igual al peso del fluido que desplaza.



# Electricidad

Algunas veces, cuando una persona toca un objeto, surgen chispas en el punto de contacto o la persona en cuestión siente un cosquilleo en su cuerpo. Para comprender este fenómeno y otros, como la forma en que se genera un rayo, se requiere comprender qué son las cargas eléctricas y cuál es su forma de transferirse; del mismo modo, es necesario conocer sobre ciertos eventos que se relacionan con éstas, como la generación de luz, calor y movimiento.



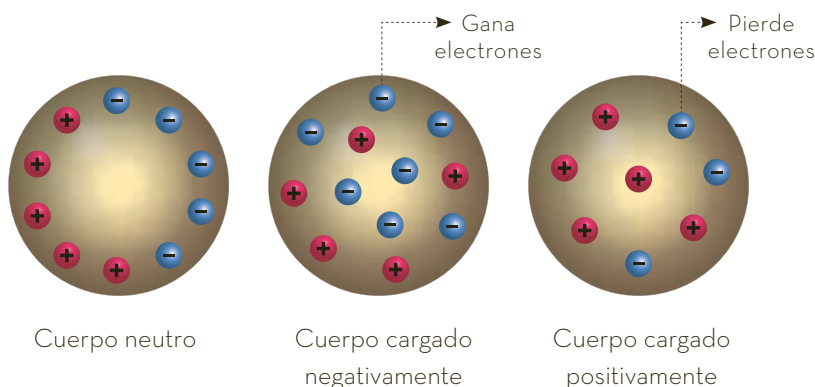
# Carga eléctrica

Algunas veces, al frotar la ropa sobre el cuerpo se ven chispas; al levantarse de la cama para tomar algún objeto de metal, se siente un cosquilleo en el cuerpo, o bien cuando se camina sobre una alfombra e inmediatamente se toma la mano de una persona, se vuelve a sentir un cosquilleo e, incluso, aparecen destellos de luz. Estos fenómenos, entre otros, se deben a la acumulación de cargas eléctricas, las cuales se transfieren entre los cuerpos.



Un experimento común que permite observar los efectos de las cargas eléctricas consiste en frotar un peine de plástico contra el cabello y, después, utilizarlo para atraer pequeños trozos de papel. Dicho experimento demuestra que el peine de plástico, al ser frotado, adquiere una carga diferente a la de los trozos de papel, lo que hace posible que los atraiga. Al realizar este tipo de pruebas, se descubrió la carga eléctrica, la cual es una propiedad de la materia: esto implica que todos los objetos contienen cargas eléctricas en su estructura.

Cabe señalar que todos los cuerpos son eléctricamente neutros, es decir, tienen la misma cantidad de carga eléctrica positiva y negativa. Cuando un cuerpo se encuentra cargado eléctricamente, sus cargas no están en equilibrio. En este sentido, los cuerpos tienen electrones, que son partículas diminutas que contienen carga negativa. Al frotarse dos cuerpos, una cantidad de ellos pasa de uno a otro, es decir, este último adquiere una carga negativa y el otro, que pierde electrones, queda con carga positiva.

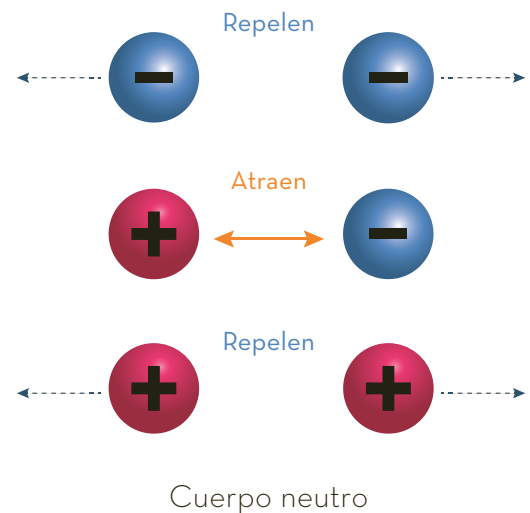




En algunas ocasiones, salen chispas de las prendas de vestir al quitárselas o al momento de saludar a alguien con la mano; éstas son manifestaciones de la electricidad llamada *estática*.

No siempre ocurre dicho fenómeno, pues algunos objetos o personas generalmente tienen carga neutra, es decir, poseen el mismo número de protones y electrones en su constitución, pero algunas veces estas cargas se transfieren y los cuerpos quedan electrizados. Cabe señalar que hay dos tipos de cargas que se asocian con la atracción y la repulsión: positiva y negativa. Cuando dos objetos están cargados con cargas iguales, se repelen; si las cargas son diferentes, se atraen.

En el esquema de la derecha se observa cómo las cargas iguales se repelen, mientras que las cargas diferentes se atraen.



Estas cargas se transmiten por contacto, por fricción o por acercamiento; a este último proceso se le conoce como *inducción*. Un globo se carga al frotarlo contra el cabello y, de esta forma, las cargas negativas (electrones) pasan del cabello al globo, por ello se dice que éste queda cargado negativamente; luego, si este mismo globo se acerca a trozos de papel de china, que están neutros, sin tocarlos éstos se cargan por inducción, quedando con carga positiva. Posteriormente, si se acercan o se mueven en torno del globo, se observa que se adhieren al globo, ya que la carga negativa de éste atrae la carga positiva de los trozos de papel.



Si la superficie del globo se acerca a un objeto, éste queda cargado por contacto; si se repelen, es que los dos quedan con cargas iguales. Entonces, es importante saber que no hay creación ni destrucción de cargas, sólo se transfieren entre objetos y, de este modo, el total de cargas se conserva; si dos objetos con diferente carga se tocan nuevamente, después de que se cargaron, el exceso de carga de uno pasa al otro.

La carga negativa del globo atrae la carga positiva.



## Accidentes por cargas

Las cargas que se transfieren de un objeto a otro pueden ocasionar accidentes, pues una mínima chispa puede encender, por ejemplo, los vapores que provienen de una gasolinera, por lo que es recomendable, antes de salir del auto, descargarse tocando la manija de metal del vehículo y así quedarse con carga neutra. Por eso, las pipas que transportan combustibles arrastran una cadena de metal para descargarse y no provocar una chispa eléctrica que ocasione un incendio. En este mismo sentido, a los camiones de compañías eléctricas o de telefonía, cuando llegan al lugar de trabajo, se les coloca una varilla a tierra para evitar chispas por descargas. Por último, otra medida para evitar chispazos es usar zapatos con suela de piel, que conducen la carga a tierra, y no de goma, que actúan como aislante e impiden la descarga.

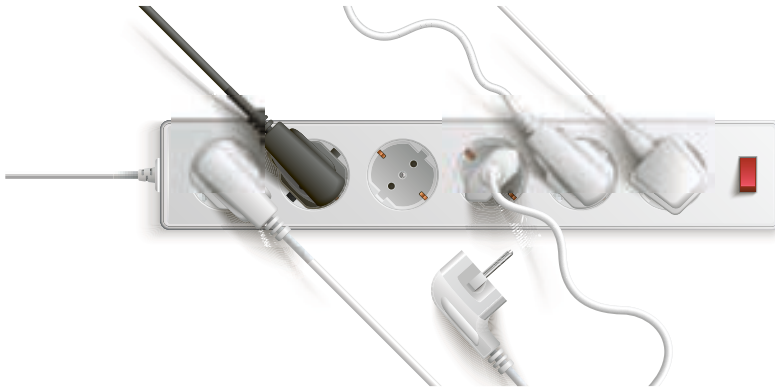


La carga eléctrica es una propiedad de todos los cuerpos con masa. Los electrones son las partículas que abandonan un objeto al frotarlo, de modo que éste queda cargado por contacto o por inducción. Al estar cargado eléctricamente, es viable que se descargue sacando pequeñas chispas. Así pues, las cargas se transfieren entre objetos, conservándose la carga total.



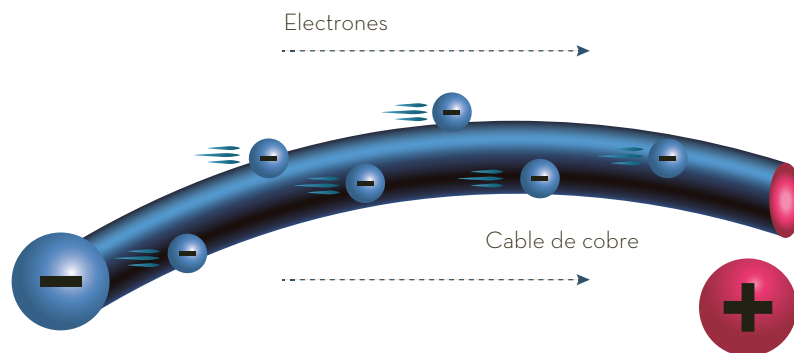
## Corriente eléctrica

Cuando se conecta a la toma de corriente un cable, ya sea del celular, la computadora, la pantalla y, en general, de todos los aparatos electrónicos que se usan en la vida diaria, se obtiene energía eléctrica al instante debido al flujo de cargas eléctricas que se produce a través de éste.



Así como el agua circula a través de mangueras y tuberías, también los electrones circulan por cables. Es conveniente recordar que los electrones tienen carga eléctrica, entonces, también, por el cable, fluye una corriente eléctrica.

En este mismo sentido, las cargas circulan con mayor facilidad en cables metálicos, y los electrones forman el flujo de dichas cargas. El medidor de corriente de agua en las casas indica cuánta agua pasa por una sección transversal de la tubería, mientras que, en el caso de la corriente eléctrica, la carga que pasa por una sección transversal de cable se llama *intensidad de corriente eléctrica* y se mide en amperes (A).



La corriente eléctrica es el flujo de cargas negativas que circula por un conductor; su intensidad es la cantidad de carga por unidad de tiempo a través de la sección transversal de un conductor y se mide en amperes (A).

# Resistencia eléctrica

Si se pasa agua por una manguera gruesa y también por una delgada, se nota que circula más líquido por la primera que por la segunda en la misma cantidad de tiempo. Lo mismo sucede con la corriente eléctrica: al fluir por un conductor grueso, pasa más corriente eléctrica, ya que el conductor ofrece menos resistencia, a diferencia de un conductor delgado en donde la resistencia es mayor y, por tanto, la corriente eléctrica corre en menor cantidad.

La resistencia de un conductor también depende del material con el que está hecho. Los metales son excelentes conductores de corriente eléctrica, pero aun entre ellos hay unos que ofrecen menor resistencia que otros.

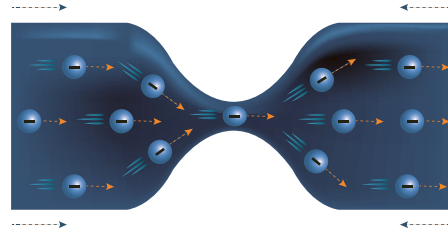


Un factor adicional relacionado con la resistencia es el largo del conductor: cuanto más largo es, mayor resistencia ofrece.

La resistencia, cuyo símbolo es  $R$ , se define como la oposición al flujo de la carga eléctrica. La resistencia de un alambre conductor de corriente eléctrica depende de su grosor, longitud y del tipo de metal que se trate; por ejemplo, el cobre ofrece menos resistencia al paso de la corriente que el estaño.

Por lo anterior, generalmente se usan alambres de cobre para conducir la corriente eléctrica, porque ofrecen menos resistencia. A su vez, la plata es un mejor conductor, puesto que proporciona menos resistencia que el cobre, pero costaría mucho dinero hacer los cables con ese material; por lo tanto, se fabrican de cobre, por ser el metal más económico y con menos resistencia. Por otra parte, dicha resistencia eléctrica al paso de corriente también depende de la temperatura: cuanto mayor es ésta, mayor resistencia se presenta, por lo que se buscan aleaciones de materiales para que la temperatura no los afecte y su resistencia sea menor al flujo de la corriente.

Por último, la unidad de medida de la resistencia eléctrica es el ohm (denotada por la letra griega  $\Omega$ ), llamada así en honor al físico alemán Georg Simon Ohm (1789-1854).

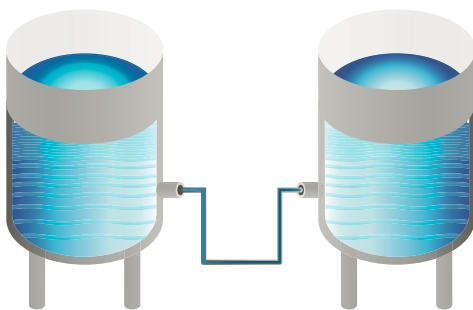
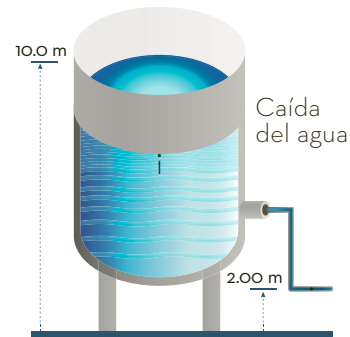


Resistencia eléctrica

Cuando la carga eléctrica fluye lentamente, ya sea por el diámetro, la longitud o el material por el que circula, se dice que opone resistencia. En correspondencia, el ser humano conduce corriente eléctrica y su resistencia depende de la presencia de sales en su organismo, puesto que éstas conducen mejor la electricidad.

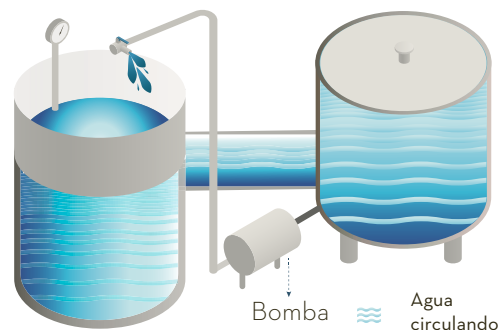
## Voltaje

Para que el agua fluya y caiga por una tubería es necesario que exista una diferencia de niveles.



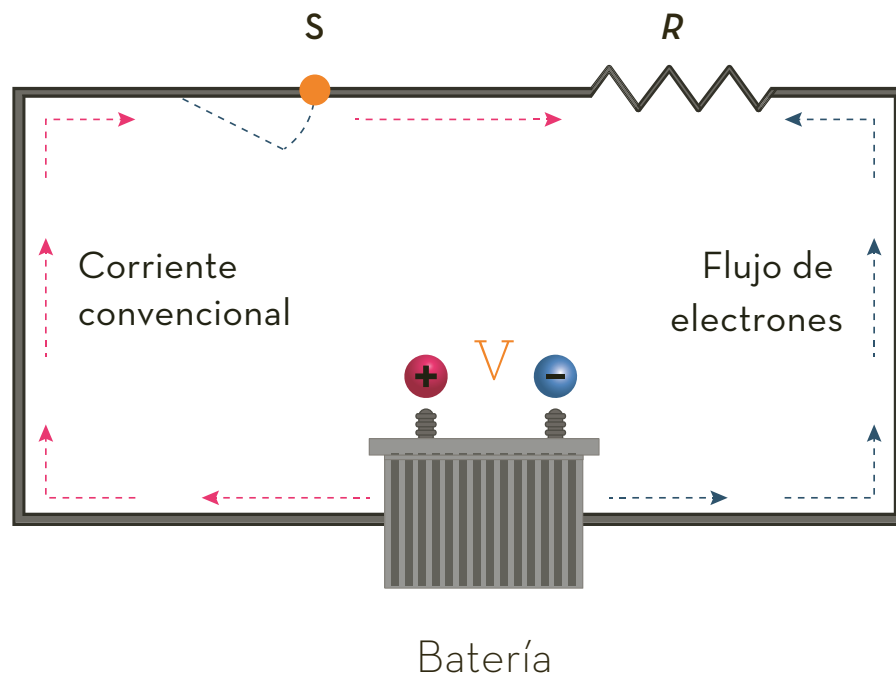
El agua en un depósito lleno tiene una energía potencial que se transforma en cinética cuando se abre una válvula debajo del nivel del agua y fluye por ella. Así mismo, cuando se conecta a otro depósito, de nivel más bajo, el agua fluye del lleno al otro y, cuando se igualan los niveles, ésta deja de fluir.

Para lograr que exista un flujo continuo de agua, se coloca una bomba que ejerce presión y así mantiene el agua en movimiento.



Lo mismo ocurre con las cargas eléctricas: para que éstas fluyan continuamente, debe mantenerse una diferencia de potencial entre las cargas, pero, en lugar de una bomba de agua, se utiliza una batería o un generador de corriente que mantiene una diferencia de potencial eléctrico, que es conocida como *voltaje* y cuya unidad de medida es el volt (V).

Cuando las cargas eléctricas fluyen por cables conductores conectados a una batería, se dice que circulan a lo largo de un circuito, el cual normalmente tiene una resistencia, pero ese flujo sólo ocurre cuando existe una diferencia de ese potencial llamado voltaje, precisamente como se observa en el siguiente esquema:



La batería, pila o generador de cualquier tipo proporciona un voltaje (V). Para que circule la corriente eléctrica (I) a través de un conductor (cable), se tiene que cerrar un circuito de cable al encender un interruptor (S). De este modo, los cables tienen una resistencia por sí solos, aunque un aparato eléctrico o un foco también son resistencias.

El voltaje es la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un circuito eléctrico que permite el flujo de una corriente eléctrica dentro de dicho circuito, el cual puede suministrarse mediante pilas, baterías o generadores.

## Manifestaciones y aplicaciones de la energía eléctrica

Cuando se nada en el mar o en una alberca y empieza una tormenta eléctrica, acompañada de truenos y relámpagos, lo mejor es salir del agua y buscar refugio, puesto que este líquido contiene sales minerales que lo convierten en conductor de electricidad; en consecuencia, cuando se está dentro de una alberca en las mismas circunstancias, se forma parte de un circuito por donde pasa la corriente eléctrica, lo que implica un riesgo grave para el cuerpo humano.



Cuando se escucha la palabra *electricidad*, vienen a la mente imágenes del funcionamiento de diferentes aparatos, como lavadoras, juegos electrónicos, teléfonos celulares, pantallas, entre otros, pero, al mismo tiempo, se piensa en las señales eléctricas que viajan por nuestro organismo. El común de todo esto es el concepto de energía eléctrica, la cual se suministra a los dispositivos mediante la corriente eléctrica que viaja por cables; en el caso del cuerpo humano, se generan impulsos nerviosos en forma de corriente eléctrica que se transmiten a través de la sinapsis entre las neuronas, las cuales son las células del sistema nervioso.

Muchos fenómenos naturales implican energía eléctrica, cuyo origen son las cargas eléctricas que, de una u otra forma, se encuentran en diversos objetos y fenómenos.



## Relámpagos

La tierra y las nubes se cargan eléctricamente por la fricción que genera su movimiento. Estas cargas se descargan a la tierra por medio de tormentas eléctricas, porque las cargas negativas acumuladas en la parte baja de las nubes se atraen con las cargas positivas acumuladas en los objetos sobre la tierra. En promedio, durante una tormenta, se producen de 50 a 100 descargas eléctricas por segundo, lo que produce truenos y relámpagos, evidencia audible y visible de que existe actividad eléctrica.

## Pararrayos

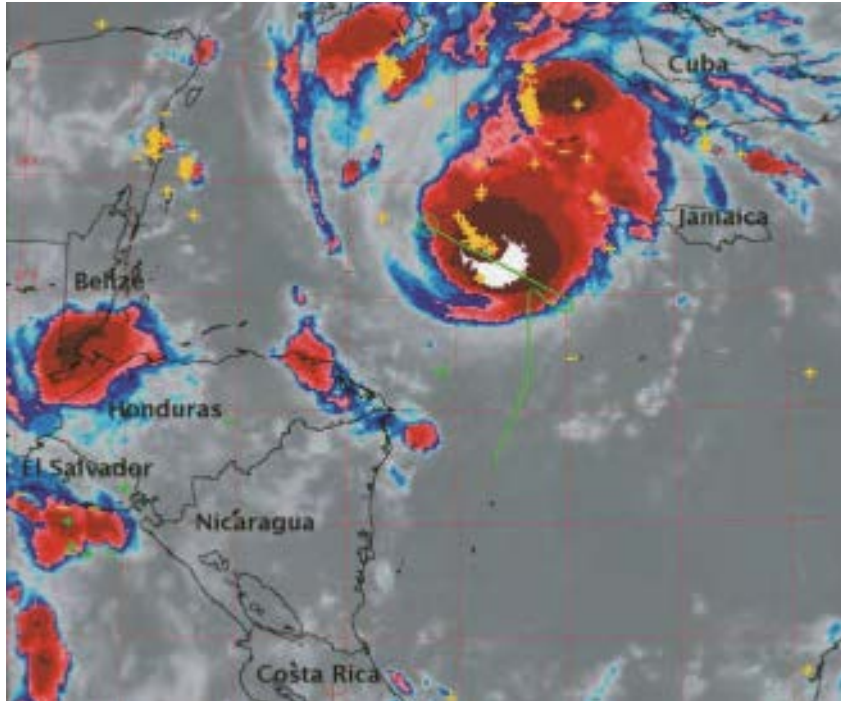
Un pararrayos es un artefacto que consiste en una varilla metálica, cuya punta sobresale a todo lo demás y que, conectada a tierra, protege de recibir una descarga directa de un rayo a edificios, casas y todo lo que está a su alrededor.





## Ciclones

Un ciclón es un fenómeno atmosférico con una concentración de nubes que gira en torno de un centro. En éste, la presión atmosférica es menor que en sus alrededores, por lo que es un medio de la Tierra para descargarse eléctricamente al movilizar rápidamente cargas desde la atmósfera interior hacia la tierra. Este fenómeno también es conocido como *huracán*.



La imagen anterior, tomada por el satélite GOES11, muestra un huracán. En color amarillo se revelan los relámpagos detectados en la pared cilíndrica de las nubes que rodean al ojo del huracán, mientras que la línea verde señala la ruta que tomó el avión ER-2, enviado por la NASA, para medir los campos eléctricos dentro del huracán.

## Temblores

Cuando ocurre un temblor se observan destellos de luces antes y durante el evento; es posible que se relacionen con las descargas eléctricas que suceden sobre o alrededor de las zonas sísmicas y, al mismo tiempo, sugiere que los deslizamientos del subsuelo, en las fallas geológicas, son lo suficientemente fuertes como para cargar la Tierra.







### Fenómenos eléctricos en los seres vivos

El cuerpo humano transporta electricidad, al igual que el de todos los seres vivos. En el caso del ser humano, las señales de las neuronas en el sistema nervioso son impulsos eléctricos producidos por una diferencia en la concentración de sales entre el interior y el exterior de la célula. Este movimiento de cargas produce un voltaje.

Por su parte, en el reino animal existen muchas especies que generan descargas eléctricas; por ejemplo, cuando la anguila eléctrica localiza a su presa, su cerebro envía una señal eléctrica a través de las neuronas que llega a ciertos órganos abdominales especializados, entre los cuales se genera una alta diferencia de potencial. De esta forma, cuando la anguila toca a su presa, ocurre una descarga eléctrica que la mata o, al menos, la inmoviliza.

Existe una infinidad de usos para la energía eléctrica, pues la mayoría de los aparatos que usa el ser humano en su vida diaria la necesita para funcionar. Este flujo de cargas también está presente en fenómenos naturales como relámpagos, ciclones y temblores, incluso el flujo de cargas está presente en todos los seres vivos.

## Protocolos de seguridad para el uso de la energía eléctrica

Si una persona toca con sus dedos las terminales de una batería de un auto de 12 volts, sentirá un cosquilleo desagradable que le hará retirar las manos inmediatamente. ¿Qué pasaría si el voltaje o la corriente aumentara?

Se debe tener en cuenta que la descarga de energía eléctrica puede dañar a las personas, generalmente, debido a las corrientes que circulan por su cuerpo, por lo que es fundamental contar con protocolos de seguridad al momento de interactuar con corrientes eléctricas.



Efecto de las corrientes eléctricas en el organismo

| Corriente (A) | Efecto                                                                                                     |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.001         | Se puede sentir.                                                                                           |
| 0.005         | Es doloroso.                                                                                               |
| 0.010         | Causa contracciones musculares involuntarias (espasmos).                                                   |
| 0.015         | Causa pérdida de control muscular.                                                                         |
| 0.070         | Si pasa por el corazón, lo perturba gravemente; es probable que sea fatal si la corriente dura más de 1 s. |

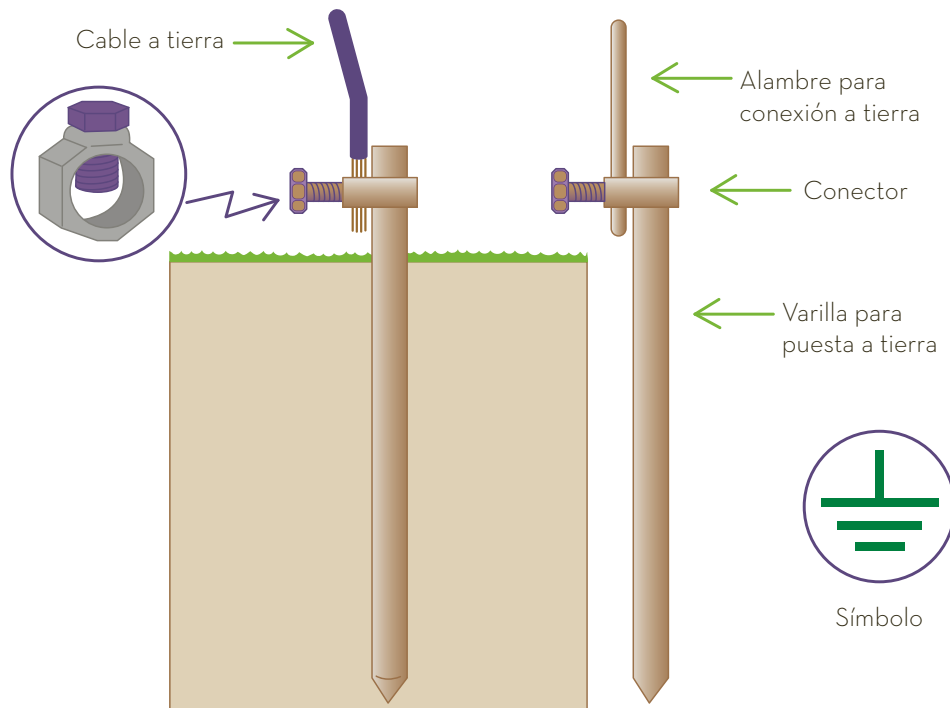
Una regla vital para no sufrir daños por corriente eléctrica es no manejar aparatos eléctricos dentro del cuarto de baño, pues las gotas de agua que se acumulan en los interruptores de apagado y encendido de aparatos como secadoras de cabello o rasuradoras pueden conducir la corriente hacia el usuario.



Del mismo modo, otra medida de seguridad para evitar choques eléctricos es emplear cables de corriente con conectores de tipo B, pues éstos cuentan con una tercera punta, redonda, que permite conectar el aparato a tierra para evitar que llegue una descarga al usuario o que una chispa salte a su cuerpo. Cabe mencionar que, si la toma de corriente a la que se pretende conectar el cable no es de tres puntas, existen adaptadores que se colocan para seguridad de las personas que los manejan.



La mayoría de los aparatos eléctricos que se usan en industrias y hogares tienen que cumplir con normas de seguridad e instalar una conexión a tierra, con el fin de proteger a las personas de una descarga eléctrica. Dicha conexión a tierra, llamada también *tierra física*, enlaza el aparato a una varilla colocada en la tierra o en el piso.



Si no existe la tierra física y cae un rayo sobre una instalación eléctrica, la sobrecarga de electricidad podría causar cortocircuitos en equipos eléctricos que se encuentren conectados en ese momento. Por ello, las casas, desde los cimientos, deben conectarse a tierra física; de lo contrario, con el tiempo, los aparatos eléctricos pueden dañarse gravemente al recibir sobrecargas eléctricas constantes. Además, aquellos aparatos que funcionan con energía eléctrica podrían causar descargas a las personas cuando los toquen, lo que resultaría peligroso.

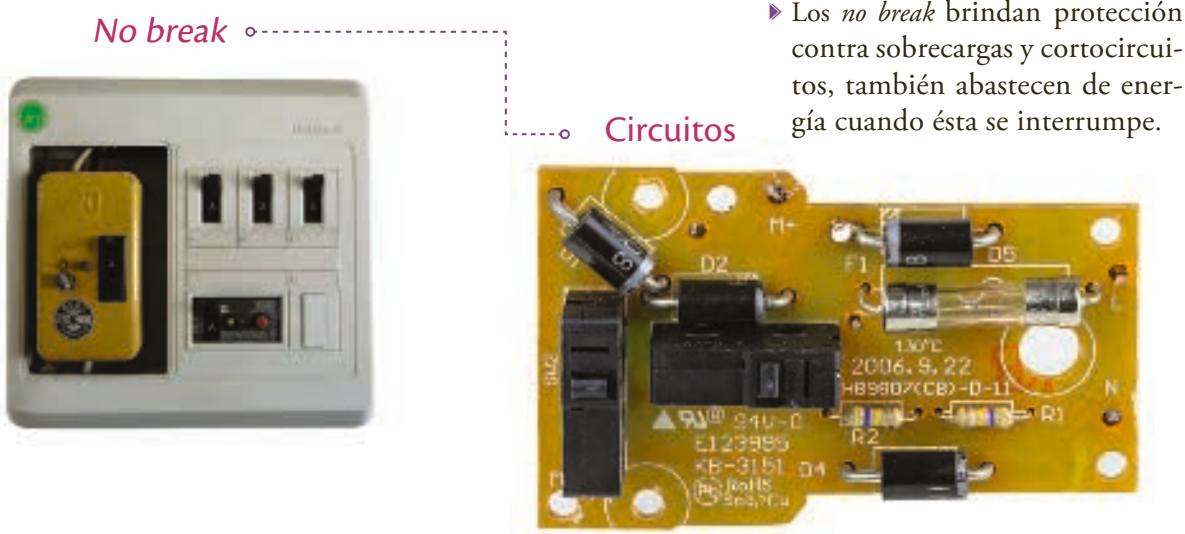
Sistema sin puesta en tierra



Sistema con puesta en tierra



Ahora bien, un circuito se sobrecarga cuando se conectan más aparatos de los que han sido calculados para su capacidad. También suele suceder que los cables del circuito estén dañados o no tengan aislamiento, por lo que dos alambres se pueden tocar y provocar un cortocircuito, porque la trayectoria de la corriente se acorta y tiende a generar descargas eléctricas en ese punto. Asimismo, ocurrirían sobrecargas eléctricas en la red. En consecuencia, para evitar estos problemas y que las instalaciones de casas, negocios o fábricas sean seguras, se instalan fusibles o aparatos llamados *no break*, los cuales brindan protección contra sobrecargas y cortocircuitos; además, proveen de energía eléctrica cuando el suministro se interrumpe. Si no proporcionan dicha energía, se llaman *reguladores*.



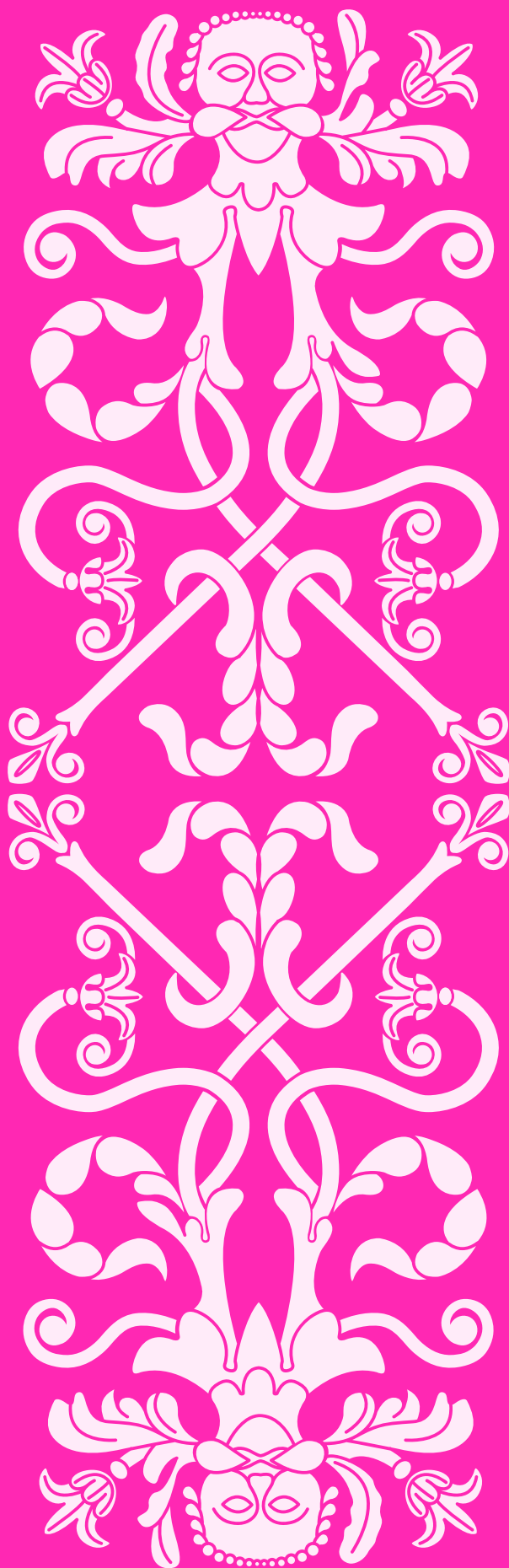
Se recomienda implementar y seguir protocolos de seguridad para el uso de la electricidad en casas, negocios y en todo lugar donde existan conductores de energía eléctrica, porque ésta, con frecuencia, ocasiona severos accidentes al ser humano.

Se debe tener presente que las cargas eléctricas que circulan por un conductor crean una corriente cuando son suministradas por una batería o generador, que el circuito tiene una resistencia interna según las características del conductor y que la energía eléctrica hace funcionar infinidad de aparatos que se usan día a día. También debe recordarse que esta misma energía se encuentra presente dentro del cuerpo humano y que se genera a través de impulsos eléctricos, así como en fenómenos naturales; por todo, la energía resulta ser una fuente de poder que requiere precaución al utilizarla.



# Electromagnetismo

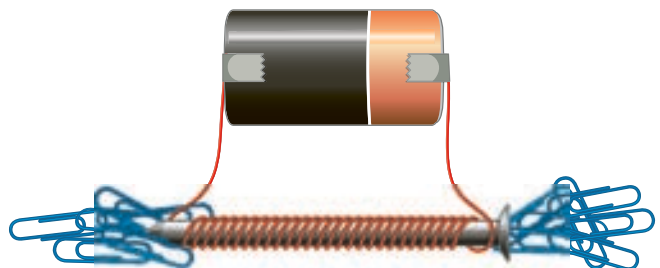
Gran parte de los aparatos tecnológicos que se utilizan a diario funcionan gracias a la relación entre la electricidad y el magnetismo. El funcionamiento del electromagnetismo tiene como base la ley de inducción de Faraday, que describe la interacción entre la electricidad y el magnetismo. Dicha interacción forma ondas llamadas *electromagnéticas* y su ejemplo más conocido es el de la luz.





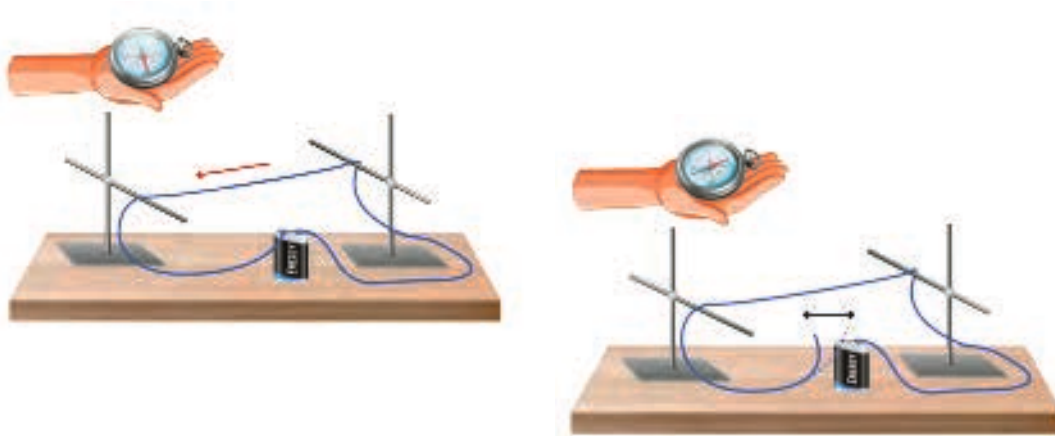
# Interacción entre electricidad y magnetismo

El electroimán es un dispositivo en donde interactúan el magnetismo y la corriente eléctrica. Éstos están constituidos por alambre enrollado (bobina) en un material ferromagnético (hierro) que conduce corriente al conectarlo a una pila. Al pasar la corriente se crea un campo magnético alrededor de la bobina que magnetiza el material ferromagnético por contacto y se convierte en un imán eléctrico. Algunas aplicaciones del electroimán se pueden encontrar en las grúas que levantan objetos pesados, como automóviles, en los depósitos de chatarra o en la maquinaria industrial, en plantas recicladoras de basura, que separan los objetos ferromagnéticos, como hierro, níquel y cobalto. En realidad, es sencillo realizar un electroimán como el que se muestra en la imagen, para ello basta con enrollar alambre de cobre alrededor de un clavo de hierro; después, conectarlo a una batería para el que clavo quede magnetizado y convertido en un electroimán; entonces, si se acerca a materiales ferromagnéticos, como alfileres, clavos o clips, los atraerá. En las siguientes imágenes se pueden observar algunos electroimanes:



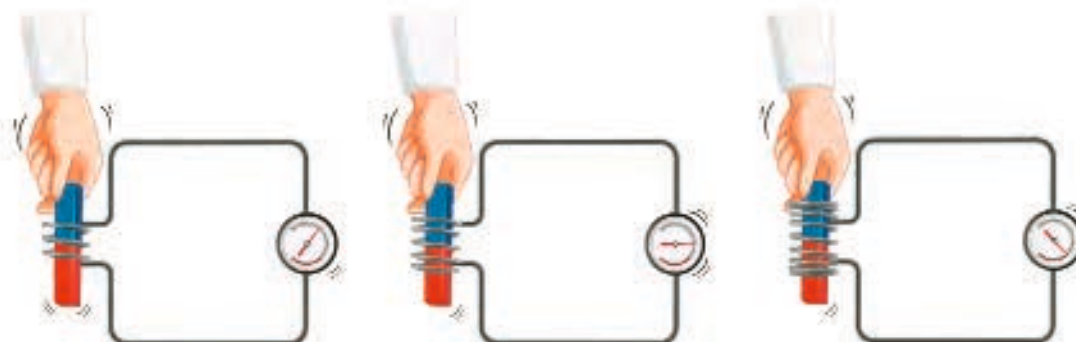


En la vida cotidiana se necesita de la corriente eléctrica y ésta se obtiene a partir de la interacción de la electricidad con el magnetismo. Hans Christian Oersted, profesor de la Universidad de Copenhague, en 1807, al dar una clase práctica, tenía conectado un circuito en donde una pila suministraba energía a unos cables pasándoles corriente eléctrica. Como tenía una brújula cerca, se percató de que ésta se movía al acercarse al alambre. Él sabía que para que una aguja imantada se moviera era necesaria la detección de un campo magnético, por lo que concluyó que la corriente eléctrica del alambre generaba un campo magnético. En la siguiente imagen se puede observar el experimento realizado.



La imagen anterior ilustra que, cuando no circula corriente por el cable, la aguja de la brújula no detecta ningún campo magnético, ya que no se mueve, pero si se conecta a la pila, la aguja se mueve al detectar el campo magnético creado; de lo anterior, se concluye que una corriente eléctrica produce un campo magnético, el cual es detectado por la brújula.

Posteriormente, Michael Faraday demostró que se puede producir corriente eléctrica introduciendo un imán dentro de un conductor en forma de bobina, por lo que no se necesita una batería para generar la corriente. También se puede contar con corriente si la que se mueve es la bobina y el imán se queda fijo. De esta manera, cuanto mayor sea el número de vueltas de la bobina (como se observa en la siguiente imagen), mayor será el voltaje que genere corriente; cuanto más rápido sea el movimiento del imán o de la bobina, mayor será el voltaje.

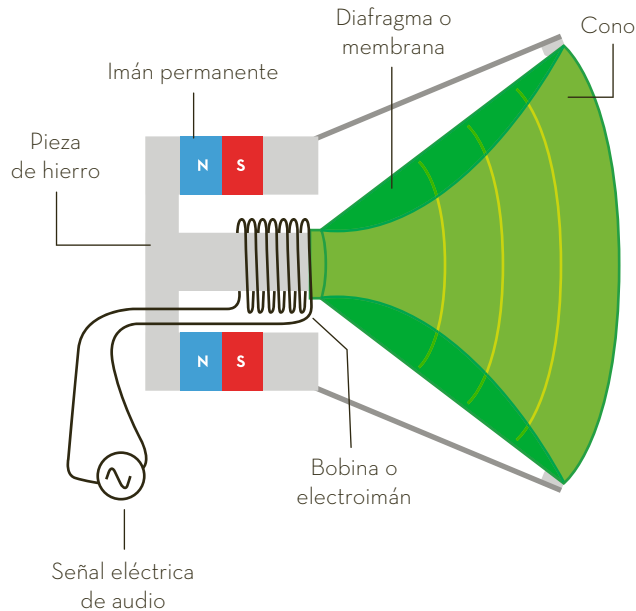


El fenómeno antes descrito se conoce como *inducción electromagnética*. Faraday enunció una ley sobre este fenómeno, en la que establece que el voltaje inducido en un circuito eléctrico es proporcional a la variación del flujo del campo magnético que atraviesa.

La tecnología que se utiliza a diario se basa en la relación entre la electricidad y el magnetismo, esto es, *electromagnetismo*. Así funcionan los generadores de corriente eléctrica instalados en, por ejemplo, presas hidroeléctricas o plantas eólicas, que producen gran cantidad de energía eléctrica y se transmite a las casas, industrias o comercios.

Otro uso del electromagnetismo se encuentra en la elaboración de las bocinas, cuyo mecanismo está conformado por un imán en el centro y, alrededor de éste, hay una bobina conectada a una membrana, que es un material elástico. Al entrar la señal de un dispositivo en ella, como la de un teléfono inteligente, provoca que la bobina se convierta en un imán, ya que la corriente eléctrica produce un campo magnético a su alrededor; en ese instante, se tienen dos campos magnéticos, el del imán y el de la bobina, dos imanes repeliéndose y atrayéndose. Este movimiento de ida y vuelta en la membrana produce ondas sonoras.

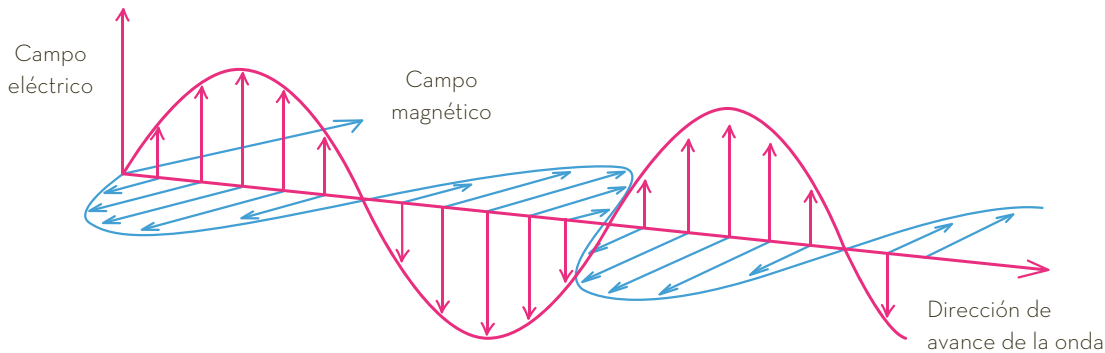
En la siguiente imagen, se observa un ejemplo de una bocina que reproduce música, se observa el imán en el centro y la bobina conectada a la membrana elástica.



La relación entre la electricidad y el magnetismo mueve al mundo donde vivimos; se sustenta en el hecho de que la corriente eléctrica genera un campo magnético a su alrededor. Entonces, como resultado de este descubrimiento, se puede generar corriente eléctrica en un campo magnético.

# Ondas electromagnéticas

La luz se origina con el movimiento acelerado de los electrones que forman una onda electromagnética, la cual involucra a campos eléctricos y magnéticos que transportan energía, como se muestra en la siguiente figura:



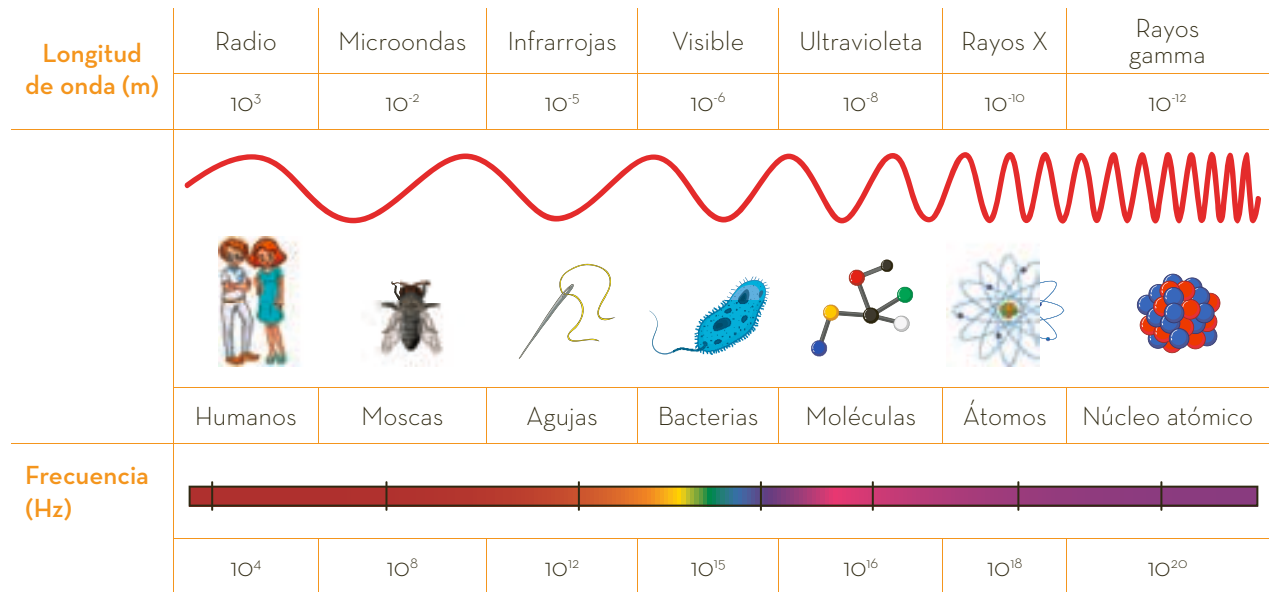
Existen diferentes tipos de ondas electromagnéticas, un ejemplo de ellas es la de la luz, la cual es la única que los humanos ven. Otros ejemplos son: las ondas de radio y televisión, las de telefonía móvil, las de radiación infrarroja, las de radar, los rayos ultravioleta, las microondas, los rayos X, los rayos gamma, entre otras. Las ondas anteriores no se pueden observar y una de sus características es que viajan a la velocidad de la luz.

El conjunto de ondas electromagnéticas se conoce como *espectro electromagnético*. Está constituido por ondas electromagnéticas con diferentes longitudes, llamadas *longitud de onda*, medida en metros (m), y frecuencia (f), que es el número de vibraciones de la onda por segundo, medida en hertz (Hz).

El espectro es una línea continua de diferentes longitudes de onda y frecuencia que empieza en las ondas de radio y termina con los rayos gamma. Las ondas del espectro electromagnético se propagan con la misma rapidez. Algunos ejemplos son los siguientes: las ondas de radio tienen una longitud amplia, del orden de 1 000 m (del tamaño de muchos edificios) y una frecuencia baja, que es el número de veces que se repite por segundo, de 10<sup>4</sup> Hz. Las microondas tienen una longitud del orden de 0.02 m (10<sup>-2</sup> m) del tamaño de una abeja, mientras que su frecuencia es de 1 010 Hz. El infrarrojo, de 10<sup>-5</sup> m, del tamaño de la punta de una aguja, y así hasta los rayos gamma, con una longitud del tamaño de un átomo y con una frecuencia de vibración alta.

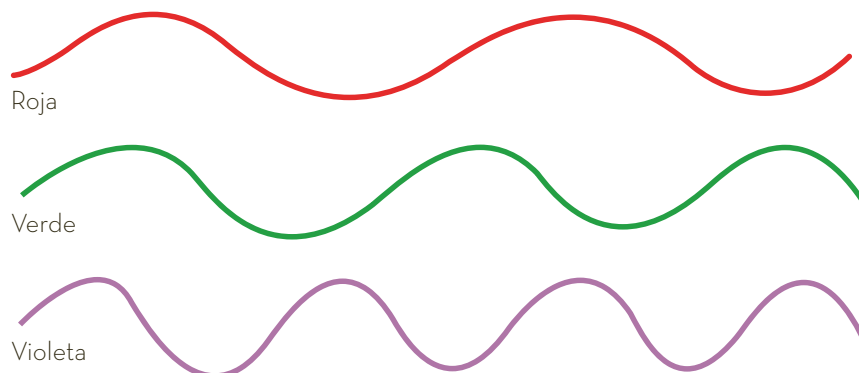
Con lo anterior, se puede generalizar que al disminuir la longitud de onda aumenta la frecuencia.

En el siguiente esquema, se ilustran los tamaños de las ondas:



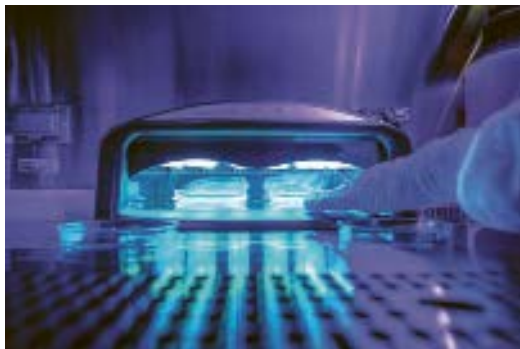
## Luz visible

La luz visible es una forma de energía electromagnética que los ojos humanos perciben y procesan. Se encuentra en el espectro electromagnético, entre las longitudes de onda del infrarrojo y el ultravioleta. La luz visible permite ver los objetos gracias a su manera de propagarse y a la energía que transporta. La luz de frecuencia mínima y longitud máxima es la roja, visible, con una energía baja; después se encuentra la verde y así sucesivamente. Las frecuencias máximas de la luz visible son violetas, su longitud es mínima y su frecuencia alta, por lo que son más energéticas.



## Infrarrojo

Un cuerpo cálido, como el de los seres humanos, emite radiación infrarroja, que depende de su temperatura. Lo anterior sirve como fundamento de los termómetros infrarrojos. Para detectar este tipo de radiación es suficiente con acercar la mano y sentir el calor, también se usan los termómetros infrarrojos, que no tienen que estar en contacto directo con la persona, asimismo existen lámparas infrarrojas como las que se usan en fisioterapia para aliviar los músculos adoloridos o tensos. Otro ejemplo son los controles remotos que funcionan con luz infrarroja.



## Ultravioleta

Las ondas ultravioletas (UV) se usan en la desinfección del agua, del aire y de superficies. También para secar lacas, barnices y adhesivos o para detectar billetes falsos y en las trampas para cazar insectos.

## Rayos gamma

La radiación gamma es capaz de penetrar profundamente en los materiales, por lo que su uso más frecuente es en la esterilización, es decir, se utiliza para eliminar bacterias de los alimentos o de instrumental empleado en medicina.

Los rayos se producen, por ejemplo, en el espacio exterior, en las explosiones estelares llamadas *supernovas*. Estos rayos son absorbidos por la atmósfera y es posible observarlos con aparatos especiales.

## Rayos X

Los rayos X se detectan por medio de placas fotográficas. Al tomar una radiografía, los rayos X atraviesan los tejidos blandos del cuerpo, como los del hígado o el corazón, pero no los huesos, de tal forma que su sombra queda registrada en la placa, como en la imagen de la derecha. Los aparatos de rayos X también se usan en los aeropuertos, puesto que permiten detectar armas, drogas o explosivos.

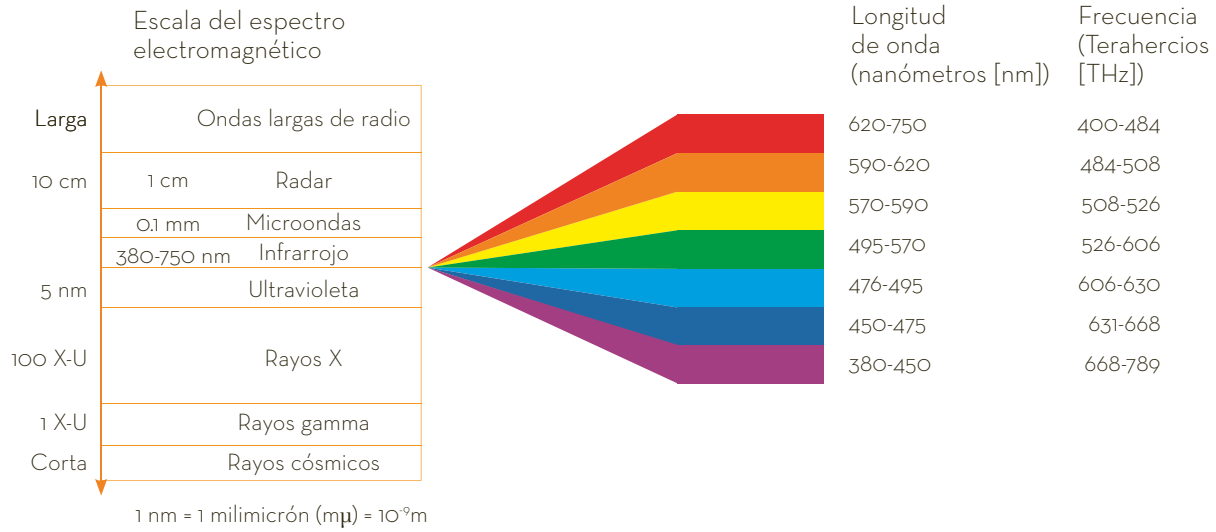


En definitiva, diferentes tipos de ondas electromagnéticas se mueven en el espacio a lo largo de una línea llamada *espectro electromagnético*. Se clasifican de acuerdo con su longitud y frecuencia: mientras más alta es su frecuencia, su longitud es menor, y viceversa. Su utilidad para la humanidad es amplia y, a menudo, se utilizan en sectores alimentarios, de salud, de comunicación, entre otros.

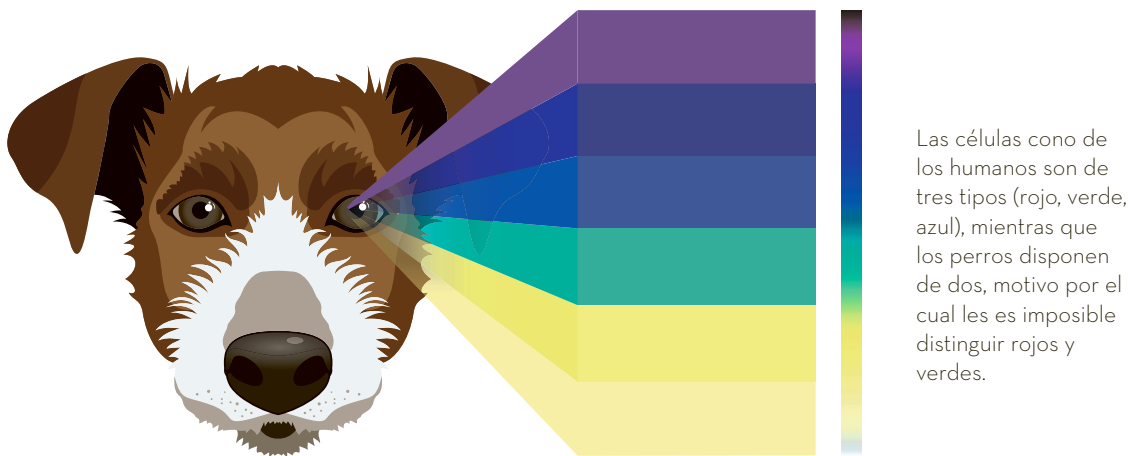
## La luz como onda electromagnética

Los humanos detectan las ondas electromagnéticas en un rango conocido como *espectro visible*. El ojo humano es sensible a la región del rojo al violeta, con su respectiva longitud de onda de 400 a 700 nm, donde nm significa “nanómetro” y  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ , como se observa a continuación:

| Tipo de onda  | Espectro electromagnético | Longitud de onda (nanómetros) | Frecuencia (ciclos por segundo $\times 10^{12}$ ) |
|---------------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------------|
| Larga         | Ondas largas de radio     | 650-800                       | 400-470                                           |
| 10 cm<br>1 cm | Radar                     | 590-640                       | 470-520                                           |
| 0.1 mm        | Microondas                | 550-580                       | 520-590                                           |
| 400-700 nm    | Infrarrojas               | 490-530                       | 590-650                                           |
| 5 nm          | Ultravioleta              | 460-480                       | 650-700                                           |
| 100 X-U       | Rayos X                   | 440-450                       | 700-760                                           |
| 1 X-U         | Rayos gamma               | 390-430                       | 760-800                                           |
| Corta         | Rayos cósmicos            |                               |                                                   |



Algunos animales pueden ver en otras frecuencias del espectro electromagnético, por ejemplo, las abejas pueden ver la luz ultravioleta. Los mosquitos y las serpientes detectan la radiación infrarroja que se desprende de los cuerpos calientes; por eso, logran encontrar y acercarse a su presa. En la siguiente imagen, se observan los espectros visibles de los perros.

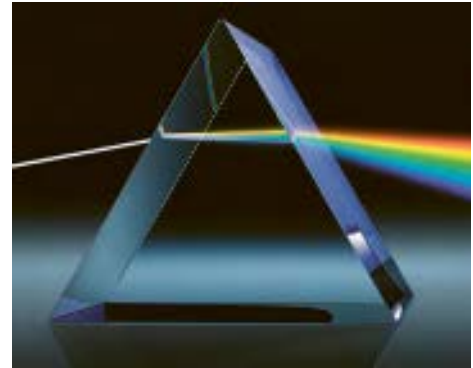




A través del sentido de la vista se observa el panorama. El ojo es un órgano fotorreceptor, ya que para ver se necesita luz. En este sentido, se pueden distinguir dos clases de objetos: los que emiten luz (fuentes), como el Sol, focos, velas, entre otros, y los que no la emiten, que sólo se distinguen por la luz que proviene de las fuentes. Si no hay ninguna fuente que ilumine los objetos, no es posible verlos.



La luz blanca del sol está formada por todas las frecuencias visibles. Si se hace pasar esta luz por un prisma, se tienen los colores del arcoíris (como en la imagen). La intensidad de la luz solar varía con la frecuencia, y es más intensa en la parte amarilla-verde. Los ojos han evolucionado y tienen la sensibilidad máxima en estas frecuencias. Por esto, algunas ciudades del mundo pintan los carros de bomberos en tonos de amarillo a verde, en especial en los aeropuertos, donde la visibilidad es fundamental.



En suma, la luz es una forma de onda electromagnética que transporta energía a través del espacio sin necesidad de un medio material y que puede ser descrita por su longitud de onda y frecuencia. La longitud de onda de la luz visible varía desde el violeta hasta el rojo. La luz visible es una forma de energía electromagnética que permite la percepción visual.

Las ondas electromagnéticas son una combinación de campos eléctricos y magnéticos que pueden tener diferentes longitudes de onda y frecuencias. Algunos ejemplos de ondas electromagnéticas incluyen la luz visible, las ondas de radio, los rayos X, los rayos gamma y las ondas infrarrojas. Estas ondas tienen aplicaciones en diversos campos, incluyendo la comunicación, la medicina, la astronomía y la tecnología.



# Créditos bibliográficos

- Amor García, Mario (2017). *Grafeno: biografía de un material*. Trabajo de fin de grado en Filosofía, Departamento de Historia de la Ciencia de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Disponible en [https://oa.upm.es/49708/1/TFG\\_Paz\\_Ortega\\_Irene.pdf](https://oa.upm.es/49708/1/TFG_Paz_Ortega_Irene.pdf) (Consultado el 1 de septiembre de 2024).
- Arturo Geometría (2019). “Triángulo dadas altura, mediana y bisectriz del mismo lado (ha, ma & ba)” [video], en Arturo Geometría [productor]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=zdNjayWqH4g> (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- (2019). “Triángulo dado un lado y dos alturas” [video], en Arturo Geometría [productor]. Disponible en [https://www.youtube.com/watch?v=ZnEsBSW6\\_6A&t=1s](https://www.youtube.com/watch?v=ZnEsBSW6_6A&t=1s) (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Aula Fácil (2018). “Polígonos”. Disponible en <https://www.aulafacil.com/cursos/matemáticas-secundaria-eso/matemáticas-primero-eso/poligonos-l7632> (Consultado el 30 de marzo de 2023).
- Blitzer, Robert (2020). *Álgebra y trigonometría*, México, McGraw-Hill.
- Bureau International des Poids et Mesures (s. f.). *SI Brochure: The International System of Units (SI)*. Disponible en <https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure> (Consultado el 10 de abril de 2023).
- Cajas, Fernando (2001). “Alfabetización científica y tecnológica: la transposición didáctica del conocimiento tecnológico”, en *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, vol. 19, núm. 2, pp. 243-254. Disponible en <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21737/21571> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Canal Encuentro (2017). “En su justa medida: ¿Qué es medir? (capítulo completo) – Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en [https://www.youtube.com/watch?v=tn\\_1L-R0e\\_Ps](https://www.youtube.com/watch?v=tn_1L-R0e_Ps) (Consultado el 19 de enero de 2024).
- (2017). “En su justa medida: Corriente eléctrica (capítulo completo) - Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=5MpT6x3CO6c> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- (2017). “En su justa medida: Intensidad luminosa (capítulo completo) - Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=gPT8uGw7sT8&t> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- (2017). “En su justa medida: Longitud (capítulo completo) - Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=aA5v9nhuntM> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- (2017). “En su justa medida: Tiempo y frecuencia (capítulo completo) - Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en [https://www.youtube.com/watch?v=3k9r\\_V1RqJow](https://www.youtube.com/watch?v=3k9r_V1RqJow) (Consultado el 19 de enero de 2024).
- (2017). “En su justa medida: Unidades de masa (capítulo completo) - Canal Encuentro” [video], en Lucía Rey [productora]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=pD7Q3fASIO8> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Canavos, George (1998). *Probabilidad y estadística. Aplicaciones y métodos* [1988], México, McGraw-Hill.
- Cátedra Enresa (s. f.). *Historia del átomo y la radiactividad*. Disponible en <https://www.catedraenresauco.com/historia-del-atomo-la-radiactividad/> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Centro Español de Metodología (2021). “La redefinición de las Unidades del Sistema Internacional EXPLICADO” [video], en Amanda Rodríguez Pinto [productora]. Disponible en [https://www.youtube.com/watch?v=TDpZa\\_N8h4w](https://www.youtube.com/watch?v=TDpZa_N8h4w) (Consultado el 10 de abril de 2023).
- Criado, David (2014). “la ciencia del pensamiento cotidiano”, en *Vorpalina*. Disponible en <https://www.vorpalina.com/la-ciencia-del-pensamiento-cotidiano/> (Consultado el 7 de marzo de 2023).
- Cuéllar Carvajal, Juan Antonio (2019). *Matemáticas I*, México, McGraw Hill.
- Darrell, Huff (1954). *How to Lie with Statistics*, Nueva York, Norton.

- Dehouve, Danièle (2014). “Las medidas corporales en los rituales mexicanos”, en *Ateliers d'anthropologie*, núm. 40. Disponible en <https://journals.openedition.org/ateliers/9643> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Eduboom (s. f.). *Videolección: perímetros y áreas de figuras compuestas*. Disponible en <https://eduboom.es/video/311/permetros-y-areas-de-figuras-compuestas-ejercicios> (Consultado el 31 de marzo de 2023).
- educale.com (2021). “Dibuja un triángulo dadas sus tres medianas. 4k” [video], en educale.com [productor]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=4PLwU215GQw> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Elbibliote.com (s. f.). “Áreas y perímetros”, en *Libro-Pedia: Matemática*. Disponible en [http://elbibliote.com/libro-pedia/manual\\_matematica/?tag=perimetro-de-figuras-complejas](http://elbibliote.com/libro-pedia/manual_matematica/?tag=perimetro-de-figuras-complejas) (Consultado el 31 de marzo de 2023).
- Esteban Marina, Alberto Ulises (2015). “Historia de la metrología en México”, en *E-medida. Revista Española de Metrología*, núm. 8. Disponible en <https://www.e-medida.es/numero-8/historia-de-la-metrologia-en-mexico/#:~:text=%C3%89poca%20Moderna,General%20de%20Unidades%20de%20Medida%E2%80%9D> (Consultado el 10 de abril de 2023).
- Estrada Coronado, Rosa María (2019). *Álgebra*, México, Pearson Educación.
- Fabela Gallegos, Manuel de Jesús *et al.* (2003). “El sistema de unidades de medida mexicano”, en *Notas*, núm. 71. Disponible en <https://imt.mx/resumen-boletines.html?IdArticulo=212&IdBoletin=69#aste> (Consulta el 19 de enero de 2024).
- Ferrovial (s. f.). *Materiales de Construcción*. Disponible en <https://www.ferrovial.com/es/recursos/materiales-construccion/> (Consultado el 14 de abril de 2023).
- Filloy Yagüe, Eugenio y Gonzalo Zubieta (2001). *Geometría*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Fuenlabrada de la Vega Trucíos, Samuel (2008). *Probabilidad y estadística*, México, McGraw Hill.
- García P., Daniela y Cristián García B. (2006). “Marie Curie, una gran científica, una gran mujer”, en *Revista Chilena de Radiología*, vol. 12, núm. 3, pp. 139-145. Disponible en <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-93082006000300008> (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- Gonick, Larry y Woollcott Smith (2006). *La estadística en cómic* [1993], Barcelona, Zendera Zariquiey.
- González Becerra, Bertha y Manuel Pio Rosales (2020). *Álgebra elemental*, Guadalajara, Universidad de Guadalajara.
- Gutiérrez Banegas, Ana Laura (2020). *Probabilidad y estadística*, México, McGraw Hill.
- Halliday, David *et al.* (2009). *Fundamentos de física* [1992], vol. 2, México, Patria Editorial.
- Hernández Rodríguez, Omar *et al.* (2021). *Conversiones heurísticas geométricas: Líneas notables del triángulo, circunferencia de los nueve puntos, cuadriláteros cíclicos*, México, SEP.
- Infinitia (2021). *Clasificación de las propiedades de los materiales*. Disponible en <https://www.infinitiaresearch.com/noticias/clasificacion-propiedades-materiales/> (Consultado el 14 de abril de 2023).
- Johnson, D. (2019). *Álgebra elemental*, Nueva York, McGraw-Hill.
- Kaufmann, Jerome y Karen Schwitters (2018). *Álgebra elemental*, México, Cengage Learning.
- Khan Academy (s. f.). “Unidad 5: Sistemas de ecuaciones”, en *Matemáticas, 2° Secundaria*. Disponible en <https://es.khanacademy.org/math/eb-2-secundaria-nme/x356196d05c094cd9:sistemas-de-ecuaciones> (Consultado el 12 de enero de 2023).
- Larrea Tomás, Rodolfo (s. f.). *Recursos básicos en geometría plana*. Disponible en [https://www.unirioja.es/talleres/creatividad\\_matematica/SeminarioBachillerato/RECURSOSGEOMETRIA.pdf](https://www.unirioja.es/talleres/creatividad_matematica/SeminarioBachillerato/RECURSOSGEOMETRIA.pdf) (Consultado el 30 de marzo de 2023).
- Levi, Beppo (2006). *Leyendo a Euclides*, Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- Mancera Martínez, Eduardo (2019). *Interacciones. Matemáticas 2*, México, Pearson.
- Martínez-Suárez, Diana Gissell (2022). “Pensamiento científico en la educación secundaria: acercamiento al estado de la cuestión”, en *Trilogía*, vol. 14, núm. 27. Disponible en <https://www.redalyc.org/journal/5343/534371259005/html/> (Consultado el 29 de marzo de 2023).



- Matemáticas profe Alex (2019). “Raíz cuadrada SIN CALCULADORA” [video], en Matemáticas profe Alex [productor]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=hBGLgGU7DvE> (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- Matemóvil (s. f.). *Notación científica, ejercicios resueltos*. Disponible en <https://matemovil.com/notacion-cientifica-ejercicios-resueltos/> (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- NASA Ciencia (2021). *¿Cuánto duran los días en otros planetas?* Disponible en <https://spaceplace.nasa.gov/days/sp/> (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2023). “Inflation (CPI)”, en *OECD Data*. Disponible en <https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm> (Consultado el 2 de abril de 2023).
- PabloProfeEF (2013). “como se construye un triángulo con regla y compás” [video], en PabloProfeEF [productor]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=BcPchVmNFPM> (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- Peñañiel Nava, Miguel (2000). “El conocimiento científico”, en *Temas Sociales*, núm. 21, pp. 181-190. Disponible en [http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0040-29152000000100013&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0040-29152000000100013&lng=es&tlng=es) (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- Pérez Bustos, Tania (2010). “Aportes feministas a la Educación popular: entradas para repensar pedagógicamente la popularización de la ciencia y la tecnología”, en *Educação e Pesquisa*, vol. 36, núm. 1, pp. 243-260.
- Pérez Chan, Davy (2022). *Álgebra*, México, Klik Soluciones Educativas.
- Podestá, Ricardo (2022). “Teselando el plano con polígonos convexos”, en *Revista de Educación Matemática*, vol. 37, núm. 1, pp. 31-60. Disponible en <https://doi.org/10.33044/revem.37469> (Consultado el 30 de marzo de 2023).
- Poirier, Wilfrid *et al.* (2019). “The ampere and the electrical units in the quantum era”, en *Comptes Rendus Physique*, vol. 20, núms. 1-2, pp. 92-108. Disponible en [https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070519300179?ref=pdf\\_download&fr=RR-2&rr=83481c729b35ac53](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070519300179?ref=pdf_download&fr=RR-2&rr=83481c729b35ac53) (Consultado el 19 de enero de 2024).
- Proyecto Descartes.org (2023). “Cuadraturas IV”. Disponible en <https://proyectodescartes.org/descartescms/blog/red-descartes/itemlist/tag/teselaci%C3%B3n> (Consultado el 30 de marzo de 2023).
- René Jiménez, Manuel y Rosa María Estrada Coronado (2018). *Matemáticas 1*, México, Pearson Educación de México.
- Resnick, Robert *et al.* (2001). *Física* [1993], vol 1, 3a. ed., México, CECSA.
- Rivera, Michel y Juan Navas (2021). *El gran libro de las sucesiones*, México, Independently Published.
- Rooney, Anne (2013). *La historia de la física. De la filosofía natural al enigma de la materia oscura*, México, Grupo Editorial Tomo.
- Sadurní, J. M. (2022). “Marie Curie, la madre de la física moderna”, en *National Geographic*. Disponible en [https://historia.nationalgeographic.com.es/a/marie-curie-madre-fisica-moderna\\_14453](https://historia.nationalgeographic.com.es/a/marie-curie-madre-fisica-moderna_14453) (Consultado el 13 de abril de 2023).
- Samper, Carmen y Óscar Molina (2013). *Geometría plana: un espacio de aprendizaje*, México, Universidad Pedagógica Nacional.
- Sánchez Sánchez, Ernesto *et al.* (2019). *Probabilidad y estadística 1*, México, Editorial Patria / DGB (Serie integral por competencias).
- (2019). *Matemáticas 2. Secundaria*, México, Grupo Editorial Patria.
- Sánchez, Octavio (2022). *Probabilidad y estadística*, México, McGraw-Hill.
- Secretaría de Economía (2016). *¿Qué es la metrología?* Disponible en <https://www.gob.mx/se/articulos/que-es-la-metrologia#:~:text=La%20Metrolog%C3%ADa%20es%20la%20ciencia,con%20la%20normalizaci%C3%B3n%20sea%20factible> (Consultado el 10 de abril de 2023).
- Silva Rodríguez, Francisco y José Emilio Sanz (1996). *Tecnología industrial 1*, Madrid, McGraw Hill-Interamericana.
- Tejeda, Jean (s. f.). “Polígonos regulares”, en *Geogebra*. Disponible en <https://www.geogebra.org/m/hzzvgm9j> (Consultado el 29 de marzo de 2023).

- Tippens, Paul (2020). *Física. Conceptos y aplicaciones*, México, McGraw-Hill.
- Todeschini, Marta *et al.* (2019). *Cómo resolver problemas de geometría: Problem-Solving Geométrico para 8-14 años*, Madrid, Narcea.
- Torres Bailón, Daniel (s. f.). *Historia de la Física*. Disponible en [https://www.academia.edu/22192084/Historia\\_de\\_la\\_física](https://www.academia.edu/22192084/Historia_de_la_física) (Consultado el 29 de marzo de 2023).
- TRES14 (2014). “Nuevos materiales” [video], en rtve.es [productor]. Disponible en <https://www.rtve.es/play/videos/tres14/tres14-nuevos-materiales/2844762/> (Consultado el 14 de abril de 2023).
- Triola, Mario (2018). *Estadística*, México, Pearson Educación.
- Twist, Benjamín (2018). “¿Qué es una figura compuesta?”, en *Geniolandia*. Disponible en <https://www.geniolandia.com/13119600/que-es-una-figura-compuesta> (Consultado el 31 de marzo de 2023).
- Universidad de Guanajuato (2022). “Clase digital 6. Desigualdades”, en *NODO Universitario*. Disponible en <https://blogs.ugto.mx/bachillerato-virtual/clase-digital-6-desigualdades/> (Consultado el 28 de marzo de 2023).
- Velázquez, Martín Joel (2020). *Matemáticas básicas: Aritmética y Álgebra*, Estados Unidos, Kindle Direct Publishing.



# Créditos iconográficos

- p. 53:** (arr.) casa de los azulejos, fotografía de Francisco Ibarra/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP;
- p. 54:** (der.) teselado reflexión, Ωméga, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 55:** (centro) teselado no regular, El Cairo R. A. Nonenmacher, bajo licencia CC BY-SA 4.0; (ab.) teselado traslación, Ωméga, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 56:** (arr.) Teselado rotación, fotografía de Fran Gaur, bajo licencia CC BY-NC-SA 4.0; (ab.) teselado reflexión, Roel Wijnants, bajo licencia CC BY-NC 2.0;
- p. 116:** (arr.) puerta abierta, fotografía de Gobierno del Estado de São Paulo, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 120:** (arr.) puente flotante Seattle, fotografía de Sounder Bruce, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 122:** (arr.) basura, fotografía de Eneas de Troya, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 134:** competencia de ciclismo, fotografía de Legado, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 136:** pista de patinaje, fotografía de Legado, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 141:** (ab.) grafeno, fotografía de AlexanderALUS, bajo licencia CC BY-SA 3.0;
- p. 142:** (ab.) Marie Curie y Pierre Curie, Wellcome Collection, bajo licencia CC BY 4.0;
- p. 143:** (izq.) telescopio, fotografía de Ryan Wick, bajo licencia CC BY 2.0; (der.) mirando bajo telescopio, fotografía de Secretaría de Cultura de la Ciudad de México, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 147:** (arr.) la longitud, gobierno de los Estados Unidos adaptado por Martinvl, bajo licencia CC0;
- p. 149:** (arr.) amperímetro, fotografía de Hannes Grobe, bajo licencia CC BY 3.0;
- p. 151:** prototipo kilogramo, fotografía de Daderot, bajo licencia CC0;
- p. 153:** observatorio caracol, fotografía de Rob Shenk, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 154:** (arr.) José Antonio de Álzate y Ramírez, bajo licencia CC0/Wellcomecollection.org; (ab.) Alejandra Jáidar M., fotografía de Mujeres con Ciencia bajo licencia CC BY-NC-ND 4.0;
- p. 155:** (arr.) Rodolfo Neri Vela, fotografía de Reytingio, bajo licencia CC BY-SA 4.0; (ab.) Julieta Fierro, fotografía de Campus Party Mexico, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 157:** (arr.) griegos movimiento, Loon, J. van (Johannes), ca. 1611-1686, modificado por Leinad-Z, bajo licencia CC0; (ab.) collage filósofos, Aristóteles, Alvaro Marques Hijazo; Demócrito, grabador no identificado; Ptolomeo, Popular Science Monthly; Tales de Mileto, Wilhelm Meyer; Arquímedes, bajo licencia CC0/wellcomecollection;
- p. 158:** (arr.) Isaac Newton, bajo licencia CC0/Wellcomecollection.org; (ab.) retrato de Emmy Noether (1882-1935), ca.1900, Museo de Brooklyn;
- p. 159:** Marie Curie, el Centro de Ciencias de Maryland, bajo licencia CC BY-ND 2.0;
- p. 164:** (ab.) sextante, Tycho Brahe, bajo licencia CC0;
- p. 166:** (centro) retrato de Tycho Brahe, 1596, autor desconocido, óleo sobre lienzo, 102 × 83 cm, Castillo Skokloster, SKO 11593; (ab.) retrato de Johannes Kepler, Museo Kepler;

- p. 173:** (C) termómetro de gas; (D) termómetro de termopar; (E) pirómetro, fotografías de pngwing.com, bajo licencia CC0;
- p. 189:** (ab.) motor BMW, fotografía de Claus Burmester, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 192:** (ab.) fricción, fotografía de Legado, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 193:** (ab.) puente Baluarte y el Arpa de sus tirantes, fotografía de Grupo Trade-co, bajo licencia CC0;
- p. 194:** (der.) edificio colapsado, fotografía de Agencia de Noticias ANDES - Terremoto Portoviejo, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 199:** (arr.) Demócrito, fotografía de Didier Descouens, bajo licencia, CC BY-SA 4.0; (centro) Aristóteles, fotografía de Álvaro Marques Hijazo, bajo licencia CC0; (ab.) Sir Isaac Newton, grabado de líneas de A. M. Monsaldi según E. Seeman, 1726, ID. 7411i, bajo licencia CC0/wellcomecollection.org;
- p. 200:** (centro) John Dalton, grabado de líneas por W. H. Worthington, 1823, after J. Allen, 1814, ID.2339i, bajo licencia CC0/wellcomecollection.org;
- p. 201:** (arr.) Sir J.J. Thomson, negativo sobre vidrio, División de Impresiones y Fotografías de la Biblioteca del Congreso Washington, DC 20540 EE. UU., núm. de control 2014715407; (centro) Ernest Rutherford, Pixel 17, bajo licencia CC BY-SA 2.0; (ab.) Niels Bohr, Pixel 17, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 202:** (ab. der.) átomo, Cburnett, bajo licencia CC BY-SA 3.0;
- p. 206:** pluviómetro, fotografía de Agencia Brasília, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 210:** (arr.) energía solar, fotografía de ricketyus, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 215:** energía mareomotriz, Green Energy Futures, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 216:** (arr.) refinería de petróleo, fotografía de Repsol, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 219:** (arr.) estufa ecológica, fotografía de whitiebrass, bajo licencia CC BY 2.0; (ab. izq.) auto híbrido, Laboratorio Nacional de Argonne, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 221:** atrapanieblas, fotografía de Cristian Ruz, bajo licencia, CC BY-NC-ND 2.0;
- p. 223:** (izq.) sargazo efectos medio ambiente, fotografía de Semarnat, bajo licencia CC0;
- p. 229:** (arr. izq.) telescopios en Hawái, fotografía de Observatorio Internacional Gemini, bajo licencia CC BY 4.0; (ab. izq.) telescopio espacial James Webb, NASA, bajo licencia CC BY 2.0; (ab. der.) telescopio espacial concepción, NASA, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 231:** (arr.) satélite Chandra, fotografía de NASA, bajo licencia CC0; (ab.) telescopio rayos gamma Cherenkov, fotografía bajo licencia CC BY-NC-ND 2.0;
- p. 234:** (A) magnetita, fotografía de Rob Lavinsky, bajo licencia CC-BY-SA-3.0; (B) adornos de refrigerador, fotografía de r@chel, bajo licencia CC BY-NC-ND 2.0; (E) motor eléctrico, fotografía de pngwing.com, bajo licencia CC0; (F) imanes de bocinas, fotografía de Hans Haase, bajo licencia CC BY-SA 3.0;





- p. 236:** (A) tren maglev China, fotografía de Alex Needham, bajo licencia CC0; (C) campo magnético, fotografía de Windell Oskay, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 237:** (ab.) tortuga, fotografías de ivancumpian, bajo licencia CC BY-NC 4.0/naturalista.mx;
- p. 238:** (arr.) migración de ballenas, fotografía de skirkvold, bajo licencia CC BY-NC 4.0/naturalista.mx;
- p. 240:** (arr. der.) fibra de vidrio, fotografía de Cjp24, bajo licencia CC0; (ab.) madera para construcción, fotografía de TECHO, bajo licencia CC BY-NC-ND 2.0;
- p. 244:** (centro) niña en cocina, fotografía de Unicef, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 247:** (arr. izq.) vitroleros de agua, fotografía de Gzzz, bajo licencia CC BY-SA 4.0; (arr. der.) kilo de tortillas, fotografía de David Boté Estrada, bajo licencia CC BY-SA 2.0;
- p. 256:** (arr. izq.) gasolinera, fotografía de Mike Mozart, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 263:** (arr.) Big Bang, fotografía de la NASA; (ab.) interacción de galaxias, fotografía de telescopio Hubble NASA;
- p. 264:** acelerador de partículas, fotografía de © CERN, bajo licencia CC BY-SA 4.0;
- p. 266:** (der.) física en la vida diaria, fotografía de LEGADO, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 267:** Martín Córdova Salinas/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP;
- p. 271:** (ab.) elementos Dalton, bajo licencia CC0;
- p. 280:** (arr. centro) concreto pulido, fotografía de Prygpt, bajo licencia CC BY-SA 4.0;
- p. 291:** (arr.) cama de clavos, fotografía de Sharon Drummond, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 298:** submarino, fotografía de DVIDSHUB, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 302:** (ab.) estática de cabello, fotografía de Omar Alrawi, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0;
- p. 303:** (ab.) carga a tierra, fotografía de NAVFAC, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 309:** (arr.) relámpagos, fotografía de Richard Hurd, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 310:** (arr.) huracanes eléctricos, fotografía de NASA;
- p. 313:** (ab.) conexión a tierra plug, fotografía de Samuel M. Livingston, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 315:** (izq.) breaker, fotografía de Douglas Paul Perkins, bajo licencia CC0; (der.) tarjeta con fusible, fotografía de © Raimond Spekking, bajo licencia CC BY-SA 4.0;
- p. 317:** (arr.) Michael Faraday dando una conferencia en el Instituto Royal, el Príncipe Alberto y sus hijos en la audiencia. Grabado en madera, 1856, después de A. Blaikley. ID. 40199i, bajo licencia CC0/wellcomecollection.org; (ab. izq.) electroimán chatarra, fotografía de Dave R., bajo licencia CC BY-NC 2.0;
- p. 322:** (ab.) luz ultravioleta, fotografía de Escuela de Ingeniería Jacobs de UC San Diego, bajo licencia CC BY 2.0;
- p. 325:** (ab.) prisma y luz, fotografía de Joe A., bajo licencia CC0.



Pexels.com, bajo licencia CC0

**pp:** 53 (ab.), 116 (der.), 117 (ab.), 124 (arr.), 127, 161, 168 (ab.), 170, 178, 189 (izq.), 192 (arr.), 207, 217, 250 (arr., izq. y ab.), 289, 293 (ab.), 295 (ab.), 310 (ab.).

Pxfuel.com, bajo licencia CC0

**pp:** 54 (izq.), 119 (arr.), 124 (centro), 147 (ab.), 168 (arr.), 185 (arr.), 187 (arr.), 189 (der.), 242 (centro), 247 (centro).

Freepik.com, bajo licencia CC0

**pp:** 81, 113 (arr. y ab.), 114, 116 (centro), 119 (ab.), 124 (ab.), 125, 129-131, 133, 137-139, 141 (arr. y centro), 148 (centro y ab.), 150 (ab.), 160 (arr., centro y ab.), 163, 164 (arr.), 167, 171, 173 (A), 175, 181, 183, 185 (ab.), 186 (centro y ab.), 188 (arr.), 191 (izq.), 205, 210 (ab.), 211-214, 216 (ab.), 218, 219 (ab. der.), 220, 223 (der.), 224, 230, 234 (C), 235 (ab.), 236 (B y D), 237 (arr.), 238 (ab.), 240 (arr. centro), 241, 242 (izq., der. y ab.), 243 (arr. y ab.), 244 (izq. y der.), 247 (ab. izq. y der.), 248 (arr. y ab.), 250 (centro), 251 (arr.), 252 (ab.), 256 (arr. der., ab. izq. y ab. der.), 258, 260, 262, 266 (izq.), 270, 275 (ab.), 276, 280 (arr. izq. y arr. der.), 281 (arr.), 282, 285, 288, 291 (ab.), 292 (arr. y ab.), 294, 301 (arr.), 302 (arr.), 303 (arr.), 304 (arr.), 305, 308, 311, 312, 313 (arr.), 314 (ab.), 317 (ab. der.), 318, 321, 322 (arr.), 323-324.

Unsplash.com, bajo licencia CC0

**pp:** 113 (centro), 122 (ab.), 156, 191 (der.), 216 (centro), 229 (arr. der.), 234 (C), 251 (ab.), 284.

Pixabay.com, bajo licencia CC0

**pp:** 120 (ab.), 128, 148 (arr.), 158 (centro), 196 (arr.), 228 (centro), 252 (arr.), 320.

Vecteezy.com, bajo licencia CC0

**pp:** 173 (B), 186 (arr.), 234 (D), 235 (arr.), 287, 297, 325 (arr.).

Pixnio.com, bajo licencia CC0

**p.** 194 (arr. izq.).

Pxhere.com, bajo licencia CC0

**pp:** 227 (arr.), 250 (arr.), 251 (centro), 293 (arr.).

Rawpixel.com, bajo licencia CC0

**pp:** 232, 281 (ab.), 309 (ab.).

*Colección Sk'asolil. Saberes y pensamiento científico.*  
*Segundo grado de secundaria*  
se imprimió por encargo  
de la Comisión Nacional de  
Libros de Texto Gratuitos, en los  
talleres de XXXXXXXX, con domicilio en  
XXXXXXXXXXXX en el mes de XXXXXXX de 2025.  
El tiraje fue de XXXXXXX ejemplares.

# ¡Expresamos nuestras ideas para ejercer nuestros derechos!

Esta nueva familia de libros está pensada para los estudiantes de todo México, por lo que tus ideas y opiniones sobre ellos son muy importantes.

Expresar lo que piensas sobre *Colección Sk'asolil. Saberes y pensamiento científico. Segundo grado* de secundaria permitirá saber cómo mejorar su perspectiva solidaria, diversa y plural.

Puedes enviar tus opiniones por medio de correo postal o por correo electrónico a la dirección: [librosdetexto@nube.sep.gob.mx](mailto:librosdetexto@nube.sep.gob.mx)

1. ¿Recibiste tu libro el primer día de clases?



2. ¿Te gustó tu libro?



3. ¿Qué fue lo que más te gustó?

---

---

4. ¿Qué partes de tu libro te agradaron más?

---

---

5. ¿Te gustaron las imágenes?



6. ¿Las imágenes te ayudaron a entender los temas?



7. Los artículos, ¿fueron de tu interés?



8. ¿Hay otros libros en tu aula además de los de texto?



9. ¿Qué te gustaría que estuviera en tu libro y no lo tiene?

---

---

10. ¿Consultas los libros de la biblioteca de tu escuela?, ¿por qué?

---

---

11. ¿Consultas la biblioteca pública de tu comunidad?, ¿por qué?



---

---

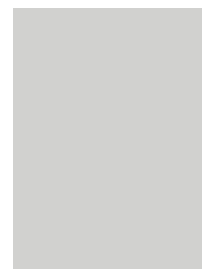
12. ¿Tienes libros en tu casa, además de los libros de texto gratuitos?



13. ¿Lees los libros de texto gratuitos con los adultos de tu casa?



**¡Gracias por tu participación!**



**Dirección General de Materiales Educativos**

Avenida Universidad 1200, Colonia Xoco,  
Benito Juárez, C.P. 03330, Ciudad de México

-----  
Doblar aquí

**Datos generales**

Entidad: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_

Turno:      Matutino ☐    Vespertino ☐    Escuela de tiempo completo ☐

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Domicilio del alumno: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

-----  
Doblar aquí

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_